义务教育教科书最新配套用书

数学

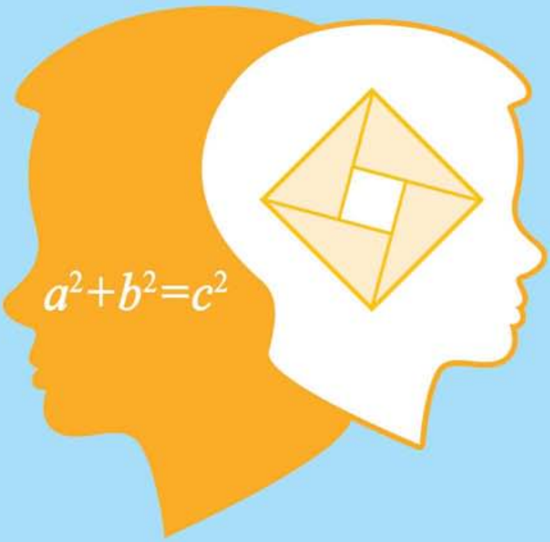
例题变式

SHUXUE LITI BIANSHI XUNLIAN

训练

《初中数学例题变式训练》编写组 编

八年级下册



齊魯書社

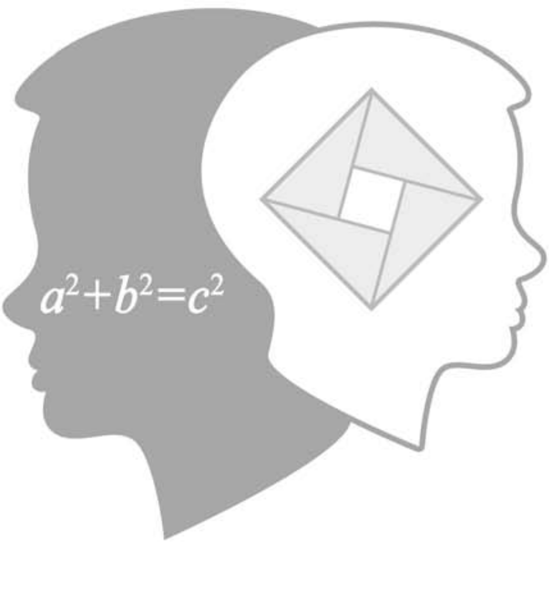
数学

例题变式训练

SHUXUE LITI BIANSHI XUNLIAN

《初中数学例题变式训练》编写组 编

八年级下册



齊魯書社

图书在版编目(CIP)数据

数学例题变式训练．八年级．下册 /《初中数学例题变式训练》编写组编．-- 济南：齐鲁书社，2015.1
(2020.1 重印)

ISBN 978-7-5333-3303-4

Ⅰ．①数… Ⅱ．①初… Ⅲ．①中学数学课—初中—习题集 Ⅳ．①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 286450 号

数学例题变式训练(八年级下册)

《初中数学例题变式训练》编写组 编

主管单位	山东出版传媒股份有限公司
出　　版	齊魯書社
社　　址	济南市英雄山路 189 号
邮　　编	250002
网　　址	www.qlss.com.cn
电子邮箱	qilupress@126.com
发　　行	山东新华书店集团有限公司
印　　刷	淄博恒业印务有限公司
开　　本	880mm×1230mm　1/32
印　　张	4.5
字　　数	120 千字
版　　次	2015 年 1 月第 1 版
印　　次	2020 年 1 月第 6 次印刷
书　　号	ISBN 978-7-5333-3303-4
定　　价	10.50 元

目　录

第6章　平行四边形

第7章　实　数

第8章　一元一次不等式

第 9 章　二次根式

第 10 章　一次函数

第 11 章　图形的平移与旋转

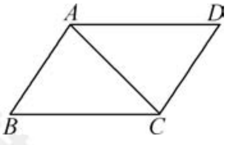
第 6 章 平行四边形

第 1 课时 平行四边形及其性质(1)

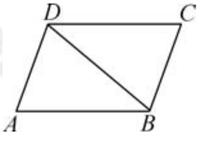
例 1

变式 1(等级一) 如图,在▱$ABCD$ 中,已知 $AC=4$ cm. 若△ACD 的周长为 13 cm,则▱$ABCD$ 的周长为 ( )

A. 26 cm B. 24 cm C. 20 cm D. 18 cm

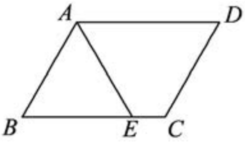


变式 2(等级一) 如图,在▱$ABCD$ 中,$\angle A=70^\circ$,$DC=DB$,则 $\angle CDB=$________$^\circ$.

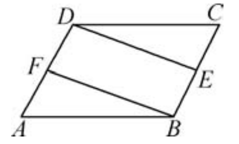


变式 3(等级二) 如图,在▱$ABCD$ 中,$AB=3$,AE 平分 $\angle BAD$,$\angle B=60^\circ$,则 AE 的长为 ( )

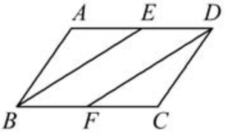
A. 5 B. 4 C. 3 D. 2



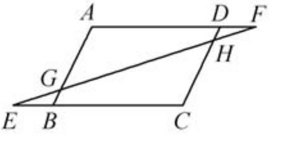
变式 4(等级二)　如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,点 E,F 分别是边 BC,AD 的中点.求证:$\angle ABF=\angle CDE$.



变式 5(等级二)　(2019·淮安)如图,在▱$ABCD$ 中,E,F 分别是边 AD,BC 的中点.求证:$BE=DF$.



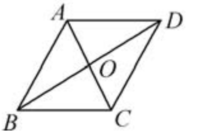
变式 6(等级二)　如图,在▱$ABCD$ 中,点 E,F 分别在边 CB,AD 的延长线上,且 $BE=DF$,EF 分别与 AB,CD 交于点 G,H.求证:$AG=CH$.



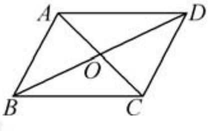
第2课时　平行四边形及其性质(2)

例 2

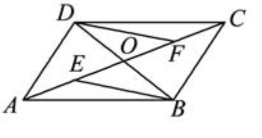
变式 1(等级一)　如图,在▱$ABCD$中,AC,BD相交于点O.若$AD=6$,$AC+BD=16$,则△BOC的周长为________.



变式 2(等级一)　如图,在▱$ABCD$中,$AC=3\ \text{cm}$,$BD=5\ \text{cm}$,对角线AC,BD相交于点O,则AD的取值范围是________________.



变式 3(等级一)　如图,在▱$ABCD$中,AC交BD于点O,点E,F分别是OA,OC的中点.求证:$BE=DF$.



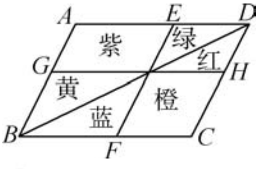
变式 4(等级二)　某广场上有一个形状是平行四边形的花坛(其示意图如图),分别种有红、黄、蓝、绿、橙、紫 6 种颜色的花. 如果有 $AB \parallel EF \parallel DC$, $BC \parallel GH \parallel AD$,那么下列说法中错误的是　(　　)

A. 红花、绿花种植面积一定相等

B. 紫花、橙花种植面积一定相等

C. 红花、蓝花种植面积一定相等

D. 蓝花、黄花种植面积一定相等



变式 5(等级二)　平行四边形 $ABCD$ 的周长为 80 cm,对角线 AC, BD 交于点 O, $\triangle AOB$ 的周长比 $\triangle BOC$ 的长 4 cm. 求边 AB, BC 的长度.

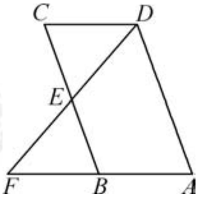
第 3 课时　平行四边形的判定(1)

例 1

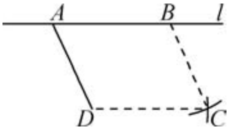
变式 1(等级一)　如图,在四边形 $ABCD$ 中,点 E 是 BC 边的中点,连接 DE 并延长,交 AB 的延长线于点 F,$AB=BF$.添加一个条件使四边形 $ABCD$ 是平行四边形,你认为下面四个条件中可选择的是　(　　)

A. $AD=BC$　　B. $CD=BF$

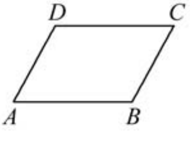
C. $\angle A=\angle C$　　D. $\angle F=\angle CDF$



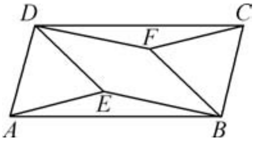
变式 2(等级二)　(1)如图,点 D 是直线 l 外一点,在 l 上取两点 A,B,连接 AD,分别以点 B,D 为圆心,AD,AB 的长为半径画弧,两弧交于点 C,连接 CD,BC,则四边形 $ABCD$ 是平行四边形.理由是____.



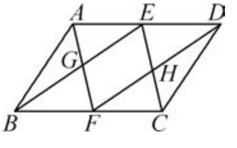
(2)如图,在四边形 $ABCD$ 中,$AD=BC$,在不添加任何辅助线的情况下,请你添加一个条件____________,使四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



变式 3(等级二)　在平行四边形 $ABCD$ 中,分别以 AD,BC 为边向内作等边$\triangle ADE$ 和等边$\triangle BCF$,连接 BE,DF.求证:四边形 $BEDF$ 是平行四边形.



变式 4(等级二)　如图所示,在▱$ABCD$ 中,点 E,F 分别是 AD,BC 的中点,AF 与 BE 交于点 G,CE 与 DF 交于点 H.求证:四边形 $EGFH$ 是平行四边形.



第 4 课时　平行四边形的判定(2)

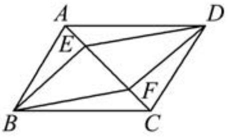
例 2

变式 1(等级一)　(2019 · 泸州)四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O,下列四组条件中,一定能判定四边形 $ABCD$ 为平行四边形的是　(　　)

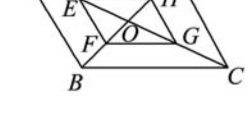
A. $AD /\!/ BC$　　B. $OA=OC$,$OB=OD$

C. $AD /\!/ BC$,$AB=DC$　　D. $AC\perp BD$

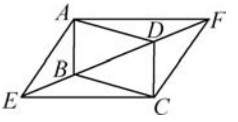
变式 2(等级一)　如图,在▱$ABCD$ 中,对角线 AC 上有 E,F 两点,要使四边形 $BEDF$ 是平行四边形,还需要增加的一个条件是__________.



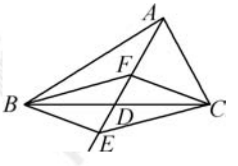
变式 3(等级一)　如图,在四边形 $ABCD$ 中,点 O 是 AC 和 BD 的交点,点 E,F,G,H 分别是 AO,BO,CO,DO 的中点.如果四边形 $EFGH$ 是平行四边形,那么四边形 $ABCD$ 也是平行四边形吗?说说你的理由.



变式 4（等级一） 如图，将▱$ABCD$ 的对角线 BD 向两个方向延长至点 E 和点 F，使 $BE=DF$. 求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形.



变式 5（等级二） 如图，在△ABC 中，点 D 是 BC 边的中点，点 F，E 分别是 AD 及其延长线上的点，$CF \parallel BE$，连接 BF，CE. 试判断四边形 $BECF$ 是何种特殊四边形，并说明理由.



第5课时　特殊的平行四边形(1)

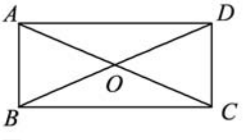
例1

变式1(等级一)　矩形具有而平行四边形不一定具有的性质是　　(　　)

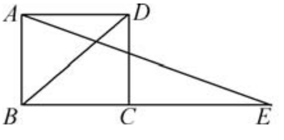
A. 对角线互相垂直　　B. 对角线相等

C. 对角线互相平分　　D. 对角相等

变式2(等级一)　如图,在矩形$ABCD$中,对角线AC,BD相交于点O,$AC=6$,则$OD=$________.

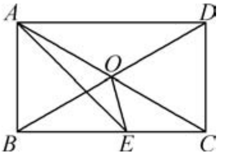


变式3(等级二)　如图,延长矩形$ABCD$的边BC至点E,使$CE=BD$,连接AE.如果$\angle ADB=40°$,则$\angle E=$________.

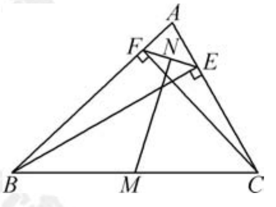


变式 4(等级二)　如图,矩形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于点 O,$\angle BAD$ 的平分线 AE 交 BC 于点 E,连接 OE. 若 $\angle AOB=60°$,则 $\angle BOE$ 的度数是　　(　　)

A. $80°$　　B. $65°$　　C. $45°$　　D. $75°$



变式 5(等级二)　如图所示,在锐角$\triangle ABC$ 中,BE,CF 分别是 AC 和 AB 边上对应的高,点 M,N 分别为 BC,EF 的中点. 求证:$MN\perp EF$.

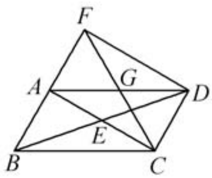


第 6 课时 特殊的平行四边形(2)

例 如图，在▱$ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 E，点 G 为 AD 的中点，连接 CG，CG 的延长线交 BA 的延长线于点 F，连接 FD.

(1)求证：$AB=AF$；

(2)若 $AG=AB$，$\angle BCD=120°$，判断四边形 $ACDF$ 的形状，并证明你的结论.

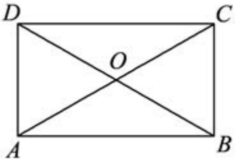


变式 1(等级一) 学校为了让校园具有文化气息，新购置了名人雕像(如图甲). 学校想要检测雕塑底座正面四边形 $ABCD$ 是不是矩形，但工作人员随身只带了有刻度的卷尺，请你设计一种方案，帮助工作人员检测四边形 $ABCD$ 是不是矩形(图乙供设计备用).

甲

乙

变式 2(等级二)　如图,四边形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于点 O,已知下列 6 个条件:

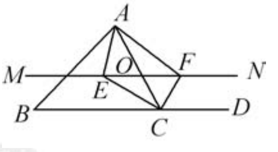


①$AB /\!/ DC$;②$AB=DC$;③$AC=BD$;④$\angle ABC=90°$;⑤$OA=OC$;⑥$OB=OD$.

则下面选项中不能使四边形 $ABCD$ 成为矩形的是　　　　(　　)

A. ①②③　　B. ②③④　　C. ②⑤⑥　　D. ④⑤⑥

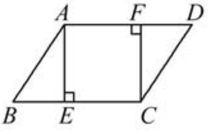
变式 3(等级二)　如图,在$\triangle ABC$ 中,点 O 是 AC 边上(端点除外)的一个动点,过点 O 作直线 $MN /\!/ BC$.设 MN 交$\angle BCA$ 的平分线于点 E,交$\angle BCA$ 的外角平分线于点 F,连接 AE,AF.那么当点 O 运动到什么位置时,四边形 $AECF$ 是矩形?请证明你的结论.



变式 4(等级二)　(2019·怀化改编)如图,在▱$ABCD$ 中,$AE\perp BC$,$CF\perp AD$,垂足分别为 E,F.求证:

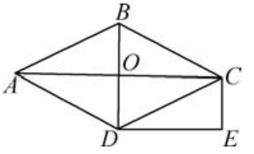
(1)$\triangle ABE\cong\triangle CDF$;

(2)四边形 $AECF$ 是矩形.



第 7 课时　特殊的平行四边形(3)

例1　如图,在菱形 $ABCD$ 中,对角线 AC 与 BD 交于点 O,过点 C 作 BD 的平行线,过点 D 作 AC 的平行线,两直线相交于点 E.



(1)求证:四边形 $OCED$ 是矩形;

(2)若 $CE=1$,$DE=2$,则菱形 $ABCD$ 的面积是__________.

变式 1(等级一)　菱形具有而矩形不一定具有的性质是　(　　)

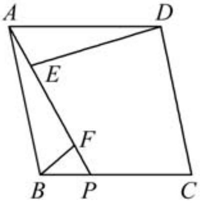
A. 对角线相等　　B. 对角线互相平分

C. 对角线互相垂直　　D. 邻边互相垂直

变式 2(等级二)　(2019·聊城)在菱形 $ABCD$ 中,P 是 BC 边上一点,连接 AP,E,F 是 AP 上的两点,连接 DE,BF,使得 $\angle AED=\angle ABC$,$\angle ABF=\angle BPF$.求证:

(1)$\triangle ABF\cong\triangle DAE$;

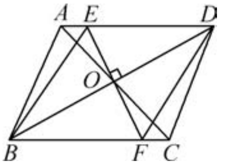
(2)$DE=BF+EF$.



例2 如图,在四边形 $ABCD$ 中,对角线 AC,BD 相交于点 O,且 $OA=OC$,$OB=OD$,过点 O 作 $EF\perp BD$,分别交 AD,BC 于点 E,F.

(1)求证:$\triangle AOE\cong\triangle COF$;

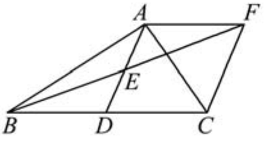
(2)判断四边形 $BEDF$ 的形状,并说明理由.



变式(等级一) 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中,$\angle BAC=90°$,点 D 是 BC 的中点,点 E 是 AD 的中点,过点 A 作 $AF\parallel BC$ 交 BE 的延长线于点 F.求证:

(1)$\triangle AEF\cong\triangle DEB$;

(2)四边形 $ADCF$ 是菱形.

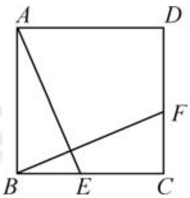


第 8 课时　特殊的平行四边形(4)

例 2

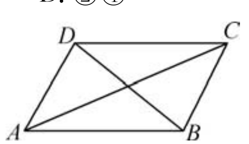
变式 1(等级一)　以正方形 $ABCD$ 的边 AD 作等边三边形 ADE,则 $\angle BEC$ 的度数是________.

变式 2(等级一)　如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 E,F 分别在 BC,CD 上,且 $BE=CF$. 求证:$\triangle ABE\cong\triangle BCF$.



变式 3(等级二)　从下列四个条件中选两个使▱$ABCD$ 为正方形(如图):①$AB=BC$;②$\angle ABC=90°$;③$AC=BD$;④$AC\perp BD$. 现有四种选法,你认为其中错误的是　(　　)

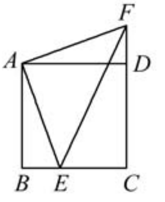
A. ①②　　B. ②③　　C. ①③　　D. ②④



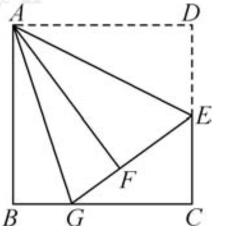
变式 4(等级二)　(2019·内江)如图,在正方形 $ABCD$ 中,E 是 BC 上的一点,F 是 CD 延长线上的一点,且 $BE=DF$,连接 AE,AF,EF.

(1)求证:$\triangle ABE \cong \triangle ADF$;

(2)若 $AE=5$,请求出 EF 的长.



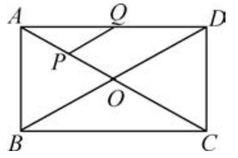
变式 5(等级二)　如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 E 是边 CD 上的一点,将$\triangle ADE$ 沿 AE 对折至$\triangle AFE$,延长 EF 交边 BC 于点 G,连接 AG.求证:$BG=FG$.



第 9 课时　三角形的中位线定理

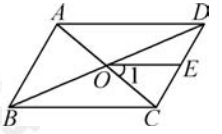
例 1

变式 1(等级一)　如图,矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O,$AC=10$,点 P,Q 分别为 AO,AD 的中点,则 PQ 的长度为________.

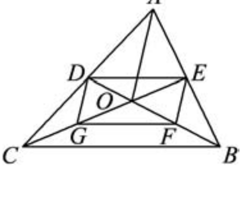


变式 2(等级一)　如图,在▱$ABCD$ 中,对角线 AC 与 BD 相交于点 O,点 E 是边 CD 的中点,连接 OE. 若 $\angle ABC=60°$,$\angle BAC=80°$,则 $\angle 1$ 的度数为　　(　　)

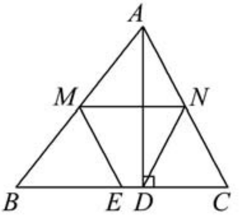
A. $50°$　　B. $40°$　　C. $30°$　　D. $20°$



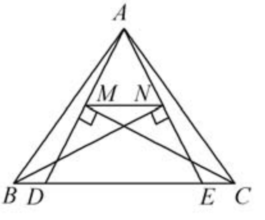
变式 3(等级二)　如图,$\triangle ABC$ 的中线 BD,CE 交于点 O,连接 OA,点 G,F 分别为 OC,OB 的中点,$BC=4$,$AO=3$,则四边形 $DEFG$ 的形状为________________,周长为________.



变式 4(等级二)　如图,AD 是$\triangle ABC$ 的高,点 M,N,E 分别是 AB,AC,BC 边上的中点.求证:$ME=DN$.



变式 5(等级二)　如图,$\triangle ABC$ 的周长为 19,点 D,E 在边 BC 上,$\angle ABC$ 的平分线垂直于 AE,垂足为点 N,$\angle ACB$ 的平分线垂直于 AD,垂足为点 M.若 $BC=7$,求 MN 的长度.

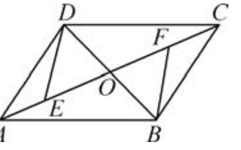


第10课时　平行四边形复习课

例1　如图，$\square ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O. 点 E，F 是 AC 上的两点，并且 $AE=CF$，连接 DE，BF.

(1)求证：$\triangle DOE\cong\triangle BOF$；

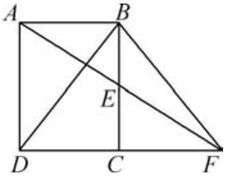
(2)若 $BD=EF$，连接 EB，DF. 判断四边形 $EBFD$ 的形状，并说明理由.



变式1(等级一)　如图，在$\square ABCD$ 中，点 E 是 BC 的中点，连接 AE 并延长交 DC 的延长线于点 F.

(1)求证：$CF=AB$；

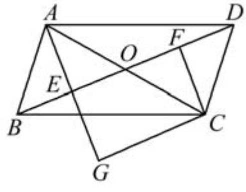
(2)连接 BD，BF，当$\angle BCD=90^\circ$时，求证：$BD=BF$.



变式 2(等级二) (2019·青岛)如图,在▱$ABCD$ 中,对角线 AC 与 BD 相交于点 O,E,F 分别为 OB,OD 的中点,延长 AE 至点 G,使 $EG=AE$,连接 CG.

(1)求证:$\triangle ABE\cong\triangle CDF$;

(2)当 AB 与 AC 满足什么数量关系时,四边形 $EGCF$ 是矩形?请说明理由.

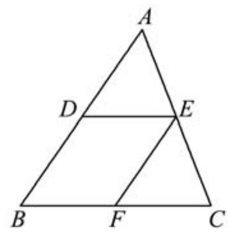


例2 如图,在$\triangle ABC$ 中,点 D,E 分别是 AB,AC 的中点,过点 E 作 $EF\parallel AB$,交 BC 于点 F.

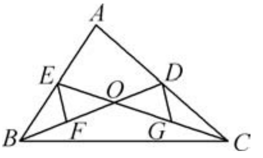
(1)求证:四边形 $DBFE$ 是平行四边形;

(2)当$\triangle ABC$ 满足什么条件时,四边形 $DBFE$ 是菱形?为什么?

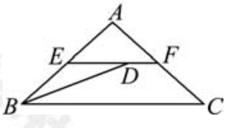
(3)当$\triangle ABC$ 满足什么条件时,四边形 $DBFE$ 是正方形?为什么?



变式 1（等级一）　如图，$\triangle ABC$ 的中线 BD，CE 相交于点 O，点 F，G 分别是 BO，CO 的中点.求证：$EF \parallel DG$ 且 $EF = DG$.



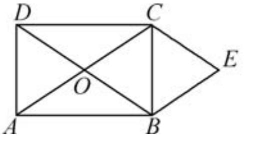
变式 2（等级二）　如图，EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线，BD 平分 $\angle ABC$ 交 EF 于点 D.若 $AB=4$，$BC=6$，则 $DF=$ ________.



变式 3（等级二）　平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 交于点 O，分别过顶点 B，C 作两对角线的平行线交于点 E，得四边形 $OBEC$.

(1)如果四边形 $ABCD$ 为矩形（如图），四边形 $OBEC$ 为何种四边形？请证明你的结论.

(2)如果四边形 $ABCD$ 是正方形，四边形 $OBEC$ 也是正方形吗？如果是，请给予证明；如果不是，请说明理由.



章末测试

一、选择题

1. (2019·无锡)下列结论中,矩形具有而菱形不一定具有的性质是 ( )

A. 内角和为 360°　　B. 对角线互相平分

C. 对角线相等　　D. 对角线互相垂直

2. 在四边形 $ABCD$ 中,对角线 AC,BD 相交于点 O,给出下列四个条件:①$AD\parallel BC$;②$AD=BC$;③$OA=OC$;④$OB=OD$. 从中任选两个条件,能使四边形 $ABCD$ 为平行四边形的选法有 ( )

A. 3 种　　B. 4 种　　C. 5 种　　D. 6 种

3. 下列命题,其中是真命题的为 ( )

A. 一组对边平行,另一组对边相等的四边形是平行四边形

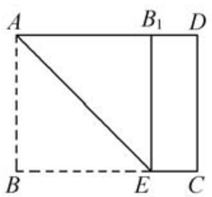
B. 对角线互相垂直的四边形是菱形

C. 对角线相等的四边形是矩形

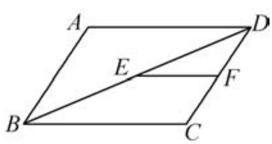
D. 一组邻边相等的矩形是正方形

4. 如图,在矩形纸片 $ABCD$ 中,$AB=6$ cm,$BC=8$ cm. 现将其沿 AE 对折,使得点 B 落在边 AD 上的点 B_1 处,折痕与边 BC 交于点 E,则 CE 的长为 ( )

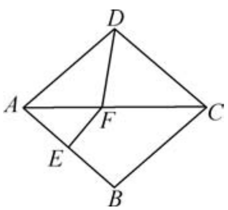
A. 6 cm　　B. 4 cm　　C. 3 cm　　D. 2 cm



第 4 题图



第 5 题图



第 6 题图

5. 如图,在▱$ABCD$ 中,$AD=8$,点 E,F 分别是 BD,CD 的中点,则 EF 等于 ( )

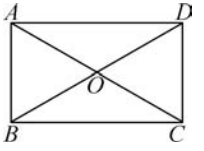
A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

6. 如图,在菱形 $ABCD$ 中,$\angle BAD=80^{\circ}$,AB 的垂直平分线交对角线 AC 于点 F,垂足为点 E,连接 DF,则 $\angle CDF$ 等于 ( )

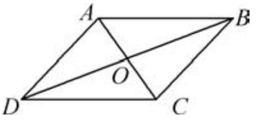
A. 50°　　B. 60°　　C. 70°　　D. 80°

二、填空题

7. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$\angle BOC=120^\circ$，$AB=5$，则 BD 的长为________.



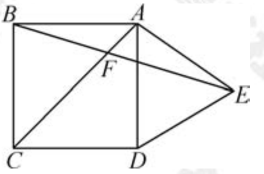
第 7 题图



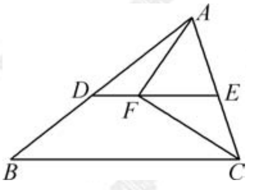
第 8 题图

8. 如图所示，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，试添加一个条件：________，使得平行四边形 $ABCD$ 为菱形.（写出一个答案即可）

9. 如图，在正方形 $ABCD$ 外侧，作等边三角形 ADE，AC，BE 相交于点 F，则$\angle BFC$ 为________.



第 9 题图

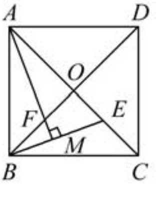


第 10 题图

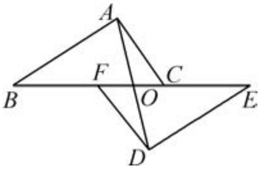
10. 如图，DE 是$\triangle ABC$ 的中位线，点 F 在 DE 上，且$\angle AFC=90^\circ$. 若 $AC=10$，$BC=16$，则 DF 的长为________.

三、解答题

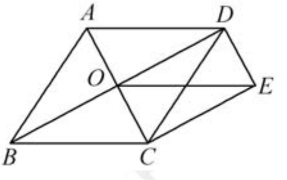
11.（2019・凉山州）如图，正方形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，E 是 OC 上的一点，连接 EB，过点 A 作 $AM\perp BE$，垂足为 M，AM 与 BD 相交于点 F. 求证：$OE=OF$.



12. 如图，点 B,F,C,E 在一条直线上，$FB=CE$，$AB/\!/ED$，$AC/\!/FD$，AD 交 BE 于点 O. 求证：AD 与 BE 互相平分.



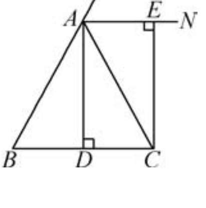
13. 如图，点 O 是菱形 $ABCD$ 对角线的交点，$DE/\!/AC$，$CE/\!/BD$，连接 OE. 求证：$OE=BC$.



14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB=AC$，$AD\perp BC$，垂足为点 D，AN 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle CAM$ 的平分线，$CE\perp AN$，垂足为点 E.

(1)求证：四边形 $ADCE$ 为矩形；

(2)当 $\triangle ABC$ 满足什么条件时，四边形 $ADCE$ 是一个正方形？并给出证明.



第 7 章　实　数

第 1 课时　算术平方根

例 1

变式 1（等级一）　求下列各数的算术平方根：

（1）196；　　（2）$\frac{64}{121}$；

（3）0；　　（4）$-\frac{49}{256}$.

变式 2（等级二）　求下列各数的算术平方根：

（1）$(-8)^2$；　　（2）$1\frac{7}{9}$.

变式 3(等级二) (1)(2019·广东)化简$\sqrt{4^2}$的结果是 ( )

A. -4 B. 4 C. ± 4 D. 2

(2)$\sqrt{16}$的算术平方根是________.

例 2

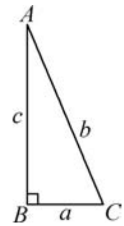
变式 1(等级一) 已知长方形长和宽的比等于 3∶2,长方形的面积为 600 cm^2.求长方形的长和宽.

变式 2(等级一) 当运动中的汽车撞击到物体时,汽车所受到的损坏程度可以用“撞击影响 I[(千米/分)^2]”来衡量.某类型汽车的撞击影响 I 可以用公式 $I=2v^2$ 来表示,其中 v(千米/分)表示汽车的速度.在一次该类型汽车的撞击试验中测得撞击影响 $I=8$,求此次撞击时的车速.

第2课时　勾股定理

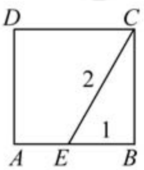
例1

变式1(等级一)　如图,在 Rt△ABC 中,$\angle B=90^\circ$,$a=5$ cm,$b=13$ cm.求第三边 c 的长.

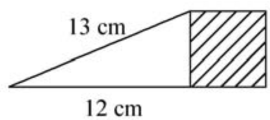


变式2(等级一)　(1)(2019·毕节)如图,点 E 在正方形 $ABCD$ 的边 AB 上.若 $EB=1$,$EC=2$,那么正方形 $ABCD$ 的面积为　(　　)

A. $\sqrt{3}$　　B. 3　　C. $\sqrt{5}$　　D. 5



变式2(1)图

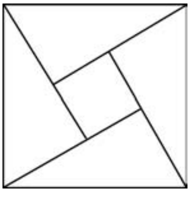


变式2(2)图

(2)如图,已知阴影部分是一个正方形,则正方形的面积是______.

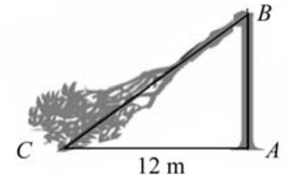
变式3(等级二)　"赵爽弦图"巧妙地利用面积关系证明了勾股定理,是我国古代数学的骄傲.如图所示的"赵爽弦图"是由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼成的一个大正方形.设直角三角形较长直角边长为 a,较短直角边长为 b.若 $ab=8$,大正方形的面积为 25,则小正方形的边长为　(　　)

A. 9　　B. 6　　C. 4　　D. 3



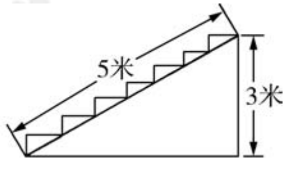
例 2

变式 1(等级一) 如图,受台风影响,一棵高 24 m 的大树被台风折断.已知树梢离树干底部 12 m,求大树在离树干底部多少米处折断.

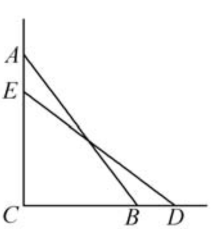


变式 2(等级一) 如图,在一段高 3 米、长 5 米的楼梯表面铺地毯,则地毯的长度为 ( )

A. 4 米 B. 5 米 C. 7 米 D. 8 米



变式 3(等级二) 如图,滑杆在机械槽内运动,$\angle ACB$ 为直角,已知滑杆 AB 长 2.5 米,顶端 A 在 AC 上运动,量得滑杆下端 B 与点 C 的距离为 1.5 米.当端点 B 向右移动 0.5 米至点 D 时,滑杆顶端 A 恰好下滑至点 E 处,求滑杆顶端 A 下滑多少米.



第3课时　$\sqrt{2}$是有理数吗(1)

例　下列各数：-2，0，$\frac{1}{3}$，$0.020\ 020\ 002\cdots$，π，$\sqrt{9}$. 其中无理数的个数是　　(　　)

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

变式1(等级一)　(1)(2019·邵阳)下列各数中，属于无理数的是　　(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. 1.414　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{4}$

(2)下列各数是无理数的是　　(　　)

A. 0　　B. -2　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\frac{1}{7}$

(3)下列各数是无理数的是　　(　　)

A. 1　　B. -0.6　　C. -6　　D. π

变式2(等级一)　把下列各数分别填在相应的集合中：

$-\frac{11}{12}$，$\sqrt{2}$，$-\sqrt{4}$，0，$-\sqrt{0.14}$，$\sqrt{8}$，$0.\dot{2}\dot{3}$，$\frac{\pi}{4}$，3.14.

有理数集合：{　　　　　　　　　　　　　　　…}；

无理数集合：{　　　　　　　　　　　　　　　…}.

例 1

变式 1（等级一） 与 $\sqrt{37}$ 最接近的整数是 （ ）

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

变式 2（等级一） 估计 $\sqrt{6}+1$ 的值在 （ ）

A. 2 到 3 之间 B. 3 到 4 之间

C. 4 到 5 之间 D. 5 到 6 之间

变式 3（等级二） 设面积为 5π 的圆的半径为 y，请回答下列问题：

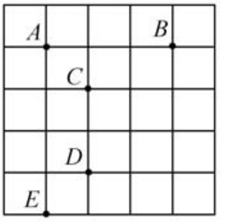
（1）y 是有理数吗？请说明你的理由.

（2）估计 y 的值（结果精确到十分位），并用计算器验证你的估计.

第 4 课时　$\sqrt{2}$是有理数吗(2)

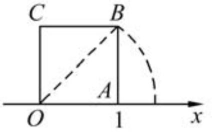
例 2

变式 1(等级一)　如图,在 5×5 的正方形(每个小正方形的边长为 1)网格中,格点上有 A,B,C,D,E 五个点.如果要求连接两个点之后线段的长度大于 3 且小于 4,则可以连接________.(写出一个答案即可)



变式 2(等级一)　如图,正方形 $OABC$ 的边长为 1,OA 在数轴上,以原点 O 为圆心、对角线 OB 的长为半径画弧,交正半轴于一点,则这个点表示的数是　　(　　)

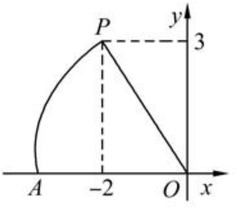
A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 1.5　　D. 2



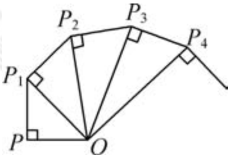
变式 3（等级二） 如图，在平面直角坐标系中，点 P 的坐标为 $(-2,3)$，以点 O 为圆心、OP 的长为半径画弧，交 x 轴的负半轴于点 A，则点 A 的横坐标介于 （　　）

A. -4 和 -3 之间　　B. 3 和 4 之间

C. -5 和 -4 之间　　D. 4 和 5 之间



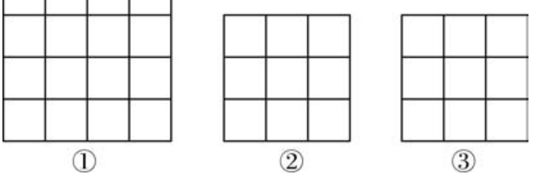
变式 4（等级二） 如图，$OP=1$，过点 P 作 $PP_1 \perp OP$ 且 $PP_1=1$，根据勾股定理，得 $OP_1=\sqrt{2}$；再过点 P_1 作 $P_1P_2 \perp OP_1$ 且 $P_1P_2=1$，得 $OP_2=\sqrt{3}$；再过点 P_2 作 $P_2P_3 \perp OP_2$ 且 $P_2P_3=1$，得 $OP_3=2$…依此继续，得 $OP_{2\,018}=$________，$OP_n=$________.（n 为自然数）



变式 5（等级二） 正方形网格中的每个小正方形的边长都是 1，每个小格的顶点叫作格点.

(1)在图①中，以格点为顶点，画一个面积为 10 的正方形；

(2)在图②、图③中，以格点为顶点，分别画两个不全等的直角三角形，使它们的三边长都是无理数.



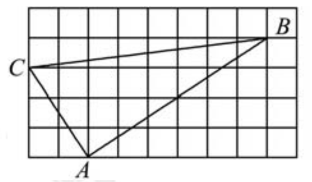
第5课时 勾股定理的逆定理

例 1

变式1（等级一） 如图，正方形网格中的△ABC，若网格中的每个小正方形的边长都为1，则△ABC的形状为（　　）

A. 直角三角形　　B. 锐角三角形

C. 钝角三角形　　D. 以上答案都不对



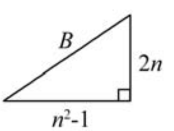
变式2（等级二） 已知$|a-6|+\sqrt{b-8}+(c-10)^2=0$，则由$a,b,c$为三边构成的三角形是________三角形.（填"锐角""直角"或"钝角"）

变式3（等级二） （2019·河北）已知：整式$A=(n^2-1)^2+(2n)^2$，整式$B>0$.

尝试：化简整式A.

发现：$A=B^2$，求整式B.

联想：由上可知，$B^2=(n^2-1)^2+(2n)^2$，当$n>1$时，$n^2-1,2n,B$为直角三角形的三边长，如图.

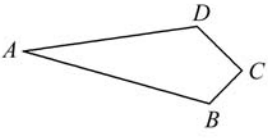


填写下表中B的值.

直角三角形的三边长	n^2-1	$2n$	B
勾股数组Ⅰ	—	8	
勾股数组Ⅱ	35	—	

例 2

变式 1（等级一） 在四边形 $ABCD$ 中，AB，BC，CD，AD 的长分别为 13，3，4，12，$\angle BCD=90°$. 求四边形 $ABCD$ 的面积.



变式 2（等级二） 定义：如图，点 M，N 把线段 AB 分割成 AM，MN，NB，若以 AM，MN，NB 为边的三角形是一个直角三角形，则称 M，N 是线段 AB 的勾股分割点.

(1)已知 M，N 把线段 AB 分割成 AM，MN，NB，若 $AM=1.5$，$MN=2.5$，$BN=2$，则 M，N 是线段 AB 的勾股分割点吗？请说明理由.

(2)已知 M，N 是线段 AB 的勾股分割点，且 AM 为直角边. 若 $AB=24$，$AM=6$，求 BN 的长.

第 6 课时　平方根

例 1

变式 1（等级一）　求下列各数的平方根：

(1)36；　　(2)0；

(3)$(-1.3)^2$；　　(4)0.49；

(5)$\frac{64}{121}$；　　(6)$1\frac{24}{25}$.

变式 2（等级一）　判断下列各数是否有平方根，并说明理由.

(1)$(-3)^2$；

(2)-0.01；

(3)-5^2；

(4)$-a^2$；

(5)a^2-2a+2.

变式3(等级二)　(1)$\sqrt{81}$的平方根是　(　　)

A. ±3　B. 3　C. ±9　D. 9

(2)(2019·通辽)$\sqrt{16}$的平方根是　(　　)

A. ±4　B. 4　C. ±2　D. $+2$

变式4(等级二)　已知一个数的两个平方根是$3x-2$和$5x+6$,则这个数是________.

例2

变式1(等级一)　求下列各式的值:

(1)$\pm\sqrt{121}$;

(2)$\sqrt{\frac{1}{4}}-\sqrt{9}$;

(3)$\sqrt{(-3)^2}+\sqrt{4^2}$.

变式2(等级二)　求下列各式中x的值:

(1)$4x^2=25$;

(2)$(x+1)^2=\frac{25}{36}$.

第 7 课时　立方根

例 1

变式 1(等级一)　求下列各数的立方根：

(1)125；　(2)$\frac{27}{8}$；　(3)0；　(4)-1；　(5)$(-7)^3$.

变式 2(等级二)　下列说法错误的是　(　　)

A. 2 是 8 的立方根　　B. 64 的立方根是± 4

C. $-\frac{1}{3}$是$-\frac{1}{27}$的立方根　　D. $(-4)^3$的立方根是-4

例 2

变式 1(等级一)　求下列各式的值：

(1)$-\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}$；　(2)$\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}$；

(3)$\sqrt[3]{-0.001}$；　(4)$\sqrt[3]{-(-2)^3}$.

变式 2(等级二)　求 x 的值：$3(x-1)^3-81=0$.

例 3

变式 1(等级一)　估计 35 的立方根的大小在整数________和________之间.

变式 2(等级二)　用有理数估计下列各数的立方根的范围(精确到 0.1)：

(1)18；　(2)100.

第8课时　用计算器求平方根和立方根

例 1

变式1(等级一)　用计算器计算(精确到0.01)：

(1) $\sqrt{2\ 019}$；　(2) $\sqrt{0.201\ 9}$；　(3) $-\sqrt{\frac{6}{27}}$.

变式2(等级二)　利用计算器计算：

$\sqrt{5^2-4^2}=$________；

$\sqrt{55^2-44^2}=$________；

$\sqrt{555^2-444^2}=$________；

$\sqrt{5\ 555^2-4\ 444^2}=$________.

仔细观察上面几道题的计算结果，试猜想 $\sqrt{5\cdots5^2-4\cdots4^2}$(100个5，100个4)=__________.

例 2

变式1(等级一)　用计算器计算(精确到0.001)：

(1) $\sqrt[3]{-765}$；　(2) $\sqrt[3]{0.426\ 255}$；　(3) $-\sqrt[3]{\frac{7}{23}}$.

变式2(等级二)　用计算器计算下面两组数(保留4位有效数字)：

(1) $\sqrt{0.236}$，$\sqrt{2.36}$，$\sqrt{23.6}$，$\sqrt{236}$，$\sqrt{2\ 360}$，$\sqrt{23\ 600}$；

(2) $\sqrt[3]{0.003\ 78}$，$\sqrt[3]{0.037\ 8}$，$\sqrt[3]{3.78}$，$\sqrt[3]{37.8}$，$\sqrt[3]{37\ 800}$.

观察上述计算结果与被开方数之间的关系，你发现了什么？

第9课时　实　数(1)

例 1

变式(等级一)　把下列各数分别填入相应的集合里：

$0,-\frac{1}{2},\sqrt{4},-\sqrt[3]{27},\frac{5}{13},\sqrt{0.4},0.434\ 334\ 333\ 4\cdots,\pi,-|-4|$.

(1)有理数集合：{　　　　　　　　　　　　　　…}；

(2)无理数集合：{　　　　　　　　　　　　　　…}；

(3)正数集合：{　　　　　　　　　　　　　　…}；

(4)负数集合：{　　　　　　　　　　　　　　…}；

(5)实数集合：{　　　　　　　　　　　　　　…}.

例 2

变式 1(等级一)　(1)下列实数：$3,0,\frac{1}{2},-\sqrt{2},0.35$.其中最小的实数是　(　　)

A. 3　　B. 0　　C. $-\sqrt{2}$　　D. 0.35

(2)下列四个数中，最大的数是　(　　)

A. -2　　B. -1　　C. 0　　D. $\sqrt{2}$

(3)(2019·赤峰)在$-4,-\sqrt{2},0,4$这四个数中，最小的数是　(　　)

A. 4　　B. 0　　C. $-\sqrt{2}$　　D. -4

(4)(2019·荆州)下列实数中最大的是　(　　)

A. $\frac{3}{2}$　　B. π　　C. $\sqrt{15}$　　D. $|-4|$

变式 2(等级二)　在$|-2|$,2^0,2^{-1},$\sqrt{2}$这四个数中,最大的数是　　(　　)

A. $|-2|$　　B. 2^0　　C. 2^{-1}　　D. $\sqrt{2}$

例 3

变式 1(等级一)　求下列各数的相反数和绝対值:

$\sqrt{(-7)^2}$的相反数是______,绝对值是______;$\sqrt[3]{(-7)^3}$的相反数是______,绝对值是______;$\frac{\pi}{2}-2$的相反数是______,绝对值是______;$\sqrt{23}-3$的相反数是______,绝对值是______.

变式 2(等级一)　求下列各数的相反数和绝对值:

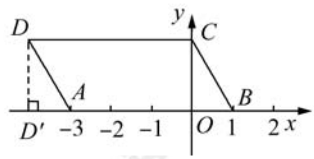
(1)$\pi-3.14$;　　(2)$2-\sqrt{5}$.

第10课时　实　数(2)

例 4

变式 1(等级一)　(2019·福建)在平面直角坐标系 xOy 中,▱$OABC$的三个顶点 $O(0,0)$,$A(3,0)$,$B(4,2)$,则其第四个顶点 C 的坐标是________.

变式 2(等级一)　如图,▱$ABCD$ 的边长 $AB=4$,$BC=2$. 把它放在直角坐标系内,使 AB 在 x 轴上,点 C 在 y 轴上,点 A 的坐标是$(-3,0)$. 求点 B,C,D 的坐标.

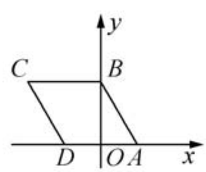


例 5

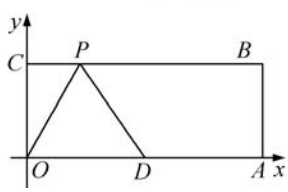
变式 1(等级一)　(1) 点 $M(4,\sqrt{3})$关于 x 轴的对称点的坐标为________.

(2)已知点 $A(a,4)$关于 y 轴的对称点B 的坐标为$(-2,b)$,则 $a+b$ $=$________.

变式 2(等级一)　如图,在直角坐标系中,菱形 $ABCD$ 的边长是 2,点 B 在 y 轴上,原点 O 为 AD 的中点. 求点 A,B,C,D 的坐标.



变式 3(等级二)　如图,在直角坐标系中,点 O 为坐标原点,四边形 $OABC$ 是矩形,点 A,C 的坐标分别为 $A(10,0)$,$C(0,4)$,点 D 是 OA 的中点,点 P 在 BC 边上运动. 当$\triangle ODP$ 是腰长为 5 的等腰三角形时,点 P 的坐标为________________.



第 11 课时　实　数(3)

例 6

变式 1(等级一)　用计算器求$\sqrt{8}+\sqrt[3]{6}$的近似值,其按键顺序正确的是　　(　　)

A. $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{8}$ $\boxed{+}$ $\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{\sqrt[3]{\ }}$ $\boxed{6}$ $\boxed{=}$

B. $\boxed{8}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{+}$ $\boxed{\text{2ndF}}$ $\boxed{6}$ $\boxed{\sqrt[3]{\ }}$ $\boxed{=}$

C. $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{8}$ $\boxed{+}$ $\boxed{\sqrt[3]{\ }}$ $\boxed{6}$ $\boxed{=}$

D. $\boxed{8}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$ $\boxed{+}$ $\boxed{6}$ $\boxed{\sqrt[3]{\ }}$ $\boxed{=}$

变式 2(等级一)　用计算器计算 $2+\sqrt{21}-\sqrt[3]{38}$的近似值(精确到 0.01).

例 7

变式 1(等级一)　用计算器计算(精确到 0.001):

(1)$2\sqrt{3.988}$;　　(2)$3\sqrt[3]{0.6}$.

变式 2(等级二)　计算(精确到 0.01):

(1)$3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$;　　(2)$\frac{1}{2}+2\sqrt{3}$.

例 8

变式(等级二)　已知某圆柱的体积 $V=\frac{1}{6}\pi d^3$(d 为圆柱的底面直径).

(1)用 V 表示 d;

(2)当 $V=110\ \text{cm}^3$ 时,求 d 的值(精确到 0.1).

第 8 章　一元一次不等式

第 1 课时　不等式的基本性质(1)

例 1

变式(等级一)　(1)比较-2与$1-\sqrt{5}$的大小;

(2)比较$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$与$\frac{2+\sqrt{3}}{2}$的大小.

例 2

变式 1(等级一)　当$x=-\sqrt{2}$,-4,-5时,分别比较代数式$3x-7$与$5x+1$值的大小.

变式 2(等级一)　当$x=2\sqrt{3}$,$3+\sqrt{3}$时,分别比较代数式$3x-1$的值与11的大小.

第 2 课时　不等式的基本性质(2)

例 3

变式 1(等级一)　(1)若 $a<b$,则下列结论不一定成立的是　(　　)

A. $a-1<b-1$　　B. $2a<2b$

C. $-\frac{a}{3}>-\frac{b}{3}$　　D. $a^2<b^2$

(2)(2019 · 广安)若 $m>n$,下列不等式不一定成立的是　(　　)

A. $m+3>n+3$　　B. $-3m<-3n$

C. $\frac{m}{3}>\frac{n}{3}$　　D. $m^2>n^2$

变式 2(等级一)　(1)下列不等式变形正确的是　(　　)

A. 由 $a>b$,得 $ac>bc$　　B. 由 $a>b$,得 $-2a>-2b$

C. 由 $a>b$,得 $-a<-b$　　D. 由 $a>b$,得 $a-2<b-2$

(2)当 $0<x<1$ 时,x^2,x,$\frac{1}{x}$的大小顺序是　(　　)

A. $x^2<x<\frac{1}{x}$　　B. $\frac{1}{x}<x<x^2$

C. $\frac{1}{x}<x^2<x$　　D. $x<x^2<\frac{1}{x}$

变式 3(等级二)　判断下列不等式的变形是否正确.

(1)若 $a<b$,且 $c\neq0$,则$\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$;　(　　)

(2)若 $a>b$,则 $1-a^2<1-b^2$;　(　　)

(3)若 $a>b$,则 $ac^2>bc^2$;　(　　)

(4)若 $ac^2<bc^2$,则 $a<b$.　(　　)

例 4

变式 1（等级一）　用“>”或“<”填空：

(1)若 $a>b$，则 $2a+1$ ____ $2b+1$；

(2)若 $a<b$，$c>0$，则 $ac+c$ ____ $bc+c$；

(3)若 $a>0$，$b<0$，$c<0$，则 $(a-b)c$ ______ 0.

变式 2（等级二）　(1)若 $x+a<y+a$，$ax>ay$，则　（　　）

A. $x<y$，$a>0$　　B. $x<y$，$a<0$

C. $x>y$，$a>0$　　D. $x>y$，$a<0$

(2)(2019·桂林)如果 $a>b$，$c<0$，那么下列不等式成立的是　（　　）

A. $a+c>b$　　B. $a+c>b-c$

C. $ac-1>bc-1$　　D. $a(c-1)<b(c-1)$

变式 3（等级二）　(1)当 x 取下列值时，比较 $2x$ 与 x^2+1 的大小：

当 $x=2$ 时，$2x$ ________ x^2+1；

当 $x=1$ 时，$2x$ ________ x^2+1；

当 $x=-1$ 时，$2x$ ________ x^2+1；

(2)任取几个 x 的值，计算并比较 $2x$ 与 x^2+1 的大小；

(3)无论 x 取什么值，$2x$ 与 x^2+1 总有这样的大小关系吗？试说明理由.

第 3 课时　一元一次不等式(1)

例 1

变式 1(等级一)　在数轴上表示下列不等式的解集:

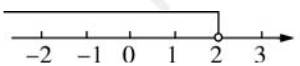
(1)$x \geqslant -1$;

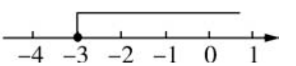
(2)$x < -2$;

(3)$x > 2\frac{1}{2}$;

(4)$x \leqslant -1.5$.

变式 2(等级二)　观察下图回答下列问题:



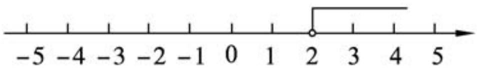


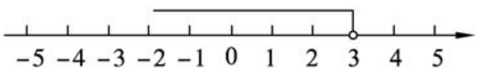
(1)观察左图,不等式 $x < 2$ 有多少个整数解?有多少个非负整数解?

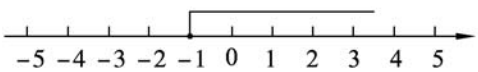
(2)观察右图,不等式 $x \geqslant -3$ 有多少个负整数解?有多少个非正整数解?

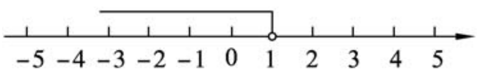
例 2

变式 1（等级一）　写出下列各数轴上所表示的不等式的解集：

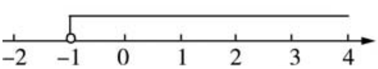
（1）

（2）

（3）

（4）

变式 2（等级二）　已知关于 x 的不等式 $x>\frac{a-3}{2}$ 的解集表示在数轴上如图所示，则 a 的值是________.



第 4 课时　一元一次不等式(2)

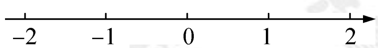
例　下列各式:(1)$-x\geqslant 5$;(2)$y-3x<0$;(3)$\frac{x}{\pi}+5<0$;(4)$x^2+x\neq 3$;(5)$\frac{3}{x}+3\leqslant 3x$;(6)$x+2<0$.其中是一元一次不等式的有(　　)

A. 2 个　　B. 3 个　　C. 4 个　　D. 5 个

变式(等级一)　若$(m+1)x^{|m|}+2>0$是关于x的一元一次不等式,则$m=$________.

例 3

变式 1(等级一)　解不等式$3x-1\geqslant 2(x-1)$,并把它的解集在数轴上表示出来.



变式 2(等级二)　求不等式$2x+9\geqslant 3(x+2)$的正整数解.

例 4

变式 1(等级一)　小明解不等式$\frac{1+x}{2}-\frac{2x+1}{3}\leqslant 1$的过程如下.请指出他解答过程中错误步骤的序号,并写出正确的解答过程.

解:去分母,得 $3(1+x)-2(2x+1)\leqslant 1$.　①

去括号,得 $3+3x-4x+1\leqslant 1$.　②

移项,得 $3x-4x\leqslant 1-3-1$.　③

合并同类项,得 $-x\leqslant -3$.　④

系数化为 1,得 $x\leqslant 3$.　⑤

变式 2(等级二)　(1)已知关于 x, y 的二元一次方程组$\begin{cases}2x+y=3k-1,\\x+2y=-2\end{cases}$的解满足 $x+y>2$,则 k 的取值范围是________.

(2)(2019·鄂州)若关于 x, y 的二元一次方程组$\begin{cases}x-3y=4m+3,\\x+5y=5\end{cases}$的解满足 $x+y\leqslant 0$,则 m 的取值范围是________.

第5课时　列一元一次不等式解应用题

例 1

变式 1（等级一）　为有效开展“阳光体育”活动，某校计划购买篮球和足球共 50 个，购买资金不超过 3 000 元. 若每个篮球 80 元，每个足球 50 元，则篮球最多可购买　　（　　）

A. 16 个　　B. 17 个　　C. 33 个　　D. 34 个

变式 2（等级一）　2018 年国内航空公司规定：旅客乘机时，免费携带的行李箱的长、宽、高之和不超过 115 cm. 若行李箱的宽为 20 cm，长与高的比为 8∶11，则符合此规定的行李箱高度的最大值为________ cm.

例 2

变式 1（等级一）　某工程队要招聘甲、乙两种工种的工人共 150 名，甲、乙两种工种的工人月工资分别为 3 500 元和 5 000 元. 现要求招聘的乙工种人数不少于招聘的甲工种人数的 2 倍，请问甲、乙两种工种各招聘多少人时，可使得每月所付的工资总额最少？

变式 2(等级二)　(2019·聊城)某商场的运动服装专柜,对 A,B 两种品牌的运动服分两次采购试销后,效益可观,计划继续采购进行销售.已知这两种服装过去两次的进货情况如下表.

	第一次	第二次
A 品牌运动服装数/件	20	30
B 品牌运动服装数/件	30	40
累计采购款/元	10 200	14 400

(1)问 A,B 两种品牌运动服的进货单价各是多少元;

(2)由于 B 品牌运动服的销量明显好于 A 品牌,商家决定采购 B 品牌的件数比 A 品牌件数的 $\frac{3}{2}$ 倍多 5 件,在采购总价不超过 21 300 元的情况下,最多能购进多少件 B 品牌运动服?

变式3(等级二) “绿水青山就是金山银山.”某旅游景区为了保护环境,需购买A,B两种型号的垃圾处理设备共10台.已知A型设备每台日处理能力为12吨,B型设备每台日处理能力为15吨,购买的设备日处理能力之和不低于140吨.

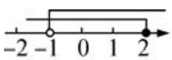
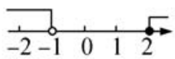
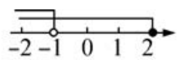
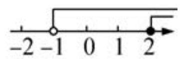
(1)请你为该景区设计购买A,B两种设备的方案;

(2)已知A型设备每台价格为3万元,B型设备每台价格为4.4万元.厂家为了促销产品,规定货款不低于40万元时,按9折优惠.采用(1)中设计的哪种方案,可使得购买费用最少?为什么?

第 6 课时　一元一次不等式组(1)

例 1

变式 1(等级一)　(1)把不等式组$\begin{cases}x+1\geqslant 3,\\-2x-6>-4\end{cases}$中每个不等式的解集在同一条数轴上表示出来,正确的为　(　　)

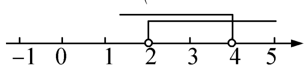

A.

B.

C.

D.

(2)已知点 $P(1-a,2a+6)$在第四象限,则 a 的取值范围是(　　)

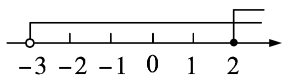
A. $a<-3$　　B. $-3<a<1$　　C. $a>-3$　　D. $a>1$

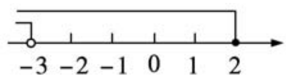
(3)下列某不等式组的解集在数轴上表示如图所示,则该不等式组是　(　　)

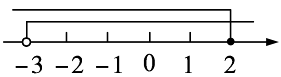
A. $\begin{cases}x-1<3,\\x+1<3\end{cases}$　B. $\begin{cases}x-1<3,\\x+1>3\end{cases}$　C. $\begin{cases}x-1>3,\\x+1>3\end{cases}$　D. $\begin{cases}x-1>3,\\x+1<3\end{cases}$

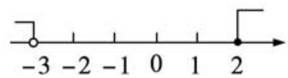


(4)(2019・梧州)不等式组$\begin{cases}2x+6>0,\\2-x\geqslant 0\end{cases}$的解集在数轴上表示为　(　　)

A. 

B. 

C. 

D. 

变式 2（等级二） 若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases}6-3(x+1)<x-9,\\x-m>-1\end{cases}$ 的解集是 $x>3$，则 m 的取值范围是（　　）

A. $m>4$　　B. $m\geqslant 4$　　C. $m<4$　　D. $m\leqslant 4$

变式 3（等级二） (1)(2019·广安)点 $M(x-1,-3)$ 在第四象限，则 x 的取值范围是________.

(2)(2019·铜仁)如果不等式组 $\begin{cases}x<3a+2,\\x<a-4\end{cases}$ 的解集是 $x<a-4$，则 a 的取值范围是________.

变式 4（等级二） 解不等式组：

(1) $\begin{cases}\dfrac{x-2}{3}<1,\\2x+16>14;\end{cases}$

(2) $\begin{cases}3x-5<x+1,\\\dfrac{3x-4}{6}\leqslant\dfrac{2x-1}{3}.\end{cases}$

变式 5（等级二） 解不等式组 $\begin{cases}2x-7<3(x-1),①\\5-\dfrac{1}{2}(x+4)\geqslant x,②\end{cases}$ 并将解集在数轴上表示出来.

第7课时　一元一次不等式组(2)

例 2

变式 1(等级一)　(1)不等式组$\begin{cases}3x+1\geqslant 5x,\\ \dfrac{x-1}{2}>-2\end{cases}$的解集为________.

(2)(2019·东营)不等式组$\begin{cases}x-3(x-2)>4,\\ \dfrac{2x-1}{5}\leqslant\dfrac{x+1}{2}\end{cases}$的解集为________.

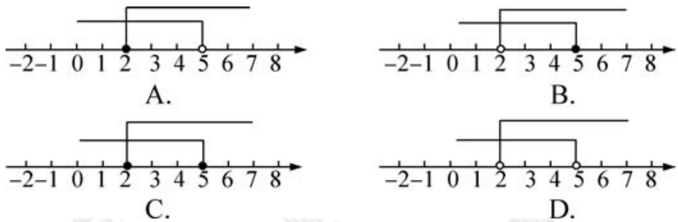
变式 2(等级二)　(1)解不等式组$\begin{cases}x-\dfrac{3}{2}(2x-1)\leqslant 4,① \\ \dfrac{1+3x}{2}>2x-1,②\end{cases}$并写出$x$的所有整数解.

(2)(2019·宜昌)解不等式组$\begin{cases}x>\dfrac{1-x}{2},\\ 3\left(x-\dfrac{7}{3}\right)<x+1,\end{cases}$并求此不等式组的整数解.

变式 3（等级二）　若不等式组$\begin{cases}x-a>2,\\ b-2x>0\end{cases}$的解集是$-1<x<1$，则$(a+b)^{2\,019}=$________.

例 3

变式 1（等级一）　已知不等式$\frac{2-x}{2}\leqslant\frac{2x-4}{3}<\frac{x-1}{2}$，其解集在数轴上表示正确的是　（　　）



变式 2（等级一）　用两种方法求不等式$-7<2x-1<3$的整数解.

变式 3（等级二）　已知不等式$2<x<a$的解集中共包含 5 个整数解，则a的取值范围是　（　　）

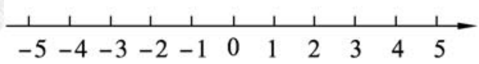
A. $7<a\leqslant8$　　B. $6<a\leqslant7$　　C. $7\leqslant a<8$　　D. $7\leqslant a\leqslant8$

第 8 课时　一元一次不等式复习课

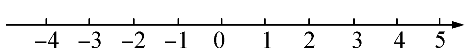
例1　解不等式$\frac{3x-2}{2}\leqslant 2$,并把它的解集表示在数轴上.

变式 1(等级一)　解不等式$\frac{5x-1}{3}<x+1$,并把它的解集在数轴上表示出来.

变式 2(等级一)　(2019・攀枝花)解不等式$\frac{x-2}{5}-\frac{x+4}{2}>-3$,并把它的解集在数轴上表示出来.



例2　解不等式组$\begin{cases}2x+1>x,\\ \frac{x+5}{2}-x\geqslant 1,\end{cases}$并把解集在数轴上表示出来.



变式 1(等级二) (1)不等式组$\begin{cases}1-2x<3,\\ \dfrac{x+1}{2}\leqslant 2\end{cases}$的正整数解的个数是 ( )

A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

(2)(2019 · 广元)不等式组$\begin{cases}3(x+1)>x-1,\\ \dfrac{x+7}{2}\geqslant 2x-1\end{cases}$的非负整数解的个数是 ( )

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

变式 2(等级二) (1)关于 x 的不等式组$\begin{cases}2(x-1)>4,\\ a-x<0\end{cases}$的解集为 $x>3$,那么 a 的取值范围为 ( )

A. $a>3$ B. $a<3$ C. $a\geqslant 3$ D. $a\leqslant 3$

(2)不等式组$\begin{cases}\dfrac{x-1}{3}-\dfrac{1}{2}x<-1,\\ 4(x-1)\leqslant 2(x-a)\end{cases}$有 3 个整数解,则 a 的取值范围是 ( )

A. $-6\leqslant a<-5$ B. $-6<a\leqslant -5$

C. $-6<a<-5$ D. $-6\leqslant a\leqslant -5$

变式 3(等级二) (1)(2019 · 包头)已知不等式组$\begin{cases}2x+9>-6x+1,\\ x-k>1\end{cases}$的解集为 $x>-1$,则 k 的取值范围是______.

(2)(2019 · 宜宾)若关于 x 的不等式组$\begin{cases}\dfrac{x-2}{4}<\dfrac{x-1}{3},\\ 2x-m\leqslant 2-x\end{cases}$有且只有两个整数解,则 m 的取值范围是________.

例3　某自行车经销商计划投入7.1万元购进100辆A型和30辆B型自行车,其中B型车单价比A型车单价的6倍少60元.

(1)求A,B两种型号自行车的单价;

(2)后来由于该经销商资金紧张,实际投入购车的资金不超过5.86万元,但购进自行车的总数不变,那么至多能购进B型车多少辆?

变式(等级二)　某商场购进甲、乙两种商品,购进甲种商品共用了2 000元,购进乙种商品共用了2 400元.已知乙种商品进货单价比甲种商品进货单价多8元,且购进的甲、乙两种商品件数相同.

(1)求甲、乙两种商品的进货单价;

(2)该商场将购进的甲、乙两种商品进行销售,甲种商品的销售单价为60元,乙种商品的销售单价为88元.销售过程中发现甲种商品销量不好,商场决定:甲种商品销售一定数量后,将剩余的甲种商品按原销售单价的七折销售;乙种商品销售单价保持不变.要使两种商品全部售完后利润总额不少于2 460元,甲种商品按原销售单价应至少销售多少件?

章末测试

一、选择题

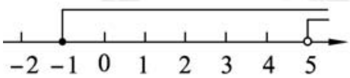
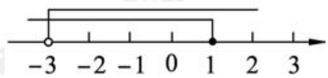
1. 若 $m>n$,则下列不等式正确的是 (　　)

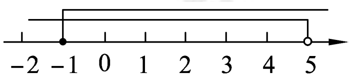
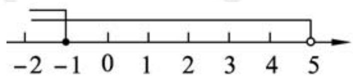
A. $m-2<n-2$　B. $\frac{m}{4}>\frac{n}{4}$　C. $6m<6n$　D. $-8m>-8n$

2. (2019·凉山州)不等式 $1-x\geqslant x-1$ 的解集是 (　　)

A. $x\geqslant1$　B. $x\geqslant-1$　C. $x\leqslant1$　D. $x\leqslant-1$

3. (2019·威海)解不等式组 $\begin{cases}3-x\geqslant4, ①\\ \frac{2}{3}x+1>x-\frac{2}{3} ②\end{cases}$ 时,不等式①②的解集在同一条数轴上表示正确的是 (　　)

A. 
B. 

C. 
D. 

4. 已知关于 x 的不等式 $3x-m+1>0$ 的最小整数解为 2,则实数 m 的取值范围是 (　　)

A. $4\leqslant m<7$　B. $4<m<7$　C. $4\leqslant m\leqslant7$　D. $4<m\leqslant7$

5. (2019·聊城)若不等式组 $\begin{cases}\frac{x+1}{3}<\frac{x}{2}-1,\\ x<4m\end{cases}$ 无解,则 m 的取值范围为 (　　)

A. $m\leqslant2$　B. $m<2$　C. $m\geqslant2$　D. $m>2$

6. 甲从商贩 A 处购买了若干千克西瓜,又从商贩 B 处购买了若干千克西瓜,甲从 A,B 两处所购买的西瓜质量之比为 3∶2.然后他将买回的西瓜以从 A,B 两处购买单价的平均数为单价全部卖给了乙,结果发现他赔钱了,这是因为 (　　)

A. 商贩 A 西瓜的单价大于商贩 B 西瓜的单价

B. 商贩 A 西瓜的单价等于商贩 B 西瓜的单价

C. 商贩 A 西瓜的单价小于商贩 B 西瓜的单价

D. 赔钱与商贩 A、商贩 B 西瓜的单价无关

二、填空题

7. 已知 $m>6$，则关于 x 的不等式 $(6-m)x<m-6$ 的解集为________.

8. 写出不等式 $5x+3<3(2+x)$ 所有的非负整数解：________.

9. (2019·邵阳)不等式组 $\begin{cases} x+4<3, \\ \dfrac{1-x}{3}\leqslant 1 \end{cases}$ 的解集是________.

10. (2019·黑龙江)若关于 x 的一元一次不等式组 $\begin{cases} x-m>0, \\ 2x+1>3 \end{cases}$ 的解集为 $x>1$，则 m 的取值范围是________.

三、解答题

11. (1)解不等式 $\dfrac{3x-2}{2}\leqslant 5$，并把它的解集表示在数轴上.

(2)解不等式组 $\begin{cases} \dfrac{10-x}{3}\leqslant 2x+1, \\ x-2<0, \end{cases}$ 并把它的解集在数轴上表示出来.

(3)(2019·新疆)解不等式组 $\begin{cases} 2x+3(x-2)<4, \\ \dfrac{x+3}{2}<\dfrac{2x-5}{3}+3, \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来.

12. 已知关于 x,y 的方程组 $\begin{cases} x-y=3, \\ 2x+y=6a \end{cases}$ 的解满足不等式 $x+y<3$，求实数 a 的取值范围.

13. 某学校为学生安排宿舍.若每间 5 人，则还有 14 人安排不下；若每间 7 人，则有一间不足 7 人.问学校至少有几间房可以安排学生住宿.

14. (2019·滨州)有甲、乙两种客车，2 辆甲种客车与 3 辆乙种客车的总载客量为 180 人，1 辆甲种客车与 2 辆乙种客车的总载客量为 105 人.

(1)请问 1 辆甲种客车与 1 辆乙种客车的载客量分别为多少人?

(2)某学校组织 240 名师生集体外出活动，拟租用甲、乙两种客车共 6 辆，一次将全部师生送到指定地点.若每辆甲种客车的租金为 400 元，每辆乙种客车的租金为 280 元，请给出最节省费用的租车方案，并求出最低费用.

参考答案

第 6 章　平行四边形

第 1 课时　平行四边形及其性质(1)

例 1

变式 1　D　**解析:**$\because AC=4$ cm,$\triangle ACD$ 的周长为 13 cm,
$\therefore AD+CD=13-4=9$(cm).
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore AB=CD,AD=BC$. $\therefore$ 平行四边形的周长为 $2(AD+CD)=2\times 9=18$(cm). 故选 D.

变式 2　40　**解析:**$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
$\therefore \angle C=\angle A=70^\circ$.
$\because DC=DB$,
$\therefore \angle DBC=\angle C=70^\circ$.
$\therefore \angle CDB=180^\circ-\angle C-\angle DBC=180^\circ-70^\circ-70^\circ=40^\circ$.

变式 3　C　**解析:**$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
$\therefore AD /\!/ BC$.
$\because \angle B=60^\circ$,
$\therefore \angle BAD=180^\circ-\angle B=120^\circ$.
$\because AE$ 平分 $\angle BAD$,
$\therefore \angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAD=60^\circ$.
$\therefore \triangle ABE$ 是等边三角形.
$\because AB=3$,
$\therefore AE=AB=3$.

变式 4　$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore AB=CD,AD=BC,\angle A=\angle C$.
$\because$ 点 E,F 分别是边 BC,AD 的中点,
$\therefore AF=CE$.
在 $\triangle ABF$ 与 $\triangle CDE$ 中,
$\begin{cases} AB=CD, \\ \angle A=\angle C, \\ AF=CE, \end{cases}$
$\therefore \triangle ABF\cong\triangle CDE$(SAS).
$\therefore \angle ABF=\angle CDE$.

变式 5　$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
$\therefore AD=BC,AB=DC,\angle A=\angle C$.
$\because E,F$ 分别是▱$ABCD$ 边 AD,BC 的中点,
$\therefore AE=\frac{1}{2}AD,CF=\frac{1}{2}BC$.
$\therefore AE=CF$.
在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中,
$\begin{cases} AB=CD, \\ \angle A=\angle C, \\ AE=CF, \end{cases}$
$\therefore \triangle ABE\cong\triangle CDF$(SAS).
$\therefore BE=DF$.

变式 6　$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
$\therefore AD /\!/ BC,AD=BC,\angle A=\angle C$.
$\therefore \angle E=\angle F$.
又 $\because BE=DF$,
$\therefore AD+DF=CB+BE$,
即 $AF=CE$.
在 $\triangle CEH$ 和 $\triangle AFG$ 中,
$\begin{cases} \angle E=\angle F, \\ EC=FA, \\ \angle C=\angle A, \end{cases}$
$\therefore \triangle CEH\cong\triangle AFG$(ASA).
$\therefore AG=CH$.

第 2 课时　平行四边形及其性质(2)

例 2

变式 1　14

变式 2　1 cm$<AD<$4 cm

变式 3　∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$OA=OC$，$OB=OD$.

∵点 E，F 分别是 OA，OC 的中点，

∴$OE=\frac{1}{2}OA=OF=\frac{1}{2}OC$.

在△BOE 和△DOF 中，

$$\begin{cases}OB=OD,\\ \angle BOE=\angle DOF,\\ OE=OF,\end{cases}$$

∴△BOE≌△DOF(SAS).

∴$BE=DF$.

变式 4　C

变式 5　∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB=CD$，$BC=AD$，$OA=OC$，$OB=OD$.

∵平行四边形 $ABCD$ 的周长为 80 cm，

∴$AB+BC+CD+DA=80$ cm.

∴$AB+BC=40$ cm.

∵△AOB 的周长比△BOC 的长 4 cm，

∴$AB+OA+OB=OB+OC+BC+4$.

∴$AB-BC=4$ cm.

解得 $AB=22$ cm，$BC=18$ cm.

第 3 课时　平行四边形的判定(1)

例 1

变式 1　D

变式 2　(1)两组对边分别相等的四边形是平行四边形

(2)$AD\parallel BC$(答案不唯一)

变式 3　∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$CD=AB$，$AD=CB$，$\angle DAB=\angle BCD$.

又∵△ADE 和△BCF 都是等边三角形，

∴$DE=BF$，$AE=CF$，$\angle DAE=\angle BCF=60°$.

∵$\angle DCF=\angle BCD-\angle BCF$，$\angle BAE=\angle DAB-\angle DAE$，

∴$\angle DCF=\angle BAE$.

∴△DCF≌△BAE(SAS).

∴$DF=BE$.

∴四边形 $BEDF$ 是平行四边形.

变式 4　∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，$AD=BC$.

∵点 E，F 分别是 AD，BC 的中点，

∴$AE=\frac{1}{2}AD$，$FC=\frac{1}{2}BC$.

∴$AE\parallel FC$，$AE=FC$.

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形.

∴$GF\parallel EH$.

同理可证 $GE\parallel FH$.

∴四边形 $EGFH$ 是平行四边形.

第 4 课时　平行四边形的判定(2)

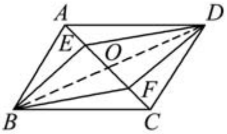
例 2

变式 1　B

变式 2　$AE=FC$(答案不唯一)

解析：连接 BD，与 AC 交于点 O. 因为四边形 $ABCD$ 是平行四边形，所以 $BO=DO$，$AO=CO$. 又因为 $AE=FC$，所以 $OE=OF$. 根据对角线互相平分的四

边形是平行四边形，可得四边形 $BEDF$ 是平行四边形.



变式 3　四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 理由如下：

∵四边形 $EFGH$ 是平行四边形，

∴$OE=OG$，$OF=OH$.

∵点 E，F，G，H 分别是 AO，BO，CO，DO 的中点，

∴$OA=2OE$，$OB=2OF$，$OC=2OG$，$OD=2OH$.

∴$OA=OC$，$OB=OD$.

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

变式 4　连接 AC，与 BD 交于点 O.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$OA=OC$，$OB=OD$.

又∵$BE=DF$，∴$OE=OF$.

∴四边形 $AECF$ 是平行四边形.

变式 5　四边形 $BECF$ 是平行四边形. 理由如下：

∵$CF\parallel BE$，

∴$\angle FCD=\angle EBD$.

∵点 D 是 BC 的中点，

∴$CD=BD$.

∵$\angle FDC=\angle EDB$，

∴$\triangle CDF\cong\triangle BDE$(ASA).

∴$DE=DF$.

∴四边形 $BECF$ 是平行四边形.

第 5 课时　特殊的平行四边形(1)

例 1

变式 1　B

变式 2　3　**解析：**∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$BD=AC=6$.

∴$OD=\frac{1}{2}BD=3$.

变式 3　20°　**解析：**连接 AC.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $AD\parallel BE$，$AC=BD$，且 $\angle ADB=\angle CAD=40^\circ$.

∴$\angle E=\angle DAE$.

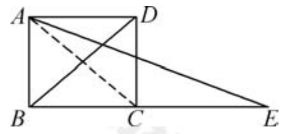
又∵$BD=CE$，

∴$CE=CA$. ∴$\angle E=\angle CAE$.

∵ $\angle CAD=\angle CAE+\angle DAE$，

∴$\angle E+\angle E=40^\circ$，

即$\angle E=20^\circ$.



变式 4　D　**解析：**在矩形 $ABCD$ 中，$OA=OB$.

∵ $\angle AOB=60^\circ$，

∴$\triangle AOB$ 是等边三角形.

∴$AB=OB$，$\angle ABO=60^\circ$.

∵AE 是$\angle BAD$ 的平分线，

∴$\triangle ABE$ 是等腰直角三角形.

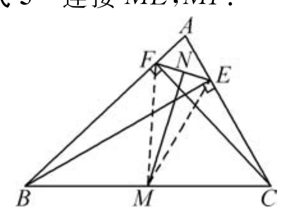
∴$AB=BE$. ∴$OB=BE$.

∴$\angle BOE=\angle BEO$.

又∵$\angle OBC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$，

∴ $\angle BOE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$.

变式 5　连接 ME，MF.



∵BE，CF 分别是 AC 和 AB 边上对应的高，

∴$\triangle BFC$ 和$\triangle BEC$ 为直角三

角形.
∵点 M 是 BC 的中点,
∴$ME=\frac{1}{2}BC$,$MF=\frac{1}{2}BC$(直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半).
∴$ME=MF$.
又∵点 N 为 EF 的中点,
∴$MN\perp EF$.

第6课时 特殊的平行四边形(2)

例 (1)∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
∴$AB/\!/CD$,$AB=CD$.
∴$\angle AFG=\angle DCG$.
∵点 G 为 AD 的中点,
∴$GA=GD$.
∵$\angle AGF=\angle DGC$,
∴$\triangle AGF\cong\triangle DGC$(AAS).
∴$AF=CD$.
∴$AB=AF$.
(2)四边形 $ACDF$ 是矩形.证明如下:
∵$AF=CD$,$AF/\!/CD$,
∴四边形 $ACDF$ 是平行四边形.
∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
∴$\angle FAG=\angle ABC=180^\circ-\angle BCD=60^\circ$.
∵$AB=AG=AF$,
∴$\triangle AFG$ 是等边三角形.
∴$AG=GF$.
∵$\triangle AGF\cong\triangle DGC$,
∴$FG=CG$,$AG=DG$.
∴$AD=CF$.
∴四边形 $ACDF$ 是矩形.

变式1 方案如下:
①用卷尺分别比较 AB 与 CD,AD 与 BC 的长度.当 $AB=CD$,且 $AD=BC$ 时,四边形 $ABCD$ 为平行四边形;否则四边形 $ABCD$ 不是平行四边形,从而不是矩形.
②当四边形 $ABCD$ 是平行四边形时,用卷尺比较对角线 AC 与 BD 的长度.当 $AC=BD$ 时,四边形 $ABCD$ 是矩形;否则四边形 $ABCD$ 不是矩形.

变式2 C

变式3 当点 O 运动到 AC 的中点(或 $OA=OC$)时,四边形 $AECF$ 是矩形.
证明如下:∵CE 平分$\angle BCA$,
∴$\angle ECB=\angle ACE$.
∵$MN/\!/BC$,
∴$\angle ECB=\angle FEC$.
∴$\angle FEC=\angle ACE$.
∴$EO=CO$.
同理 $FO=CO$.
∴$EO=FO=CO$.
又∵$OA=OC$,
∴$OA=OC=\frac{1}{2}AC=OE=OF=\frac{1}{2}EF$.
∴四边形 $AECF$ 是矩形.

变式4 (1)∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
∴$\angle B=\angle D$,$AB=CD$,$AD/\!/BC$.
∵$AE\perp BC$,$CF\perp AD$,
∴$\angle AEB=\angle AEC=\angle CFD=\angle AFC=90^\circ$.
在$\triangle ABE$ 和$\triangle CDF$ 中,
$$\begin{cases}\angle B=\angle D,\\ \angle AEB=\angle CFD,\\ AB=CD,\end{cases}$$
∴$\triangle ABE\cong\triangle CDF$(AAS).
(2)∵$AD/\!/BC$,

$\therefore \angle EAF=\angle AEB=90°$.

$\therefore \angle EAF=\angle AEC=\angle AFC=90°$.

∴四边形 $AECF$ 是矩形.

第 7 课时　特殊的平行四边形(3)

例 1　(1)$\because CE/\!/BD, DE/\!/AC$,

∴四边形 $OCED$ 是平行四边形.

∵四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC\perp BD$.

$\therefore \angle COD=90°$.

∴四边形 $OCED$ 是矩形.

(2)4　**解析:**∵四边形 $OCED$ 是矩形,

$\therefore OD=CE=1, OC=DE=2$.

∵四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore BD=2OD=2, AC=2OC=4$.

∴菱形 $ABCD$ 的面积是 $\frac{1}{2}\times 2\times 4=4$.

变式 1　C

变式 2　(1)∵四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB=AD, AD/\!/BC$.

$\therefore \angle BPA=\angle DAE$.

$\because \angle ABC=\angle AED$,

$\therefore \angle BAF=\angle ADE$.

$\because \angle ABF=\angle BPF, \angle BPA=\angle DAE$,

$\therefore \angle ABF=\angle DAE$.

$\because AB=DA$,

$\therefore \triangle ABF\cong\triangle DAE$(ASA).

(2)$\because \triangle ABF\cong\triangle DAE$,

$\therefore AE=BF, DE=AF$.

$\because AF=AE+EF=BF+EF$,

$\therefore DE=BF+EF$.

例 2　(1)$\because OA=OC, OB=OD$,

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

$\therefore AD/\!/BC$.

$\therefore \angle EAO=\angle FCO$.

$\because \angle AOE=\angle COF$,

$\therefore \triangle AOE\cong\triangle COF$(ASA).

(2)四边形 $BEDF$ 是菱形.理由如下:

$\because \triangle AOE\cong\triangle COF$,

$\therefore AE=CF$.

$\because AD=BC$,

$\therefore DE=BF$.

$\because DE/\!/BF$,

∴四边形 $BEDF$ 是平行四边形.

$\because EF\perp BD$,

∴四边形 $BEDF$ 是菱形.

变式　(1)$\because AF/\!/BC$,

$\therefore \angle AFE=\angle DBE, \angle FAE=\angle EDB$.

∵点 E 是 AD 的中点,

$\therefore AE=DE$.

$\therefore \triangle AEF\cong\triangle DEB$(AAS).

(2)$\because \triangle AEF\cong\triangle DEB$,

$\therefore AF=DB$.

∵点 D 是 BC 的中点,

$\therefore DB=DC$.

$\therefore AF=CD$.

$\because AF/\!/BC$,

∴四边形 $ADCF$ 是平行四边形.

$\because \angle BAC=90°$,点 D 是 BC 的中点,

$\therefore AD=\frac{1}{2}BC=DC$.

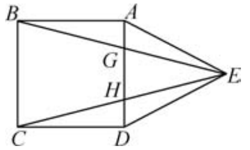
∴四边形 $ADCF$ 是菱形.

第 8 课时　特殊的平行四边形(4)

例 2

变式 1　30°或 150°　**解析:**有两种情况.

①如图.



∵四边形 $ABCD$ 为正方形，$\triangle ADE$ 为等边三角形，

∴$AB=CD=AD=AE=DE$，$\angle BAD=\angle ADC=90°$，$\angle AED=\angle ADE=\angle DAE=60°$.

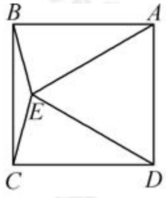
∴$\angle BAE=\angle CDE=150°$.

又 $AB=AE$，$DC=DE$，

∴$\angle AEB=\angle CED=15°$.

∴$\angle BEC=\angle AED-\angle AEB-\angle CED=30°$.

②如图.



∵$\triangle ADE$ 是等边三角形，

∴$AD=DE$.

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AD=DC$.

∴$DE=DC$.

∴$\angle CED=\angle ECD$.

∵$\angle CDE=\angle ADC-\angle ADE=90°-60°=30°$，

∴$\angle CED=\angle ECD=\frac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$.

同理$\angle AEB=75°$.

∴$\angle BEC=360°-75°\times2-60°=150°$.

故答案为 30°或 150°.

变式 2 ∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=BC$，$\angle ABE=\angle C=90°$.

∵$BE=CF$，

∴$\triangle ABE\cong\triangle BCF$(SAS).

变式 3 B

变式 4 (1)∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=AD$，$\angle ABC=\angle ADC=\angle ADF=90°$.

在$\triangle ABE$ 和$\triangle ADF$ 中，

$$\begin{cases}AB=AD,\\ \angle ABE=\angle ADF,\\ BE=DF,\end{cases}$$

∴$\triangle ABE\cong\triangle ADF$(SAS).

(2)∵$\triangle ABE\cong\triangle ADF$，

∴$AE=AF$，$\angle BAE=\angle DAF$.

∵$\angle BAE+\angle EAD=90°$，

∴$\angle DAF+\angle EAD=90°$，即$\angle EAF=90°$.

∴$EF=\sqrt{2}AE=5\sqrt{2}$.

变式 5 ∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AD=AB=BC=CD$，$\angle D=\angle B=\angle C=90°$.

∵$\triangle AFE$ 是由$\triangle ADE$ 沿 AE 对折得到的，

∴$AD=AF$，$\angle D=\angle AFE=90°$.

∴$AB=AF$，$\angle B=\angle AFG=90°$.

在 Rt$\triangle ABG$ 和 Rt$\triangle AFG$ 中，

$$\begin{cases}AG=AG,\\ AB=AF,\end{cases}$$

∴Rt$\triangle ABG\cong$Rt$\triangle AFG$(HL).

∴$BG=FG$.

第 9 课时 三角形的中位线定理

例 1

变式 1 2.5 **解析**：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$AC=BD=10$，$BO=DO=\frac{1}{2}BD$.

$\therefore OD=\frac{1}{2}BD=5.$

$\because$ 点 P,Q 是 AO,AD 的中点，

$\therefore PQ$ 是 $\triangle AOD$ 的中位线.

$\therefore PQ=\frac{1}{2}DO=2.5.$

变式 2　B

变式 3　平行四边形　7

解析： $\because BD,CE$ 是 $\triangle ABC$ 的中线，

$\therefore ED\parallel BC$ 且 $ED=\frac{1}{2}BC.$

$\because$ 点 F 是 BO 的中点，点 G 是 CO 的中点，

$\therefore FG\parallel BC$ 且 $FG=\frac{1}{2}BC.$

$\therefore FG=ED$ 且 $FG\parallel ED.$

$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 是平行四边形.

$\therefore ED=FG=\frac{1}{2}BC=2,$

$GD=EF=\frac{1}{2}AO=1.5.$

$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 的周长为 $1.5+1.5+2+2=7.$

变式 4　$\because$ 点 M,E 分别是 AB,BC 的中点，

$\therefore ME=\frac{1}{2}AC.$

又 $\because AD\perp BC$，点 N 是 AC 边上的中点，

$\therefore DN=\frac{1}{2}AC.$ $\therefore ME=DN.$

变式 5　$\because BN$ 平分 $\angle ABC$，$BN\perp AE$，

$\therefore \angle ABN=\angle EBN$，$\angle ANB=\angle ENB.$

$\because BN=BN,$

$\therefore \triangle BNA\cong\triangle BNE$(ASA).

$\therefore BA=BE.$

$\therefore \triangle BAE$ 是等腰三角形.

同理 $\triangle CAD$ 是等腰三角形.

$\therefore$ 点 N 是 AE 的中点，点 M 是 AD 的中点(三线合一).

$\therefore MN$ 是 $\triangle ADE$ 的中位线.

$\because BE+CD=AB+AC=19-BC=19-7=12,$

$\therefore DE=BE+CD-BC=5.$

$\therefore MN=\frac{1}{2}DE=\frac{5}{2}.$

第 10 课时　平行四边形复习课

例 1　(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OA=OC,OB=OD.$

$\because AE=CF,$

$\therefore OE=OF.$

$\because \angle DOE=\angle BOF,$

$\therefore \triangle DOE\cong\triangle BOF$(SAS).

(2) 四边形 $EBFD$ 是矩形. 理由如下：

$\because OD=OB,OE=OF,$

$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是平行四边形.

$\because BD=EF,$

$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是矩形.

变式 1　(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB\parallel DF.$

$\therefore \angle BAE=\angle CFE.$

$\because$ 点 E 是 BC 的中点，

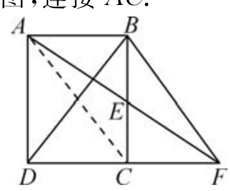
$\therefore BE=CE.$

又 $\because \angle AEB=\angle FEC,$

$\therefore \triangle AEB\cong\triangle FEC$(AAS).

$\therefore AB=CF.$

(2) 如图，连接 AC.



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边

形，$\angle BCD=90^\circ$，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形.

∴$BD=AC$.

∵$AB=CF$，$AB\parallel CF$，

∴四边形 $ACFB$ 是平行四边形.

∴$BF=AC$.

∴$BD=BF$.

变式 2 （1）∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AB=CD$，$AB\parallel CD$，$OB=OD$，$OA=OC$.

∴$\angle ABE=\angle CDF$.

∵E，F 分别为 OB，OD 的中点，

∴$BE=\frac{1}{2}OB$，$DF=\frac{1}{2}OD$.

∴$BE=DF$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle CDF$ 中，

$$\begin{cases}AB=CD,\\ \angle ABE=\angle CDF,\\ BE=DF,\end{cases}$$

∴$\triangle ABE\cong\triangle CDF$（SAS）.

（2）当 $AC=2AB$ 时，四边形 $EGCF$ 是矩形. 理由如下：

∵$AC=2OA$，$AC=2AB$，

∴$AB=OA$.

∵E 是 OB 的中点，

∴$AG\perp OB$. ∴$\angle OEG=90^\circ$.

同理 $CF\perp OD$.

∴$AG\parallel CF$，即 $EG\parallel CF$.

∵$\triangle ABE\cong\triangle CDF$，

∴$AE=FC$.

∵$EG=AE$，

∴$EG=FC$.

∴四边形 $EGCF$ 是平行四边形.

又 $\angle OEG=90^\circ$，

∴四边形 $EGCF$ 是矩形.

例 2 （1）∵点 D，E 分别是 AB，AC 的中点，

∴DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线.

∴$DE\parallel BC$.

又∵$EF\parallel AB$，

∴四边形 $DBFE$ 是平行四边形.

（2）当 $\triangle ABC$ 满足 $AB=BC$ 时，四边形 $DBFE$ 是菱形. 理由如下：

∵点 D 是 AB 的中点，

∴$BD=\frac{1}{2}AB$.

∵DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

∴$DE=\frac{1}{2}BC$.

∵$AB=BC$，

∴$BD=DE$.

又∵四边形 $DBFE$ 是平行四边形，

∴四边形 $DBFE$ 是菱形.

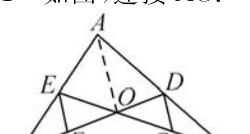
（3）当 $\triangle ABC$ 满足 $AB=BC$ 且 $\angle ABC=90^\circ$ 时，四边形 $DBFE$ 是正方形. 理由如下：

由（2）知当 $\triangle ABC$ 满足 $AB=BC$ 时，四边形 $DBFE$ 是菱形.

∵$\angle ABC=90^\circ$，

∴菱形 $DBFE$ 是正方形.

变式 1 如图，连接 AO.



∵点 F，G 分别是 BO，CO 的中点，且 BD，CE 是 $\triangle ABC$ 的中线，

∴EF，DG 分别是 $\triangle ABO$，$\triangle ACO$ 的中位线.

∴$EF\parallel AO$，$EF=\frac{1}{2}AO$，$DG\parallel AO$，$DG=\frac{1}{2}AO$.

∴$EF\parallel DG$ 且 $EF=DG$.

变式 2 1 **解析：**$\because EF$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线，$BC=6$，

$\therefore EF=\frac{1}{2}BC=3$，$EF\parallel BC$.

$\therefore \angle EDB=\angle DBC$.

又 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$，

$\therefore \angle EBD=\angle DBC$.

$\therefore \angle EBD=\angle EDB$.

$\therefore ED=BE$.

$\because AE=BE$，$AB=4$，

$\therefore BE=ED=2$.

$\therefore DF=EF-ED=3-2=1$.

变式 3 (1)四边形 $OBEC$ 是菱形. 证明如下：

$\because BE\parallel OC$，$CE\parallel OB$，

$\therefore$ 四边形 $OBEC$ 为平行四边形.

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AC=BD$，$OC=\frac{1}{2}AC$，$OB=\frac{1}{2}BD$.

$\therefore OC=OB$.

$\therefore$ 平行四边形 $OBEC$ 为菱形.

(2)四边形 $OBEC$ 是正方形. 证明如下：

$\because BE\parallel OC$，$CE\parallel OB$，

$\therefore$ 四边形 $OBEC$ 为平行四边形.

又 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore OC=OB$，且 $\angle BOC=90^\circ$.

$\therefore$ 平行四边形 $OBEC$ 为正方形.

章末测试

1. C **2.** B **3.** D **4.** D **5.** C

6. B **7.** 10

8. $AD=DC$(或 $AC\perp BD$)

9. 60° **10.** 3

11. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle BOE=\angle AOF=90^\circ$，$OB=OA$.

又 $\because AM\perp BE$，

$\therefore \angle MEA+\angle MAE=90^\circ=\angle AFO+\angle MAE$.

$\therefore \angle MEA=\angle AFO$.

$\therefore \triangle BOE\cong\triangle AOF$(AAS).

$\therefore OE=OF$.

12. 证明略.

13. 证明略.

14. (1)证明略. (2)当 $\triangle ABC$ 满足 $\angle BAC=90^\circ$ 时，四边形 $ADCE$ 是一个正方形. 证明略.

第 7 章 实 数

第 1 课时 算术平方根

例 1

变式 1 (1)$\because 14^2=196$，

$\therefore 196$ 的算术平方根是 14，

即 $\sqrt{196}=14$.

(2)$\because (\frac{8}{11})^2=\frac{64}{121}$，

$\therefore \frac{64}{121}$ 的算术平方根是 $\frac{8}{11}$，

即 $\sqrt{\frac{64}{121}}=\frac{8}{11}$.

(3)$\because 0^2=0$，

$\therefore 0$ 的算术平方根是 0，

即 $\sqrt{0}=0$.

(4)$\because$ 没有一个数的平方等于 $-\frac{49}{256}$，

$\therefore -\frac{49}{256}$ 没有算术平方根.

变式 2 (1)$\because (-8)^2=64$，$8^2=64$，

$\therefore (-8)^2$ 的算术平方根是 8，

即 $\sqrt{(-8)^2}=8$.

(2)$\because 1\frac{7}{9}=\frac{16}{9}$，$(\frac{4}{3})^2=\frac{16}{9}$，

$\therefore 1\frac{7}{9}$ 的算术平方根是 $\frac{4}{3}$，

即$\sqrt{1\frac{7}{9}}=\frac{4}{3}$.

变式 3 (1)B (2)2

例 2

变式 1 设长方形的长为 $3x$ cm,则宽为 $2x$ cm.由题意,得

$2x\cdot 3x=600$,即 $x^2=100$.

解得 $x=\sqrt{100}=10$.

所以,长方形的长为 30 cm,宽为 20 cm.

变式 2 $\because I=2v^2$,

$\therefore$ 当 $I=8$ 时,$8=2v^2$.

$\therefore v^2=4$.

$\therefore v=\sqrt{4}=2$(千米/分).

第 2 课时 勾股定理

例 1

变式 1 在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle B=90°$,$a=5$ cm,$b=13$ cm.

由勾股定理,得 $c=\sqrt{b^2-a^2}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$(cm).

所以,第三边 c 的长为 12 cm.

变式 2 (1)B (2)25 cm^2

变式 3 D

例 2

变式 1 设大树在离底部 x m 位置处折断,即 $AB=x$,则 $CB=24-x$.

在 Rt$\triangle BAC$ 中,$\angle BAC=90°$,$AC=12$.

由勾股定理,得

$CB^2=AC^2+BA^2$,

即$(24-x)^2=12^2+x^2$.

解得 $x=9$.

所以,大树在离底部 9 m 处折断.

变式 2 C

变式 3 $\because DE=AB=2.5$ 米,$BC=1.5$ 米,$\angle C=90°$,

$\therefore$ 在 Rt$\triangle ACB$ 中,由勾股定理,得 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}$

$=\sqrt{2.5^2-1.5^2}=2$(米).

$\because BD=0.5$ 米,

$\therefore$ 在 Rt$\triangle ECD$ 中,

$CE=\sqrt{DE^2-CD^2}$

$=\sqrt{2.5^2-(1.5+0.5)^2}$

$=1.5$(米).

$\therefore AE=AC-CE=2-1.5=0.5$(米).

$\therefore$ 滑杆顶端 A 下滑了 0.5 米.

第 3 课时 $\sqrt{2}$是有理数吗(1)

例 C

变式 1 (1)C (2)C (3)D

变式 2 有理数集合:

$\left\{-\frac{11}{12},-\sqrt{4},0,0.\dot{2}\dot{3},3.14,\cdots\right\}$;

无理数集合:

$\left\{\sqrt{2},-\sqrt{0.14},\sqrt{8},\frac{\pi}{4},\cdots\right\}$.

例 1

变式 1 B

变式 2 B

变式 3 (1)y 不是有理数.

理由如下:

由题意,得 $\pi y^2=5\pi$.

$\therefore y^2=5$.

$\because y>0$,$\therefore y=\sqrt{5}$.

由于$\sqrt{5}$是无理数,所以 y 是无理数,即 y 不是有理数.

(2)$\because 2.1^2=4.41$,$2.2^2=4.84$,$2.3^2=5.29$,

$\therefore$ 估计$\sqrt{5}$精确到十分位,约为 2.2.

用计算器计算$\sqrt{5}=2.236\ 06\cdots$,

$\therefore \sqrt{5}\approx 2.2$(结果精确到十分位).

第 4 课时　$\sqrt{2}$是有理数吗(2)

例 2

变式 1　AD(或 EC 或 BD)

解析:由勾股定理,得 $AD=EC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$,$3<\sqrt{10}<4$;$BD=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$,$3<\sqrt{13}<4$.故答案为 AD 或 EC 或 BD.

变式 2　B　**解析**:应用勾股定理可知正方形对角线的长度为$\sqrt{2}$.因为以 OB 为圆的半径,所以数轴上的点表示的数为$\sqrt{2}$.

变式 3　A　**解析**:∵点 P 的坐标为$(-2,3)$,

∴$OP=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{13}$.

∵点 A,P 均在以点 O 为圆心、OP 为半径的圆上,

∴$OA=OP=\sqrt{13}$.

∵$9<13<16$,

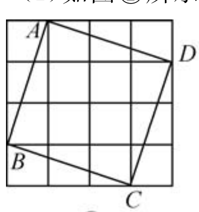
∴$3<\sqrt{13}<4$.

∵点 A 在 x 轴的负半轴上,

∴点 A 的横坐标介于-4 和-3 之间.

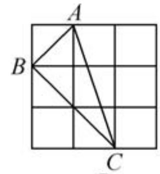
变式 4　$\sqrt{2\ 019}$　$\sqrt{n+1}$

变式 5　(1)如图①所示:

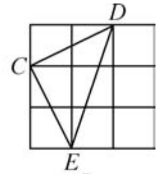


①

(2)如图②③所示(答案不唯一):



②



③

第 5 课时　勾股定理的逆定理

例 1

变式 1　A

变式 2　直角

变式 3　尝试:$A=n^4-2n^2+1+4n^2=n^4+2n^2+1$.

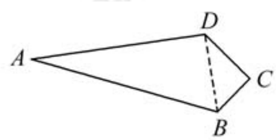
发现:∵$A=n^4+2n^2+1=(n^2+1)^2$,$A=B^2$,$B>0$,

∴$B=n^2+1$.

联想:17　37

例 2

变式 1　如图,连接 BD.



在 Rt△BCD 中,

∵$BD^2=BC^2+CD^2=3^2+4^2=25$,

∴$BD=5$.

又∵$BD^2+AD^2=25+12^2=169=AB^2$,

∴△ABD 是直角三角形.

∴$S_{四边形ABCD}=S_{\triangle BCD}+S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}\times3\times4+\frac{1}{2}\times5\times12=36$.

变式 2　(1)是.理由如下:

∵$AM^2+BN^2=1.5^2+2^2=6.25$,$MN^2=2.5^2=6.25$,

$\therefore AM^2+NB^2=MN^2$.

$\therefore$以 AM,MN,NB 为边的三角形是一个直角三角形.

$\therefore M,N$ 是线段 AB 的勾股分割点.

(2)设 $BN=x$,则 $MN=AB-AM-BN=18-x$.

①当 MN 为最长线段时,依题意得 $MN^2=AM^2+NB^2$,即$(18-x)^2=x^2+36$,解得 $x=8$;

②当 BN 为最长线段时,依题意得 $BN^2=AM^2+MN^2$,

即 $x^2=36+(18-x)^2$.

解得 $x=10$.

综上所述,$BN=8$ 或 10.

第 6 课时　平方根

例 1

变式 1　(1)$\pm\sqrt{36}=\pm6$.

(2)$\pm\sqrt{0}=0$.

(3)$\pm\sqrt{(-1.3)^2}=\pm1.3$.

(4)$\pm\sqrt{0.49}=\pm0.7$.

(5)$\pm\sqrt{\frac{64}{121}}=\pm\frac{8}{11}$.

(6)$\pm\sqrt{1\frac{24}{25}}=\pm\frac{7}{5}$.

变式 2　(1)有平方根,因为$(-3)^2=9>0$,正数有两个平方根.

(2)没有平方根,因为$-0.01<0$,负数没有平方根.

(3)没有平方根,因为$-5^2=-25<0$,负数没有平方根.

(4)$a=0$ 时,$a^2=0$,有平方根;$a\neq0$时,没有平方根,因为$-a^2<0$,负数没有平方根.

(5)有平方根,因为 $a^2-2a+2=(a-1)^2+1$,被开方数是大于或等于 1 的数.

变式 3　(1)A　(2)C

变式 4　$\frac{49}{4}$　**解析:**根据题意可知 $3x-2+5x+6=0$,解得 $x=-\frac{1}{2}$. $\therefore 3x-2=-\frac{7}{2}$,$5x+6=\frac{7}{2}$. $\therefore(\pm\frac{7}{2})^2=\frac{49}{4}$.故答案为$\frac{49}{4}$.

例 2

变式 1　(1)$\pm\sqrt{121}=\pm11$.

(2)$\sqrt{\frac{1}{4}}-\sqrt{9}=\frac{1}{2}-3=-\frac{5}{2}$.

(3)$\sqrt{(-3)^2}+\sqrt{4^2}=3+4=7$.

变式 2　(1)$\because 4x^2=25$,

$\therefore x^2=\frac{25}{4}$. $\therefore x=\pm\frac{5}{2}$.

$\therefore x=\frac{5}{2}$或$-\frac{5}{2}$.

(2)$\because(x+1)^2=\frac{25}{36}$,

$\therefore x+1=\pm\frac{5}{6}$.

$\therefore x=-\frac{1}{6}$或$-\frac{11}{6}$.

第 7 课时　立方根

例 1

变式 1　(1)$\sqrt[3]{125}=5$.

(2)$\sqrt[3]{\frac{27}{8}}=\frac{3}{2}$.

(3)$\sqrt[3]{0}=0$.

(4)$\sqrt[3]{-1}=-1$.

(5)$\sqrt[3]{(-7)^3}=-7$.

变式 2　B

例 2

变式 1　(1)$-\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}=-\sqrt[3]{\frac{64}{27}}$

$=-\frac{4}{3}$.

(2) $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}}=-\frac{4}{5}$.

(3) $\sqrt[3]{-0.001}=-0.1$.

(4) $\sqrt[3]{-(-2)^3}=2$.

变式 2 $x=4$.

例 3

变式 1 3 4 **解析:**由于 $3^3=27$, $4^3=64$,且 $27<35<64$,

$\therefore \sqrt[3]{3^3}<\sqrt[3]{35}<\sqrt[3]{4^3}$.

故 35 的立方根的大小应该在整数 3 和 4 之间.

变式 2 (1) $\because 2^3<18<3^3$, $2.6^3<18<2.7^3$,

$\therefore 2.6<\sqrt[3]{18}<2.7$.

$\therefore \sqrt[3]{18}$精确到 0.1 的不足近似值是 2.6,过剩近似值是 2.7.

(2) $\because 4^3<100<5^3$, $4.6^3<100<4.7^3$,

$\therefore 4.6<\sqrt[3]{100}<4.7$.

$\therefore \sqrt[3]{100}$精确到 0.1 的不足近似值是 4.6,过剩近似值是 4.7.

第 8 课时 用计算器求平方根和立方根

例 1

变式 1 (1) $\sqrt{2\ 019}\approx 44.93$.

(2) $\sqrt{0.201\ 9}\approx 0.45$.

(3) $-\sqrt{\frac{6}{27}}\approx -0.47$.

变式 2 3 33 333 3 333 3…3(100 个 3)

例 2

变式 1 (1) $\sqrt[3]{-765}=-\sqrt[3]{765}\approx -9.146$.

(2) $\sqrt[3]{0.426\ 255}\approx 0.753$.

(3) $-\sqrt[3]{\frac{7}{23}}\approx -0.673$.

变式 2 (1) 0.485 8, 1.536, 4.858, 15.36, 48.58, 153.6.

(2) 0.155 8, 0.335 6, 1.558, 3.356, 33.56.

观察上述计算结果与被开方数之间的关系,发现了:

第一组被开方数的小数点每向左或向右移动两位,则结果的小数点向左或向右移动一位;

第二组被开方数的小数点每向左或向右移动三位,则结果的小数点向左或向右移动一位.

第 9 课时 实 数(1)

例 1

变式 (1)有理数集合: $\left\{0,-\frac{1}{2},\sqrt{4},-\sqrt[3]{27},\frac{5}{13},-|-4|,\cdots\right\}$.

(2)无理数集合: $\{\sqrt{0.4}, 0.434\ 334\ 333\ 4\cdots,\pi,\cdots\}$.

(3)正数集合: $\left\{\sqrt{4},\frac{5}{13},\sqrt{0.4}, 0.434\ 334\ 333\ 4\cdots,\pi,\cdots\right\}$.

(4)负数集合: $\left\{-\frac{1}{2},-\sqrt[3]{27},-|-4|,\cdots\right\}$.

(5)实数集合: $\left\{0,-\frac{1}{2},\sqrt{4},-\sqrt[3]{27},\frac{5}{13},\sqrt{0.4},0.434\ 334\ 333\ 4\cdots,\pi,-|-4|,\cdots\right\}$.

例 2

变式 1 (1)C (2)D (3)D (4)D

变式 2 A **解析：**$|-2|=2$，$2^0=1$，$2^{-1}=0.5$.

$\because 0.5<1<\sqrt{2}<2$，

$\therefore 2^{-1}<2^0<\sqrt{2}<|-2|$.

$\therefore$ 在 $|-2|$，2^0，2^{-1}，$\sqrt{2}$ 这四个数中，最大的数是 $|-2|$.

例 3

变式 1 -7 7 7 7 $2-\frac{\pi}{2}$

$2-\frac{\pi}{2}$ $3-\sqrt{23}$ $\sqrt{23}-3$

变式 2 (1) $\pi-3.14$ 的相反数是 $-(\pi-3.14)=3.14-\pi$.

$\because \pi>3.14$，

$\therefore \pi-3.14>0$.

$\therefore |\pi-3.14|=\pi-3.14$.

(2) $2-\sqrt{5}$ 的相反数是 $-(2-\sqrt{5})=\sqrt{5}-2$.

$\because 2<\sqrt{5}$，

$\therefore 2-\sqrt{5}<0$.

$\therefore |2-\sqrt{5}|=\sqrt{5}-2$.

第 10 课时　实　数(2)

例 4

变式 1 (1,2)

变式 2 点 A 的坐标是 $(-3,0)$，$AB=4$，因而点 B 的坐标是 $(1,0)$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle OBC$ 中，$BC=2$，$BO=1$，由勾股定理，得 $OC=\sqrt{3}$. 则点 C 的坐标为 $(0,\sqrt{3})$，点 D 的坐标为 $(-4,\sqrt{3})$.

例 5

变式 1 (1) $(4,-\sqrt{3})$ (2) 6

变式 2 根据 $AB=2$，$AO=1$，得 $BO=\sqrt{3}$. 所以点 A 的坐标是 $(1,0)$，点 B 的坐标是 $(0,\sqrt{3})$，点 C 的坐标是 $(-2,\sqrt{3})$，点 D 的坐标是 $(-1,0)$.

变式 3 (3,4)或(2,4)或(8,4)

解析：(1) 当 $OP=DP=5$ 时，点 P 就是 OD 的垂直平分线与 CB 的交点，此时 $OP=PD\neq5$，所以此情况不存在.

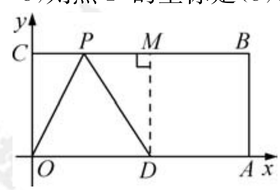
(2) 当 $OD=OP=5$ 时，

在 $\mathrm{Rt}\triangle OPC$ 中，$CP=\sqrt{OP^2-OC^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，则点 P 的坐标是 $(3,4)$.

(3) 当 $OD=PD=5$ 时，过点 D 作 $DM\perp BC$ 于点 M，在 $\mathrm{Rt}\triangle PDM$ 中，$PM=\sqrt{PD^2-DM^2}=3$.

当点 P 在点 M 的左侧时，$CP=5-3=2$，则点 P 的坐标是 $(2,4)$；

当点 P 在点 M 的右侧时，$CP=5+3=8$，则点 P 的坐标是 $(8,4)$.



第 11 课时　实　数(3)

例 6

变式 1 A

变式 2 原式 $\approx2+4.583-3.362=3.221\approx3.22$.

例 7

变式 1 (1) $2\sqrt{3.988}\approx3.994$.

(2) $3\sqrt[3]{0.6}\approx3\times0.8434\approx2.530$.

变式 2 (1) $3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\approx3\times1.414-2\times1.732=0.778\approx0.78$.

(2) $\frac{1}{2}+2\sqrt{3}\approx\frac{1}{2}+2\times1.732=3.964\approx3.96$.

例 8

变式 (1)$d=\sqrt[3]{\dfrac{6V}{\pi}}$.

(2)$d\approx5.9$ cm.

第 8 章 一元一次不等式

第 1 课时 不等式的基本性质(1)

例 1

变式 (1)$\because -2-(1-\sqrt{5})=\sqrt{5}-3$,且 $4<5<9$,

$\therefore 2<\sqrt{5}<3$. $\therefore \sqrt{5}-3<0$.

$\therefore 1-\sqrt{5}>-2$,

即 $-2<1-\sqrt{5}$.

(2)$\because \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}-\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}=-\dfrac{3}{2}<0$,

$\therefore \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}<\dfrac{2+\sqrt{3}}{2}$.

例 2

变式 1 $3x-7-(5x+1)=-2x-8$.

当 $x=-\sqrt{2}$ 时,$-2x-8=2\sqrt{2}-8<0$,

$\therefore 3x-7<5x+1$;

当 $x=-4$ 时,$-2x-8=0$,

$\therefore 3x-7=5x+1$;

当 $x=-5$ 时,$-2x-8=2>0$,

$\therefore 3x-7>5x+1$.

变式 2 $3x-1-11=3x-12$.

当 $x=2\sqrt{3}$ 时,$3x-12=6\sqrt{3}-12<0$,

$\therefore 3x-1<11$;

当 $x=3+\sqrt{3}$ 时,$3x-12=3\sqrt{3}-3>0$,

$\therefore 3x-1>11$.

第 2 课时 不等式的基本性质(2)

例 3

变式 1 (1)D (2)D

变式 2 (1)C (2)A

变式 3 (1)× (2)× (3)× (4)√

例 4

变式 1 (1)> (2)< (3)<

变式 2 (1)B (2)D

变式 3 (1)< = <

(2)略.

(3)当 $x=1$ 时,$2x=x^2+1$;

当 $x\neq1$ 时,$2x<x^2+1$.

理由:$x^2+1-2x=(x-1)^2$.

当 $x=1$ 时,$(x-1)^2=0$,

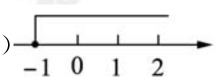
$\therefore 2x=x^2+1$;

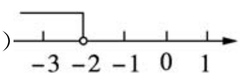
当 $x\neq1$ 时,$(x-1)^2>0$,

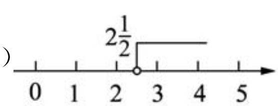
$\therefore 2x<x^2+1$.

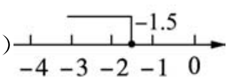
第 3 课时 一元一次不等式(1)

例 1

变式 1 (1)


(2)


(3)


(4)


变式 2 (1)不等式 $x<2$ 有无数个整数解,有 2 个非负整数解,分别是 0,1.

(2)不等式 $x\geqslant-3$ 有 3 个负整数解,分别是 $-3,-2,-1$,有 4 个非正整数解,分别是 $-3,-2$,

$-1, 0$.

例 2

变式 1 (1)该数轴上所表示的不等式的解集为 $x>2$.

(2)该数轴上所表示的不等式的解集为 $x<3$.

(3)该数轴上所表示的不等式的解集为 $x\geqslant -1$.

(4)该数轴上所表示的不等式的解集为 $x<1$.

变式 2 1 **解析:**由数轴可知 $\frac{a-3}{2}=-1$,解得 $a=1$.

第 4 课时 一元一次不等式(2)

例 B

变式 1

例 3

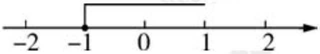
变式 1 去括号,得

$3x-1\geqslant 2x-2$.

移项,得 $3x-2x\geqslant -2+1$.

合并同类项,得 $x\geqslant -1$.

在数轴上表示不等式的解集:



变式 2 去括号,得

$2x+9\geqslant 3x+6$.

移项,得 $2x-3x\geqslant 6-9$.

合并同类项,得 $-x\geqslant -3$.

系数化为 1,得 $x\leqslant 3$.

∴不等式的正整数解为 1,2,3.

例 4

变式 1 错误步骤的序号是①②⑤,正确解答过程如下:

去分母,得 $3(1+x)-2(2x+1)\leqslant 6$.

去括号,得 $3+3x-4x-2\leqslant 6$.

移项,得 $3x-4x\leqslant 6-3+2$.

合并同类项,得 $-x\leqslant 5$.

系数化为 1,得 $x\geqslant -5$.

变式 2 (1)$k>3$

解析:$\begin{cases}2x+y=3k-1, ①\\ x+2y=-2. ②\end{cases}$

①+②,得 $3x+3y=3k-3$.

∴$x+y=k-1$.

∵$x+y>2$,∴$k-1>2$.

∴$k>3$.

(2)$m\leqslant -2$

解析:$\begin{cases}x-3y=4m+3, ①\\ x+5y=5. ②\end{cases}$

①+②,得 $2x+2y=4m+8$.

∴$x+y=2m+4$.

根据题意,得 $2m+4\leqslant 0$.

解得 $m\leqslant -2$.

第 5 课时 列一元一次不等式解应用题

例 1

变式 1 A **解析:**设购买篮球 x 个,则购买足球$(50-x)$个.

根据题意,得

$80x+50(50-x)\leqslant 3\ 000$.

解得 $x\leqslant 16\frac{2}{3}$.

∵x 为整数,

∴x 最大取 16.

∴最多可以买 16 个篮球.

变式 2 55 **解析:**设长为 $8x$ cm,高为 $11x$ cm.

由题意,得 $8x+11x+20\leqslant 115$.

解得 $x\leqslant 5$.故行李箱高度的最大值为 $11x=55$.

例 2

变式 1 设招聘甲种工种的工人 x 人,则招聘乙种工种的工人$(150-x)$人.

根据题意,得 $150-x\geqslant 2x$.

解得 $x\leqslant 50$.

因为甲种工种的工人每月 3 500 元,乙种工种的工人每月5 000元,

所以甲种工种的工人越多，每月所付工资越少.

所以甲种工种招聘 50 人、乙种工种招聘 100 人时，每月所付的工资总额最少.

变式 2 (1)设 A，B 两种品牌运动服的进货单价分别是 x 元和 y 元. 根据题意，可得

$$\begin{cases}20x+30y=10\ 200,\\30x+40y=14\ 400.\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}x=240,\\y=180.\end{cases}$

所以，A，B 两种品牌运动服的进货单价分别是 240 元和 180 元.

(2)设购进 A 品牌运动服 m 件，购进 B 品牌运动服$(\frac{3}{2}m+5)$件，

则 $240m+180(\frac{3}{2}m+5)\leqslant 21\ 300$.

解得 $m\leqslant 40$.

经检验，不等式的解符合题意.

$\therefore \frac{3}{2}m+5\leqslant\frac{3}{2}\times40+5=65$.

所以，最多能购进 65 件 B 品牌运动服.

变式 3 (1)设购买 A 型设备 x 台，则购买 B 型设备$(10-x)$台.

根据题意，得 $12x+15(10-x)\geqslant 140$，解得 $x\leqslant 3\frac{1}{3}$.

$\because x$ 为正整数，$\therefore x=1,2,3$.

$\therefore$该景区有三种购买方案：

方案一：购买 A 型设备 1 台，B 型设备 9 台；

方案二：购买 A 型设备 2 台，B 型设备 8 台；

方案三：购买 A 型设备 3 台，B 型设备 7 台.

(2)各方案购买费用分别为：

方案一：$3\times1+4.4\times9=42.6>40$，

实际付款为 $42.6\times0.9=38.34$(万元)；

方案二：$3\times2+4.4\times8=41.2>40$，

实际付款为 $41.2\times0.9=37.08$(万元)；

方案三：$3\times3+4.4\times7=39.8<40$，

实际付款为 39.8 万元.

$\because 37.08<38.34<39.8$，

$\therefore$采用方案二，可使得购买费用最少.

第 6 课时　一元一次不等式组(1)

例 1

变式 1 (1)B　(2)A　(3)B　(4)C

变式 2 D

变式 3 (1)$x>1$　**解析：**$\because$点 $M(x-1,-3)$在第四象限，$\therefore x-1>0$. 解得 $x>1$，即 x 的取值范围是 $x>1$.

(2)$a\geqslant-3$　**解析：**$\because$这个不等式组的解集为 $x<a-4$，

$\therefore 3a+2\geqslant a-4$.

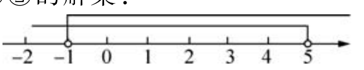
解这个不等式，得 $a\geqslant-3$.

变式 4 (1)$\begin{cases}\frac{x-2}{3}<1,①\\2x+6>14.②\end{cases}$

解不等式①，得 $x<5$.

解不等式②，得 $x>-1$.

在同一条数轴上表示出不等式①②的解集：



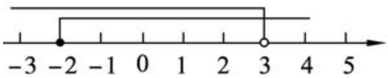
所以不等式组的解集为 $-1<x<5$.

(2)$\begin{cases}3x-5<x+1,①\\ \dfrac{3x-4}{6}\leqslant\dfrac{2x-1}{3}.②\end{cases}$

解不等式①,得 $x<3$.

解不等式②,得 $x\geqslant-2$.

在同一条数轴上表示出不等式①②的解集:

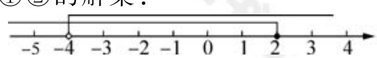


所以不等式组的解集为 $-2\leqslant x<3$.

变式 5 解不等式①,得 $x>-4$.

解不等式②,得 $x\leqslant2$.

在同一条数轴上表示出不等式①②的解集:



所以该不等式组的解集为 $-4<x\leqslant2$.

第 7 课时 一元一次不等式组(2)

例 2

变式 1 (1)$-3<x\leqslant\dfrac{1}{2}$

(2)$-7\leqslant x<1$

变式 2 (1)解不等式①,得 $x\geqslant-\dfrac{5}{4}$.

解不等式②,得 $x<3$.

∴不等式组的解集为 $-\dfrac{5}{4}\leqslant x<3$.

∴不等式组的整数解为 $-1,0,1,2$.

(2)$\begin{cases}x>\dfrac{1-x}{2},①\\ 3(x-\dfrac{7}{3})<x+1.②\end{cases}$

解不等式①,得 $x>\dfrac{1}{3}$.

解不等式②,得 $x<4$.

所以不等式组的解集为 $\dfrac{1}{3}<x<4$.

所以该不等式组的整数解为 1,2,3.

变式 3 -1

例 3

变式 1 A

变式 2 方法一:原不等式可化为 $\begin{cases}2x-1<3,①\\ 2x-1>-7.②\end{cases}$

解不等式①,得 $x<2$.

解不等式②,得 $x>-3$.

所以该不等式的解集为 $-3<x<2$. 它的整数解是 $-2,-1,0,1$.

方法二:$-7<2x-1<3$,

在这个不等式的左边、中间和右边都加上 1,得 $-6<2x<4$.

在这个不等式的左边、中间和右边都除以 2,得 $-3<x<2$.

所以原不等式的解集为 $-3<x<2$.

它的整数解是 $-2,-1,0,1$.

变式 3 A

第 8 课时 一元一次不等式复习课

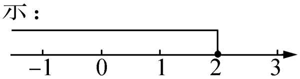
例 1 去分母,得 $3x-2\leqslant4$.

移项,得 $3x\leqslant4+2$.

合并同类项,得 $3x\leqslant6$.

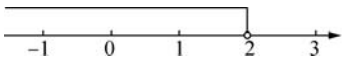
系数化为 1,得 $x\leqslant2$.

将不等式的解集表示在数轴上如图所示:

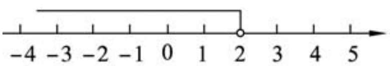


变式 1 去分母,得 $5x-1<3x$

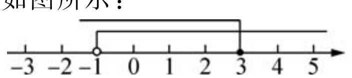
$+3$.
移项，得 $5x-3x<3+1$.
合并同类项，得 $2x<4$.
系数化为 1，得 $x<2$.
将不等式的解集表示在数轴上如图所示：



变式 2　去分母，得
$2(x-2)-5(x+4)>-30$.
去括号，得
$2x-4-5x-20>-30$.
移项，得
$2x-5x>-30+4+20$.
合并同类项，得 $-3x>-6$.
系数化为 1，得 $x<2$.
将不等式的解集表示在数轴上如图所示：



例 2　解不等式 $2x+1>x$，得 $x>-1$.
解不等式 $\frac{x+5}{2}-x\geqslant 1$，得 $x\leqslant 3$.
∴不等式组的解集是 $-1<x\leqslant 3$.
将不等式组的解集表示在数轴上如图所示：

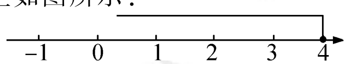


变式 1　(1)C　(2)B
变式 2　(1)D　(2)B
变式 3　(1)$k\leqslant -2$　**解析：**
$\begin{cases}2x+9>-6x+1, ①\\ x-k>1. ②\end{cases}$
解不等式①，得 $x>-1$，
解不等式②，得 $x>k+1$.
∵不等式组 $\begin{cases}2x+9>-6x+1,\\ x-k>1\end{cases}$ 的解集为 $x>-1$，∴ $k+1\leqslant -1$.
解得 $k\leqslant -2$.
(2)$-2\leqslant m<1$
解析：$\begin{cases}\frac{x-2}{4}<\frac{x-1}{3}, ①\\ 2x-m\leqslant 2-x. ②\end{cases}$
解不等式①，得 $x>-2$.
解不等式②，得 $x\leqslant \frac{m+2}{3}$.
∴不等式组的解集为 $-2<x\leqslant \frac{m+2}{3}$.
∵不等式组只有两个整数解，
∴ $0\leqslant \frac{m+2}{3}<1$.
解得 $-2\leqslant m<1$.
例 3　(1)设 A 型自行车的单价为 x 元，B 型自行车的单价为 y 元. 根据题意，得
$\begin{cases}y=6x-60,\\ 100x+30y=71\ 000.\end{cases}$
解得 $\begin{cases}x=260,\\ y=1\ 500.\end{cases}$
所以 A 型自行车的单价为 260 元，B 型自行车的单价为 1 500 元.
(2)设购进 B 型自行车 m 辆，则购进 A 型自行车 $(130-m)$ 辆.
根据题意，得
$260(130-m)+1\ 500m\leqslant 58\ 600$.
解得 $m\leqslant 20$.
所以至多能购进 B 型车 20 辆.
变式　(1)设甲种商品进货单价为 x 元，则乙种商品进货单价为 $(x+8)$ 元.
根据题意，得 $\frac{2\ 000}{x}=\frac{2\ 400}{x+8}$.
解得 $x=40$.
经检验，$x=40$ 是原方程的解.

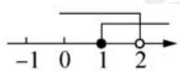
所以甲种商品进货单价为 40 元,乙种商品进货单价为 48 元.
(2)甲、乙两种商品的购进数量都为$\frac{2\ 000}{40}=50$(件).
设甲种商品按原销售单价销售 a 件,则
$(60-40)a+(60\times0.7-40)(50-a)+(88-48)\times50\geqslant2\ 460$.
解得 $a\geqslant20$.
所以甲种商品按原销售单价应至少销售 20 件.

章末测试

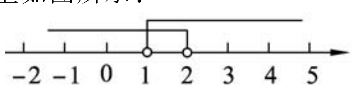
1. B **2.** C **3.** D **4.** A **5.** A
6. A **7.** $x>-1$ **8.** 0,1
9. $-2\leqslant x<-1$ **10.** $m\leqslant1$
11. (1)原不等式的解集为 $x\leqslant4$.将不等式的解集表示在数轴上如图所示:



(2)原不等式组的解集是 $1\leqslant x<2$.将不等式组的解集表示在数轴上如图所示:



(3)$\begin{cases}2x+3(x-2)<4, ①\\ \frac{x+3}{2}<\frac{2x-5}{3}+3. ②\end{cases}$
解不等式①,得 $x<2$.
解不等式②,得 $x>1$.
所以不等式组的解集为 $1<x<2$.
将不等式组的解集表示在数轴上如图所示:



12. $a<1$.
13. 学校至少有 8 间房可以安排学生住宿.
14. (1)设 1 辆甲种客车与 1 辆乙种客车的载客量分别为 x 人、y 人.依题意,得
$\begin{cases}2x+3y=180,\\ x+2y=105.\end{cases}$
解得$\begin{cases}x=45,\\ y=30.\end{cases}$
所以,1 辆甲种客车与 1 辆乙种客车的载客量分别为 45 人和 30 人.
(2)设租用甲种客车 a 辆,依题意,得$\begin{cases}45a+30(6-a)\geqslant240,\\ a<6.\end{cases}$
解得 $4\leqslant a<6$.
因为 a 取整数,所以 $a=4$ 或 5.
当 $a=4$ 时,租车费用最低,为 $4\times400+2\times280=2\ 160$(元).

第 9 章　二次根式

第 1 课时　二次根式和它的性质(1)

例 1
变式 1　B
变式 2　$x\geqslant3$
变式 3　(1)C　(2)B　(3)A
变式 4　B
例 2
变式 1　(1)$(\sqrt{4})^2=4$.
(2)$(\sqrt{\frac{1}{3}})^2=\frac{1}{3}$.
(3)$(\sqrt{0})^2=0$.
(4)$(-7\sqrt{\frac{1}{7}})^2=49\times\frac{1}{7}=7$.
(5)$-(\frac{\sqrt{6}}{2})^2=-\frac{6}{4}=-\frac{3}{2}$.
变式 2　当 $a=\sqrt{3}$,$b=|-2|$,

数学例题变式训练

八年级下册

责任编辑：王贵男
装帧设计：王其宝
刘羽珂

ISBN 978-7-5333-3303-4
9 787533 333034 02>
定价：10.50元