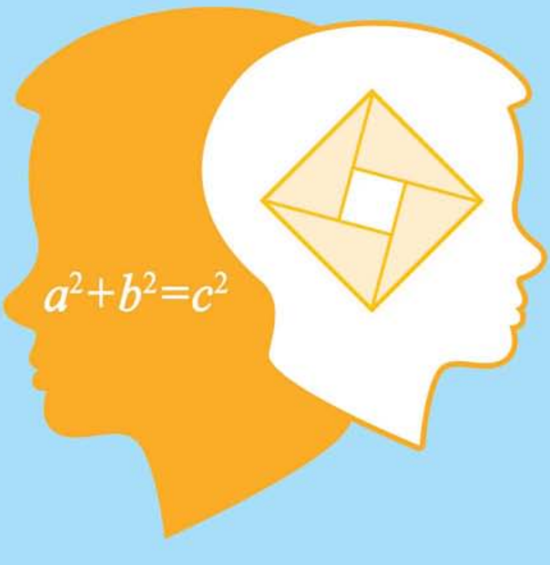
义务教育教科书最新配套用书

数学例题变式训练

SHUXUE LITI BIANSHI XUNLIAN

《初中数学例题变式训练》编写组 编

九年级下册



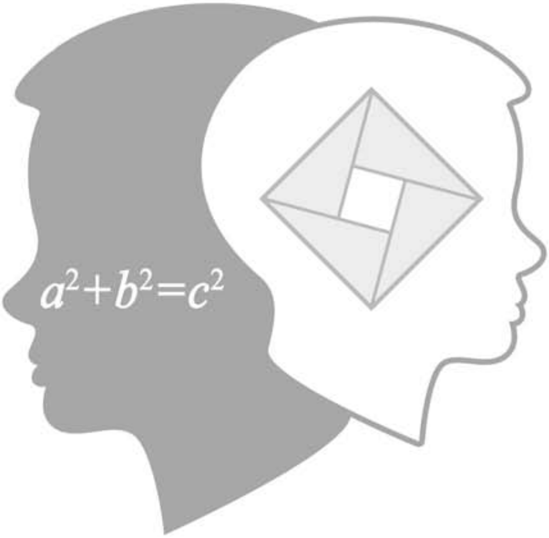
齊魯書社

数学 例题变式 训练

SHUXUE LITI BIANSHI XUNLIAN

《初中数学例题变式训练》编写组 编

九年级下册



齊魯書社

图书在版编目(CIP)数据

数学例题变式训练. 九年级. 下册 /《初中数学例题变式训练》编写组编. -- 济南：齐鲁书社，2015.12 (2019.12 重印)

ISBN 978-7-5333-3349-2

Ⅰ. ①数… Ⅱ. ①初… Ⅲ. ①中学数学课—初中—习题集 Ⅳ. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 151172 号

数学例题变式训练(九年级下册)

《初中数学例题变式训练》编写组 编

主管单位	山东出版传媒股份有限公司
出　　版	齊魯書社
社　　址	济南市英雄山路 189 号
邮　　编	250002
网　　址	www.qlss.com.cn
电子邮箱	qilupress@126.com
发　　行	山东新华书店集团有限公司
印　　刷	淄博恒业印务有限公司
开　　本	880mm×1230mm　1/32
印　　张	5
字　　数	133 千字
版　　次	2015 年 12 月第 1 版
印　　次	2019 年 12 月第 5 次印刷
书　　号	ISBN 978-7-5333-3349-2
定　　价	10.50 元

目　录

第 5 章　对函数的再探索

第 6 章　事件的概率

第 7 章　空间图形的初步认识

第 8 章　投影与识图

第 5 章　对函数的再探索

第 1 课时　函数与它的表示法(1)

例　一根弹簧原长 13 cm,它能挂的质量不超过 16 kg,并且每挂 1 kg 重物弹簧伸长 0.5 cm.

(1)求挂重物后的弹簧长度 y(cm)与所挂重物的质量 x(kg)之间的函数关系;

(2)求自变量可以取值的范围;

(3)用图象法表示该函数.

变式 1(等级一)　2019 年 6 月,暴雨导致某水库的水位在 5 小时内持续上涨,初始的水位高度为 4 米,水位以每小时 0.2 米的速度匀速上涨,则水库的水位 y(米)与上涨时间 x(小时)($0\leqslant x\leqslant 5$)之间的函数表达式为____________.

变式 2(等级二)　已知一个等腰三角形的周长为 24 cm,若底边长为 y(cm),一腰长为 x(cm).

(1)写出 y 与 x 之间的函数表达式;

(2)求自变量 x 可以取值的范围;

(3)画出这个函数的图象.

变式 3(等级二) 甲、乙两家蓝莓采摘园的蓝莓品质相同,销售价格都是每千克 30 元,“五一”假期,两家均推出了优惠方案.甲采摘园的优惠方案是:游客进园需购买 60 元的门票,采摘的蓝莓六折优惠;乙采摘园的优惠方案是:游客进园不需购买门票,采摘的蓝莓超过 10 千克后,超过的部分五折优惠(不足 10 千克按原价购买).优惠期间,设某游客的蓝莓采摘量为 x(千克),在甲采摘园所需总费用为 y_1(元),在乙采摘园所需总费用为 y_2(元).

(1)当蓝莓采摘量超过 10 千克时,求 y_1,y_2 与 x 之间的函数表达式;

(2)若要采摘 40 千克蓝莓,去哪家比较合算?请计算说明.

第 2 课时　函数与它的表示法(2)

例 1

变式 1(等级一)　使得代数式$\frac{1}{\sqrt{x-3}}$有意义的 x 的取值范围是________.

变式 2(等级一)　(1)函数 $y=\frac{1}{x-1}$中,自变量 x 的取值范围是　(　　)

A. $x\neq0$　　B. $x<1$　　C. $x>1$　　D. $x\neq1$

(2)函数 $y=\frac{\sqrt{x-2}}{x-3}$中自变量 x 的取值范围是　(　　)

A. $x>2$　　B. $x\geqslant2$

C. $x\geqslant2$ 且 $x\neq3$　　D. $x\neq3$

(3)(2019·黄石)若式子$\frac{\sqrt{x-1}}{x-2}$在实数范围内有意义,则 x 的取值范围是　(　　)

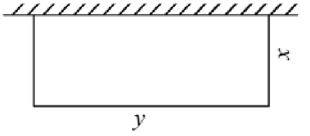
A. $x\geqslant1$ 且 $x\neq2$　　B. $x\leqslant1$

C. $x>1$ 且 $x\neq2$　　D. $x<1$

变式3(等级二)　如图,在靠墙(墙长为18 m)的地方围建一个矩形的养鸡场,另三边用竹篱笆围成,竹篱笆的总长为35 m.

(1)求养鸡场的长y(m)与宽x(m)之间的函数表达式($y>x$);

(2)求自变量x可以取值的范围.



变式4(等级二)　甲、乙两地相距500 km,汽车以每小时80 km的速度从甲地开往乙地.

(1)写出汽车离乙地的距离s(km)与开出时间t(h)之间的函数表达式,并指出是否为一次函数;

(2)写出自变量t可以取值的范围;

(3)汽车从甲地开出多久后,距离乙地100 km?

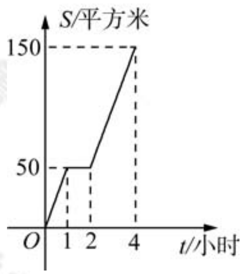
第 3 课时　函数与它的表示法(3)

例 2

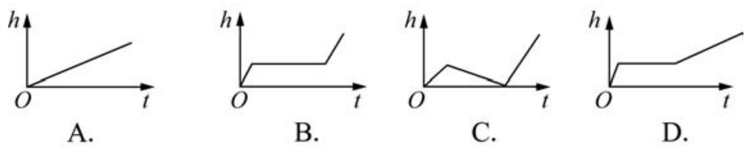
变式 1(等级一)　为积极响应市委、市政府提出的“绿色发展,赛过江南”的号召,市某园林队在某公园进行绿化,中间休息了一段时间.已知绿化面积 S(平方米)与工作时间 t(小时)的函数关系的图象如图所示,则休息后园林队每小时的绿化面积为　　(　　)

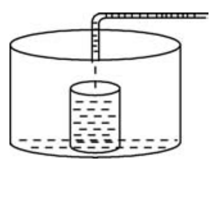
A. 25 平方米　　B. 50 平方米

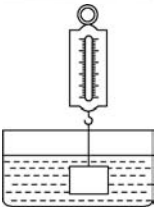
C. 75 平方米　　D. 100 平方米



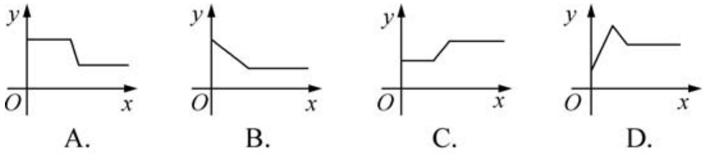
变式 2(等级二)　小明做了一个数学实验:如图所示,将一个圆柱形的空玻璃杯放入形状相同的无水鱼缸内,看作一个容器.然后,小明对准玻璃杯口匀速注水,在注水过程中,杯底始终紧贴鱼缸底部,则下面可以近似地刻画出容器最高水位 h 与注水时间 t 之间的变化情况的是　　(　　)







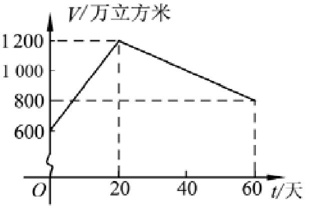
变式 3(等级二)　在物理实验课上,小明用弹簧秤将铁块悬于盛有水的水槽中,然后匀速向上提起(不考虑水的阻力),直到铁块完全露出水面一定高度. 如图能反映弹簧秤的读数 y(N)与铁块被提起的高度 x(cm)之间函数关系的大致图象是　　(　　)



变式 4(等级二)　某水库在 60 天中,开始一段时间蓄水量随时间的增加而上升,由于灌溉的需要,后一段时间蓄水量随时间的增加而下降. 水库的蓄水量 V(万立方米)与时间 t(天)的关系如图所示.

(1)分别求出水库蓄水量上升期及下降期 V 与 t 之间的函数表达式;

(2)求水库的蓄水量为 900 万立方米以上(包含 900 万立方米)时对应时间 t 的取值范围.



变式 5（等级三）　某市政府为了增强城镇居民抵御大病风险的能力，积极完善城镇居民医疗保险制度．纳入医疗保险的居民的大病住院医疗费用的报销比例标准如下表：

医疗费用范围	报销比例标准
不超过 8 000 元	不予报销
超过 8 000 元且不超过 30 000 元的部分	50%
超过 30 000 元且不超过 50 000 元的部分	60%
超过 50 000 元的部分	70%

设享受医疗保险的某居民一年的大病住院医疗费用为 x 元，按上述标准报销的金额为 y 元．

(1)直接写出 $0\leqslant x\leqslant 50\ 000$ 时，y 关于 x 的函数表达式，并注明自变量 x 可以取值的范围；

(2)若某居民大病住院医疗费用按标准报销了 20 000 元，则他大病住院医疗费用是多少元？

第 4 课时　反比例函数(1)

例 1

变式 1(等级一)　写出下列问题中的函数表达式,并判断是否为反比例函数.

(1)某农场的粮食总产量为 1 500 t,该农场人数 y(人)与平均每人占有粮食量 x(t)之间的函数表达式;

(2)在加油站,加油机显示器上显示的某一种油的单价为每升 6.32 元,总价从 0 元开始随着加油量的变化而变化,总价 y(元)与加油量 x(升)之间的函数表达式;

(3)小明完成 100 m 赛跑时,时间 t(s)与他跑步的平均速度 v(m/s)之间的函数表达式.

变式 2(等级二)　给出下列四个关于是否成反比例的命题,判断它们的真假.

(1)面积一定的等腰三角形的底边长和底边上的高成反比例;

(2)田老师和张老师分一定数量的苹果,两人的苹果数量成反比例;

(3)小明用 10 元钱去买橘子,橘子的单价(元/kg)与购买的质量(kg) 成反比例;

(4)面积一定的直角三角形的两直角边长成反比例.

例 2

变式 1(等级一)　函数 $y=(m-2)x^{3-m^2}$ 是反比例函数,则 m 的值是多少?

变式 2(等级一)　已知 y 与 $x-1$ 成反比例,那么它的表达式为　　(　　)

A. $y=\frac{k}{x}-1(k\neq 0)$　　B. $y=k(x-1)(k\neq 0)$

C. $y=\frac{k}{x-1}(k\neq 0)$　　D. $y=\frac{x-1}{k}(k\neq 0)$

变式 3(等级二)　(2019 · 安徽)已知点 $A(1,-3)$关于 x 轴的对称点 B 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象上,则实数 k 的值为　　(　　)

A. 3　　B. -3　　C. 2　　D. -2

变式 4(等级二)　已知反比例函数的图象与直线 $y=2x$ 相交于点 $A(1,a)$,求这个反比例函数的表达式.

第 5 课时　反比例函数(2)

例　对于函数 $y=\frac{4}{x}$,下列说法错误的是　(　　)

A. 这个函数的图象位于第一、三象限

B. 这个函数的图象既是轴对称图形又是中心对称图形

C. 当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而增大

D. 当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而减小

变式 1(等级一)　若点 $A(x_1,-6)$,$B(x_2,-2)$,$C(x_3,2)$在反比例函数 $y=\frac{12}{x}$的图象上,则 x_1,x_2,x_3 的大小关系是　(　　)

A. $x_1<x_2<x_3$　　B. $x_2<x_1<x_3$

C. $x_2<x_3<x_1$　　D. $x_3<x_2<x_1$

变式 2(等级一)　下列关于反比例函数 $y=\frac{-3}{x}$的说法正确的是　(　　)

A. y 随 x 的增大而增大　　B. 函数图象过点$(2,\frac{3}{2})$

C. 图象位于第一、三象限　　D. $x>0$ 时,y 随 x 的增大而增大

变式 3(等级二)　反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象如图所示,以下结论:

①常数 $m<-1$;

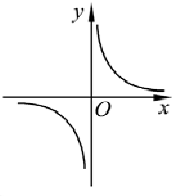
②在每个象限内,y 随 x 的增大而增大;

③若点 $A(-1,h)$,点 $B(2,k)$在图象上,则 $h<k$;

④若点 $P(x,y)$在图象上,则点 $P'(-x,-y)$也在图象上.

其中正确的是　　(　　)

A. ①②　　B. ②③　　C. ③④　　D. ①④



变式 4(等级二)　(1)双曲线 $y=\frac{m-1}{x}$在每个象限内,函数值 y 随 x 的增大而增大,则 m 的取值范围是________.

(2)对于函数 $y=\frac{2}{x}$,当函数值 $y<-1$ 时,自变量 x 的取值范围是________.

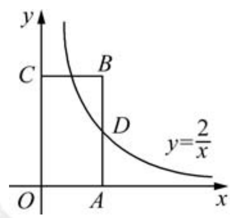
(3)已知反比例函数 $y=\frac{6}{x}$,当 $x>3$ 时,y 的取值范围是________.

变式 5(等级二)　已知 $a>-2$,若 $1\leqslant x\leqslant 2$ 时,函数 $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$的最大值与最小值之差是 1,求 a 的值.

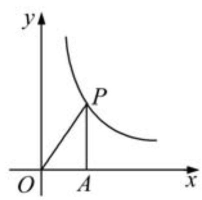
第 6 课时　反比例函数(3)

例 3

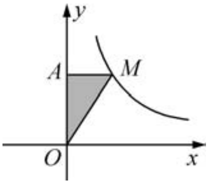
变式 1(等级一)　(1)如图,反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图象经过矩形 $OABC$ 的边 AB 的中点 D,则矩形 $OABC$ 的面积为________.



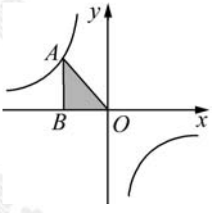
(2)如图,在平面直角坐标系中,O 为坐标原点,点 P 是反比例函数 $y=\frac{2}{x}$ 图象上的一点,$PA\perp x$ 轴于点 A,则$\triangle POA$ 的面积为______.



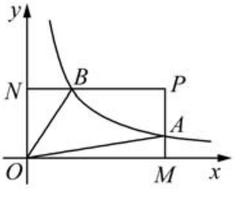
变式 2(等级一)　(1)如图,M 为反比例函数 $y=\frac{k}{x}$图象上的一点,MA 垂直于 y 轴,垂足为点 A,$\triangle MAO$ 的面积为 2,则 k 的值为________.



(2)如图,已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(k 为常数,$k\neq0$)的图象经过点 A,过点 A 作 $AB\perp x$ 轴,垂足为点 B.若$\triangle AOB$ 的面积为 1,则 $k=$________.



(3)如图,已知点 $P(6,3)$,过点 P 作 $PM\perp x$ 轴于点 M,$PN\perp y$ 轴于点 N.反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象交 PM 于点 A,交 PN 于点 B.若四边形 $OAPB$ 的面积为 12,则 $k=$ ________.

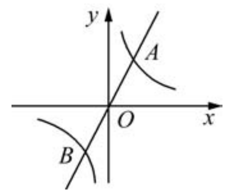


例 4

变式 1(等级一)　如图,在同一平面直角坐标系中,直线 $y=k_1x(k_1\neq0)$与双曲线 $y=\dfrac{k_2}{x}(k_2\neq0)$相交于 A,B 两点.已知点 A 的坐标为(1,2),则点 B 的坐标为　(　　)

A.(−1,−2)　　B.(−2,−1)

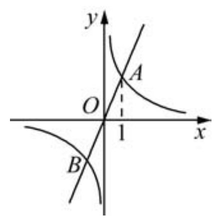
C.(−1,−1)　　D.(−2,−2)



变式 2(等级二)　如图,正比例函数 $y_1=k_1x$ 与反比例函数 $y_2=\dfrac{k_2}{x}$ 的图象相交于 A,B 两点,其中点 A 的横坐标为 1.当 $y_1<y_2$ 时,x 的取值范围是　(　　)

A. $x<-1$ 或 $x>1$　　B. $-1<x<0$ 或 $x>1$

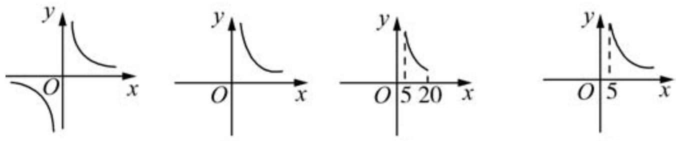
C. $-1<x<0$ 或 $0<x<1$　　D. $x<-1$ 或 $0<x<1$



第 7 课时　反比例函数(4)

例 5

变式 1(等级一)　某学校要种植一块面积为 100 m^2 的长方形草坪，要求两边长均不小于 5 m，则草坪的一边长 y(m)随另一边长 x(m)的变化而变化的图象可能是　　(　　)



A.　　B.　　C.　　D.

变式 2(等级一)　校园超市以 4 元/件的价格购进某物品，为制定该物品合理的销售价格，对该物品进行试销调查. 发现每天调整不同的销售价，其销售总金额为定值，其中某天该物品的售价为 6 元/件时，销售量为 50 件.

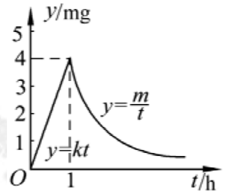
(1)设售价为 x 元/件时，销售量为 y 件，请写出 y 与 x 之间的函数表达式；

(2)若超市考虑学生的消费实际，计划将该物品每天的销售利润定为 60 元，则该物品的售价应定为多少元/件？

例 6

变式 1（等级一）　某医药研究所开发了一种新药，成年人按规定的剂量服用，服药后每毫升血液中的含药量 y(mg)与时间 t(h)之间的函数关系近似满足如图所示的曲线. 当每毫升血液中的含药量不少于 0.25 mg 时治疗有效，则服药一次治疗疾病有效的时间为（　　）

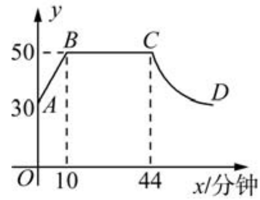
A. 16 h　　B. $15\frac{7}{8}$ h　　C. $15\frac{15}{16}$ h　　D. 17 h



变式 2（等级二）　一般情况下，中学生完成数学家庭作业时，注意力指数 y 随时间 x(分钟)的变化规律如图所示(其中 AB，BC 为线段，CD 为双曲线的一部分).

(1)分别求出线段 AB 和双曲线 CD 的函数表达式；

(2)若学生的注意力指数不低于 40 为高效时间，根据图中信息，求出一般情况下，完成一份数学家庭作业的高效时间是多少分钟.



第 8 课时　二次函数

例 1

变式 1(等级一)　对于任意实数 m,下列函数一定是二次函数的是　(　　)

A. $y=(m-1)^2x^2$　　B. $y=(m+1)^2x^2$

C. $y=(m^2+1)x^2$　　D. $y=(m^2-1)x^2$

变式 2(等级一)　已知函数 $y=(m^2-m)x^2+(m-1)x+m+1$.

(1)若这个函数是一次函数,求 m 的值;

(2)若这个函数是二次函数,则 m 的值应怎样?

变式 3(等级二)　某体育用品商店购进一批滑板,每块滑板的利润为30元,一星期可卖出80块.商家决定降价促销,根据市场调查,每降价1元,则一星期可多卖出4块.设每块滑板降价 x 元,商店一星期销售这种滑板的利润是 y 元,则 y 与 x 之间的函数表达式为________________________.

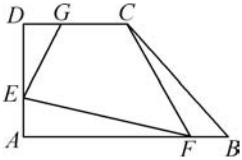
变式 4(等级二)　共享单车为市民出行带来了方便,某共享单车公司第一个月投放 a 辆单车,计划第三个月投放 y 辆单车.设该共享单车公司第二、三两个月投放单车数量的月平均增长率为 x,那么 y 与 x 之间的函数表达式是　(　　)

A. $y=a(1+x)^2$　　B. $y=a(1-x)^2$

C. $y=(1-x)^2+a$　　D. $y=x^2+a$

变式 5(等级二)　用一根长为 80 cm 的绳子围成长方形,写出它的面积 $y(\mathrm{cm}^2)$与宽 $x(\mathrm{cm})$之间的函数表达式,并判断 y 是否为 x 的二次函数.

变式 6(等级二)　如图所示,在直角梯形 $ABCD$ 中,$\angle A=\angle D=90°$,截取 $AE=BF=DG=x$.已知 $AB=6$,$CD=3$,$AD=4$,求四边形 $CGEF$ 的面积 S 关于 x 的函数表达式和 x 可以取值的范围.



第 9 课时　二次函数的图象和性质(1)

例　已知二次函数 $y=ax^2$ 的图象经过点 $A(\frac{1}{2},-\frac{1}{8})$，$B(3,m)$.

(1)求二次函数 $y=ax^2$ 的表达式与 m 的值；

(2)写出该函数图象上点 B 的对称点 C 的坐标；

(3)当 x 取何值时，y 随 x 的增大而减小？

(4)当 x 取何值时，y 有最大值(或最小值)？

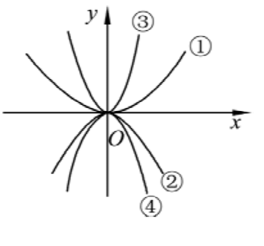
变式 1(等级一)　把图中图象的序号填在它的函数表达式后面：

(1)$y=3x^2$ 的图象是________；

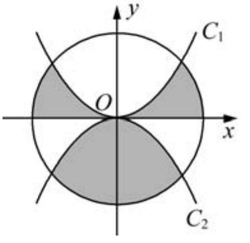
(2)$y=\frac{1}{3}x^2$ 的图象是________；

(3)$y=-x^2$ 的图象是________；

(4)$y=-\frac{3}{4}x^2$ 的图象是________.



变式 2（等级一）　如图，$\odot O$ 的半径为 2，C_1 是函数 $y=2x^2$ 的图象，C_2 是函数 $y=-2x^2$ 的图象，则图中阴影部分的面积为________.



变式 3（等级一）　对于函数 $y=5x^2$，下列结论正确的是　　（　　）

A. y 随 x 的增大而增大

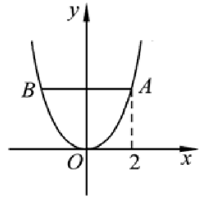
B. 图象开口向下

C. 图象关于 y 轴对称

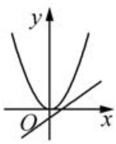
D. 无论 x 取何值，y 的值总是正的

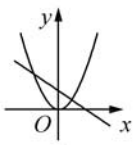
变式 4（等级一）　有下列函数：①$y=-3x$；②$y=x-1$；③$y=-\frac{1}{x}(x<0)$；④$y=x^2$. 其中当 x 在各自的自变量取值范围内取值时，y 随着 x 的增大而增大的函数有________.（填序号）

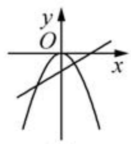
变式 5(等级二)　已知二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象如图所示,线段 $AB/\!/x$ 轴,交抛物线于 A,B 两点,且点 A 的横坐标为 2,则 AB 的长度为________.

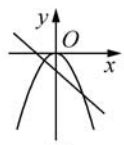


变式 6(等级二)　当 $ab>0$ 时,$y=ax^2$ 与 $y=ax+b$ 的图象大致是　　(　　)

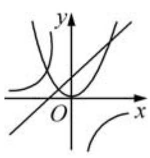

A.

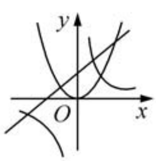

B.

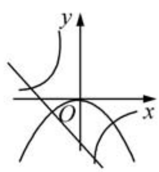

C.

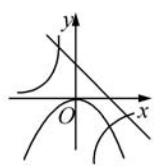

D.

变式 7(等级二)　函数 $y=k(x-k)$ 与 $y=kx^2$,$y=\frac{k}{x}$ 在同一坐标系上的图象大致是　　(　　)


A.


B.


C.


D.

第 10 课时　二次函数的图象和性质(2)

例　将抛物线 $y=2x^2$ 向右平移 3 个单位长度,再向下平移 5 个单位长度,得到的抛物线的表达式为____________;它的开口向________,对称轴是________,顶点坐标是__________.

变式 1(等级一)　将抛物线 $y=\frac{1}{4}x^2-9$ 沿 y 轴向上平移 8 个单位长度,得到的函数表达式为__________.

变式 2(等级二)　将二次函数 $y=x^2-1$ 的图象向上平移 3 个单位长度,得到的图象所对应的函数表达式是________.

变式 3(等级二)　小明在学习时,提出一个问题:能否上下平移函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象,使得到的新抛物线的图象经过点$(4,-2)$?如果能,怎样平移?请说明理由.

变式 4(等级二)　将函数 $y=x^2$ 的图象用下列方法平移后,所得的图象不经过点 $A(1,4)$的是　(　　)

A. 向左平移 1 个单位长度　　B. 向右平移 3 个单位长度

C. 向上平移 3 个单位长度　　D. 向下平移 1 个单位长度

变式 5(等级二)　将抛物线 $y=ax^2$ 向左平移后所得新抛物线的顶点横坐标为-2,且新抛物线经过点(1,3),求 a 的值.

第 11 课时　二次函数的图象和性质(3)

例 1

变式 1(等级一)　已知二次函数 $y=(x-2)^2-1$.

(1)确定抛物线开口方向、对称轴、顶点坐标;

(2)画图,观察图象确定:

①x 取什么值时,$y>0$?

②x 取什么值时,$y=0$?

③x 取什么值时,$y<0$?

变式 2(等级一)　若抛物线 $y=(x-m)^2+(m+1)$ 的顶点在第一象限,则 m 可以取值的范围为　(　　)

A. $m>1$　　B. $m>0$　　C. $m>-1$　　D. $-1<m<0$

变式 3(等级一)　填表:

抛物线	开口方向	对称轴	顶点坐标
$y=-2x^2$	①________	②________	③________
$y=\frac{1}{2}x^2+3$	④________	⑤________	⑥________
$y=-\frac{1}{3}(x-2)^2$	⑦________	⑧________	⑨________
$y=\frac{2}{3}(x+1)^2-3$	⑩________	⑪________	⑫________

变式4(等级二)　已知二次函数 $y=a(x-2)^2+c(a>0)$,当自变量 x 分别取 $\sqrt{2}$,3,0 时,对应的函数值分别为 y_1,y_2,y_3,则 y_1,y_2,y_3 的大小关系正确的是　　(　　)

A. $y_3<y_2<y_1$　　B. $y_1<y_2<y_3$

C. $y_2<y_1<y_3$　　D. $y_3<y_1<y_2$

变式5(等级二)　已知抛物线 $y=a(x-3)^2+2$ 经过点$(1,-2)$.

(1)求 a 的值;

(2)若点 $A(m,y_1)$,$B(n,y_2)$$(m<n<3)$都在该抛物线上,试比较 y_1 与 y_2 的大小.

第 12 课时　二次函数的图象和性质(4)

例　画出二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图象，并回答下列问题：

(1)写出此抛物线的对称轴、顶点坐标、最大值(或最小值)，并指出当 x 取何值时，y 随 x 的增大而增大；当 x 取何值时，y 随 x 的增大而减小；

(2)当 x 取何值时，$y=0$？

(3)当 x 取何值时，$y>0$？

(4)当 x 取何值时，$y<0$？

变式 1(等级一)　关于二次函数 $y=2x^2+4x-1$，下列说法正确的是 (　　)

A. 图象与 y 轴的交点坐标为(0,1)

B. 图象的对称轴在 y 轴的右侧

C. 当 $x<0$ 时，y 的值随 x 值的增大而减小

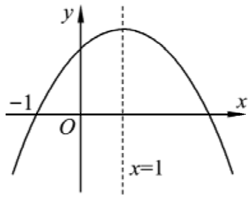
D. y 的最小值为 -3

变式 2(等级一)　抛物线 $y=x^2-2x+m^2+2$(m 是常数)的顶点在 (　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限

C. 第三象限　　D. 第四象限

变式 3(等级一)　已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图象如图所示,则下列结论中正确的是　　　(　　)



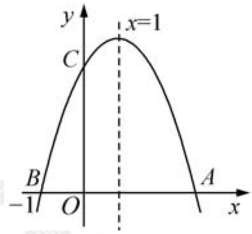
A. $a>0$

B. 3 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根

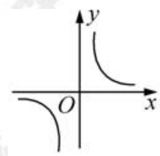
C. $a+b+c=0$

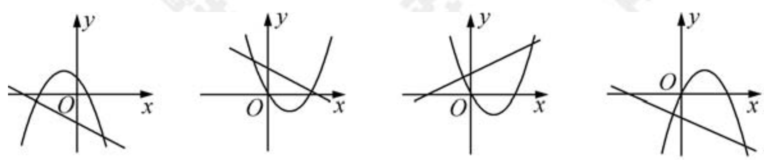
D. 当 $x<1$ 时,y 随 x 的增大而减小

变式 4(等级二)　如图,若二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$图象的对称轴为 $x=1$,与 y 轴交于点 C,与 x 轴交于点 A、点 $B(-1,0)$,则①二次函数的最大值为 $a+b+c$;②$a-b+c<0$;③$b^2-4ac<0$;④当 $y>0$ 时,$-1<x<3$.其中结论正确的是________.(填序号)



变式 5(等级二)　(2019·青岛)已知反比例函数 $y=\dfrac{ab}{x}$的图象如图所示,则二次函数 $y=ax^2-2x$ 和一次函数 $y=bx+a$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是　　　(　　)





A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

变式 6(等级二)　已知二次函数 $y=ax^2+4x+2$ 的图象经过点$A(3,-4)$.

(1)求 a 的值;

(2)求二次函数图象的顶点坐标;

(3)直接写出函数 y 随 x 的增大而减小的自变量 x 的取值范围.

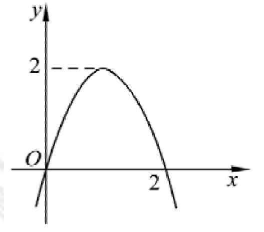
第 13 课时　确定二次函数的表达式

例 1

变式 1（等级一）　二次函数的图象如图，则它的表达式为　　（　　）

A. $y=2x^2-4x$　　B. $y=-x(x-2)$

C. $y=-(x-1)^2+2$　　D. $y=-2x^2+4x$



变式 2（等级一）　已知一个二次函数的图象开口向上，顶点坐标为 $(0,-1)$，那么这个二次函数的表达式可以是________.（只需写一个）

变式 3（等级二）　已知二次函数图象的对称轴是直线 $x=-3$，且函数的最大值为 2，图象与 x 轴的一个交点是 $(-1,0)$，求这个二次函数的表达式.

变式 4(等级二)　已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点(1,0),$(0,\frac{1}{2})$.

(1)求该抛物线的函数表达式;

(2)将抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 平移,使其顶点恰好落在原点,请写出一种平移的方法及平移后的函数表达式.

例 2

变式 1(等级一)　经过 $A(4,0)$,$B(-2,0)$,$C(0,3)$三点的抛物线表达式是________________.

变式 2(等级一)　平面上,经过点 $A(2,0)$,$B(0,-1)$的抛物线有无数条,请写出其中一条确定的抛物线的表达式(不含字母系数)__________(写成一般式).

第 14 课时　二次函数的图象与一元二次方程

例 1

变式 1(等级一)　下表是一组二次函数 $y=x^2+3x-5$ 的自变量 x 与函数值 y 的对应值:

x	1	1.1	1.2	1.3	1.4
y	-1	-0.49	0.04	0.59	1.16

那么方程 $x^2+3x-5=0$ 的一个近似根是　　(　　)

A. 1　　B. 1.1　　C. 1.2　　D. 1.3

变式 2(等级一)　已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$,函数值 y 与自变量 x 的部分对应值如下表,则方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个解的范围是　　(　　)

x	6.17	6.18	6.19	6.20
y	-0.03	-0.01	0.24	0.04

A. $-0.01<x<0.24$　　B. $6.17<x<6.18$

C. $6.18<x<6.19$　　D. $6.19<x<6.20$

变式 3(等级一)　一元二次方程 $3x^2+x-10=0$ 的两个根是 $x_1=-2$,$x_2=\frac{5}{3}$,那么二次函数 $y=3x^2+x-10$ 与 x 轴的交点坐标是____________.

例 2

变式 1(等级一) 若二次函数 $y=x^2-4x+n$ 的图象与 x 轴只有一个公共点,则实数 $n=$________.

变式 2(等级一) 若抛物线 $y=x^2-6x+m$ 与 x 轴没有交点,则 m 的取值范围是________.

变式 3(等级二) 若函数 $y=x^2+2x-m$ 的图象与 x 轴有且只有一个交点,则 m 的值为________.

变式 4(等级二) 若函数 $y=x^2-2x+b$ 的图象与坐标轴有三个交点,则 b 的取值范围是 ( )

A. $b<1$ 且 $b\neq0$　　B. $b>1$

C. $0<b<1$　　D. $b<1$

变式 5(等级二) 若函数 $y=mx^2-6x+2$ 的图象与 x 轴只有一个公共点,求 m 的值.

变式 6（等级三）　设二次函数 $y=ax^2+bx-(a+b)$（a,b 是常数，$a\neq0$）.

(1)判断该二次函数的图象与 x 轴的交点的个数，并说明理由；

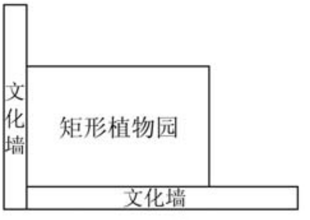
(2)若该二次函数的图象经过 $A(-1,4)$，$B(0,-1)$，$C(1,1)$三个点中的其中两个点，求该二次函数的表达式；

(3)若 $a+b<0$，点 $P(2,m)(m>0)$在该二次函数的图象上，求证：$a>0$.

第15课时　二次函数的应用(1)

例1

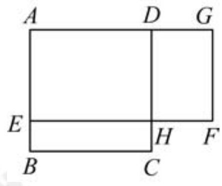
变式1(等级一)　学校组织“美丽校园我设计”活动.某同学打算利用学校文化墙的墙角建一个矩形植物园.其中矩形植物园的两邻边之和为4 m.设矩形植物园的一边长为x m,面积为y m^2,则y与x之间的函数表达式为$y=$__________(写出自变量x可以取值的范围).该矩形植物园的最大面积是______ m^2.



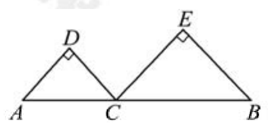
变式2(等级二)　某广告公司要设计一个周长为20 m的矩形广告牌,当矩形广告牌的一边长为何值时,其面积最大?最大面积为多少?

例 2

变式 1（等级一）　在某市治理违建的过程中，某小区拆除了自建房，改建绿地．如图，自建房占地是边长为 8 m 的正方形 $ABCD$，改建的绿地是矩形 $AEFG$，其中点 E 在 AB 上，点 G 在 AD 的延长线上，且 $DG=2BE$．如果设 BE 的长为 x(m)，绿地 $AEFG$ 的面积为 y(m^2)，那么 y 与 x 的函数表达式为____________（写出自变量 x 可以取值的范围）；当 $BE=$________ m 时，绿地 $AEFG$ 的面积最大．



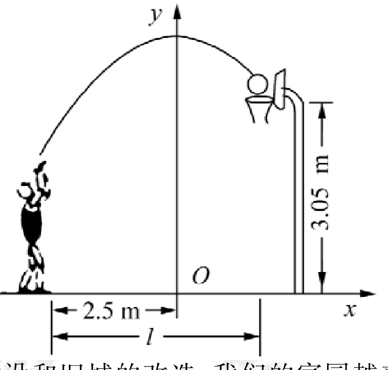
变式 2（等级二）　如图，线段 AB 的长为 2，C 为 AB 上的一个动点，分别以 AC，BC 为斜边在 AB 的同侧作等腰直角三角形 ACD 和等腰直角三角形 BCE，求 DE 长的最小值．



第 16 课时　二次函数的应用(2)

例 3

变式 1(等级一)　小明在某次投篮中,球的运动路线是抛物线 $y=-\frac{1}{5}x^2+3.5$ 的一部分(如图),若球恰好命中篮圈中心,则他与篮底的距离 l 是________米.



变式 2(等级二)　随着新农村的建设和旧城的改造,我们的家园越来越美丽.小明家附近的广场中央新修了一个圆形喷水池,在水池中心竖直安装了一根高为 2 米的水管,它喷出的抛物线形水柱在与池中心的水平距离为 1 米处达到最高,水柱落地处离池中心 3 米.

(1)请你建立适当的平面直角坐标系,并求出水柱抛物线的函数表达式;

(2)求出水柱的最大高度.

例 4

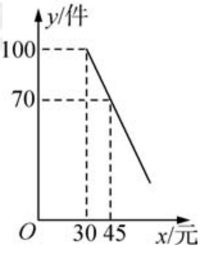
变式 1（等级一）　某商场购进一批成本为每件 20 元的日用商品，如果以单价 30 元销售，那么半月内可销售出 400 件. 根据销售经验，提高销售单价会导致销售量的减少，即销售单价每提高 1 元，半月内销售量相应减少 20 件. 当销售单价是________元时，才能在半月内获得最大利润.

变式 2（等级二）　（2019 · 青岛）某商店购进一批成本为每件 30 元的商品，经调查发现，该商品每天的销售量 y（件）与销售单价 x（元）之间满足一次函数关系，其图象如图所示.

（1）求该商品每天的销售量 y 与销售单价 x 之间的函数表达式；

（2）若商店按单价不低于成本价，且不高于 50 元销售，则销售单价定为多少，才能使销售该商品每天获得的利润 w（元）最大？最大利润是多少？

（3）若商店要使销售该商品每天获得的利润不低于 800 元，则每天的销售量最少应为多少件？



第17课时　对函数的再探索复习课(1)

类型一　函数及其表示方法

例1　如图1所示,某乘客乘高速列车从甲地经过乙地到丙地,列车匀速行驶,图2为列车离乙地的路程 y(km)与行驶时间 x(h)之间的函数关系图象.

(1)甲、丙两地相距________千米;

(2)求高速列车离乙地的路程 y 与行驶时间 x 之间的函数表达式,并写出 x 可以取值的范围.

图1

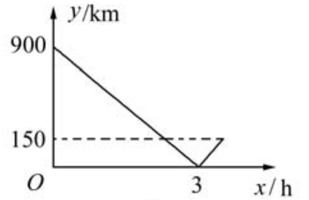
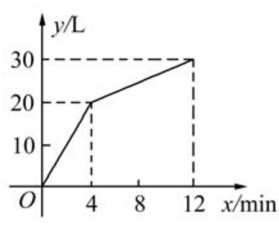


图2

变式(等级一)　一个有进水管与出水管的容器,从某时刻开始 4 min 内只进水不出水,在随后的 8 min 内既进水又出水,每分钟的进水量和出水量为两个常数,容器内的水量 y(L)与时间 x(min)之间的关系如图所示.

(1)当 $4\leqslant x\leqslant 12$ 时,求 y 与 x 之间的函数表达式;

(2)直接写出每分钟进水、出水分别是多少升.



类型二　反比例函数的图象与性质

例2　已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$(k 为常数,$k\neq0$)的图象经过点 $A(2,3)$.

(1)求这个函数的表达式;

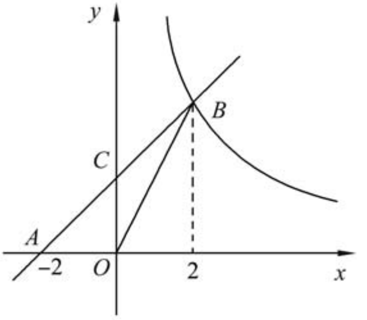
(2)判断点 $B(-1,6)$,$C(3,2)$是否在这个函数的图象上,并说明理由;

(3)当 $-3<x<-1$ 时,求 y 的取值范围.

变式(等级一)　如图,在平面直角坐标系 xOy 中,直线 AB 与 x 轴交于点 $A(-2,0)$,与反比例函数在第一象限内的图象交于点 $B(2,n)$,连接 BO,若 $S_{\triangle AOB}=4$.

(1)求该反比例函数的表达式和直线 AB 的表达式;

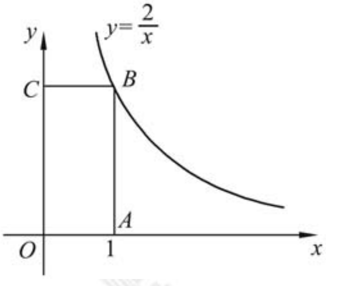
(2)若直线 AB 与 y 轴的交点为 C,求$\triangle OCB$ 的面积.



类型三　反比例函数中 k 的几何意义

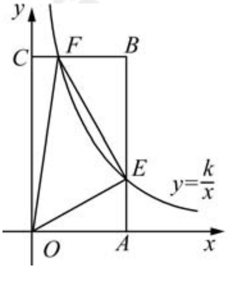
例3　如图，点 B 在反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}(x>0)$ 的图象上，横坐标为 1，过点 B 分别向 x 轴、y 轴作垂线，垂足分别为点 A，C，则矩形 $OABC$ 的面积为（　　）

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

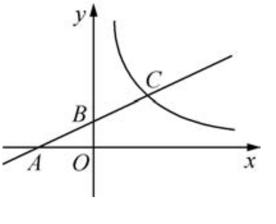


变式 1（等级一）　如图，在矩形 $OABC$ 中，$A(1,0)$，$C(0,2)$，双曲线 $y=\dfrac{k}{x}(0<k<2)$ 的图象分别交 AB，CB 于点 E，F，连接 OE，OF，EF，$S_{\triangle OEF}=2S_{\triangle BEF}$，则 k 的值为（　　）

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. 1　　C. $\dfrac{4}{3}$　　D. $\sqrt{2}$



变式 2（等级二）　如图所示，点 C 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 的图象上，过点 C 的直线与 x 轴、y 轴分别交于点 A，B，且 $AB=BC$. 已知△AOB 的面积为 1，则 k 的值为________.

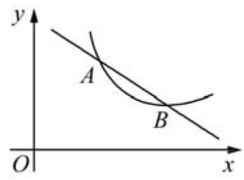


类型四　反比例函数与一次函数的结合

例4　如图,点 $A(m,m+1)$,$B(m+3,m-1)$是反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$与一次函数 $y=ax+b$ 的交点.

(1)求反比例函数与一次函数的表达式;

(2)根据图象直接写出当反比例函数的函数值大于一次函数的函数值时 x 的取值范围.

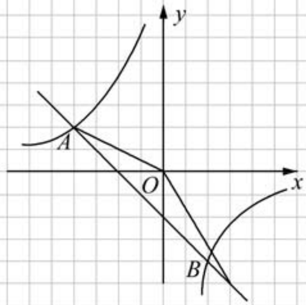


变式 1(等级一)　已知 $A(-4,2)$,$B(n,-4)$两点是一次函数 $y=kx+b$ 和反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$图象的两个交点.

(1)求一次函数和反比例函数的表达式;

(2)求$\triangle AOB$ 的面积;

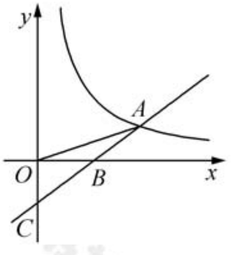
(3)观察图象,直接写出不等式 $kx+b-\dfrac{m}{x}>0$ 的解集.



变式 2(等级一) (2019·泰安)已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$的图象交于点 A,与 x 轴交于点 $B(5,0)$.若 $OB=AB$,且 $S_{\triangle OAB}=\frac{15}{2}$.

(1)求反比例函数与一次函数的表达式;

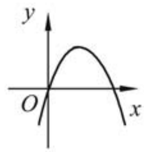
(2)若点 P 为 x 轴上的一点,$\triangle ABP$ 是等腰三角形,求点 P 的坐标.

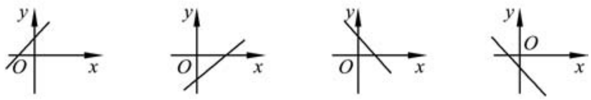


第 18 课时　对函数的再探索复习课(2)

类型一　二次函数的图象与性质

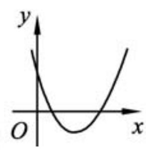
例1　二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象如图所示，那么一次函数 $y=ax+b$ 的图象大致是　(　　)

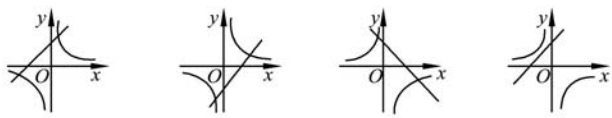




A.　　B.　　C.　　D.

变式(等级一)　二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则一次函数 $y=ax+b$ 与反比例函数 $y=\frac{c}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的大致图象为　(　　)





A.　　B.　　C.　　D.

例2　对于抛物线 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+3$，下列结论：

①抛物线的开口向下；

②对称轴为直线 $x=1$；

③顶点坐标为$(-1,3)$；

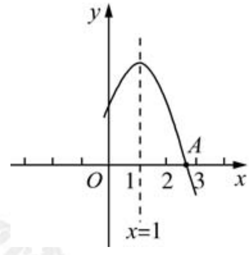
④$x>1$ 时，y 随 x 的增大而减小.

其中正确的个数为　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

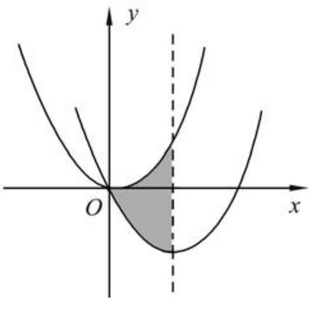
变式(等级二)　如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$(a,b,c 是常数,$a\neq 0$)图象的一部分,与 x 轴的交点 A 在点(2,0)和(3,0)之间,对称轴是 $x=1$.对于下列说法:①$ab<0$;②$2a+b=0$;③$3a+c>0$;④$a+b\geq m(am+b)$(m 为实数);⑤当 $-1<x<3$ 时,$y>0$.其中正确的是　(　　)

A. ①②④　　B. ①②⑤　　C. ②③④　　D. ③④⑤



例3　如图,在平面直角坐标系中,抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2$ 经过平移得到抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-2x$,其对称轴与两段抛物线所围成的阴影部分的面积为　(　　)

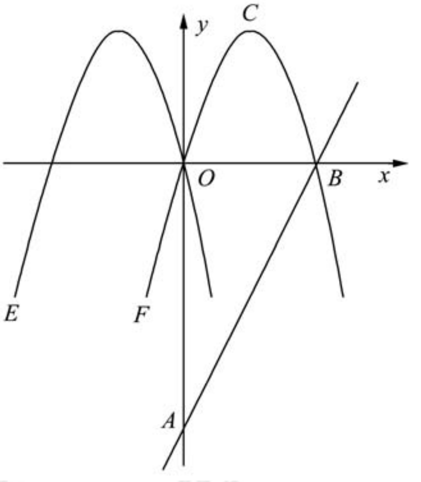
A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6



变式(等级一)　如图所示,已知抛物线 $y=-2x^2-4x$ 的图象 E,将其向右平移两个单位长度后得到图象 F.

(1)求图象 F 所表示的抛物线的表达式;

(2)设抛物线 F 和 x 轴相交于点 O,B(点 B 位于点 O 的右侧),顶点为 C,点 A 位于 y 轴的负半轴上,且到 x 轴的距离等于点 C 到 x 轴的距离的 2 倍,求 AB 所在直线的表达式.



类型二　二次函数与一次函数结合的实际应用

例4　某农户生产经销一种农产品,已知这种产品的成本价为每千克20元,经市场调查发现,该产品每天的销售量 y(千克)与销售价 x(元/千克)有如下关系:$y=-2x+80$.设这种产品每天的销售利润为 w 元.

(1)求 w 与 x 之间的函数表达式;

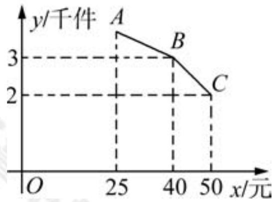
(2)该产品的销售价定为每千克多少元时,每天的销售利润最大?最大利润是多少元?

(3)如果物价部门规定这种产品的销售价不能高于每千克28元,该农户想要每天获得150元的销售利润,销售价应定为每千克多少元?

变式（等级二）　某扶贫工作队为对口扶贫村引进建立了一个村集体企业，并提供一笔无息贷款作为启动资金，双方约定：①企业生产出的产品全部由扶贫工作队及时联系商家收购；②企业从生产销售的利润中，要保证按时发放工人每月最低工资 32 000 元. 已知该企业生产的产品成本为 20 元/件，月生产量 y（千件）与出厂价 x（元）（$25\leqslant x\leqslant 50$）的函数关系可用图中的线段 AB 和 BC 表示，其中 AB 的表达式为 $y=-\frac{1}{20}x+m$（m 为常数）.

(1)求该企业月生产量 y（千件）与出厂价 x（元）之间的函数表达式，并写出自变量 x 的取值范围；

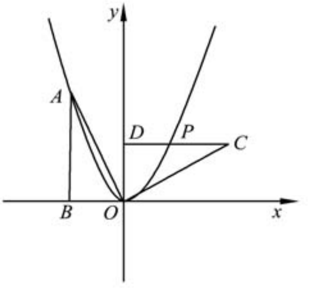
(2)当该企业生产出的产品出厂价定为每件多少元时，月利润 W（元）最大？最大利润是多少元？[月利润=（出厂价－成本）×月生产量－工人月最低工资]



类型三　二次函数与几何图形结合

例5　如图，Rt△OAB 的顶点 $A(-2,4)$ 在抛物线 $y=ax^2$ 上，将 Rt△OAB 绕点 O 顺时针旋转 90°，得到△OCD，边 CD 与该抛物线交于点 P，则点 P 的坐标为　　　（　　）

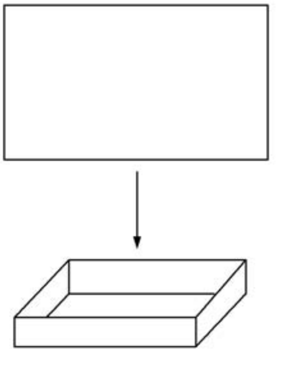
A. $(\sqrt{2},\sqrt{2})$　　B. $(2,2)$　　C. $(\sqrt{2},2)$　　D. $(2,\sqrt{2})$



变式（等级一）　工人师傅用一块长 10 dm、宽 6 dm 的矩形铁皮制作一个无盖的长方体容器，需要在四个角上各裁掉一个正方形.（厚度不计）

(1)在图中画出裁剪示意图，用实线表示裁剪线，虚线表示折痕；并求长方体底面面积为 12 dm^2 时，裁掉的正方形边长；

(2)若要求制作的长方体的底面长不大于底面宽的五倍，并将容器进行防锈处理，侧面每平方分米的费用为 0.5 元，底面每平方分米的费用为 2 元，裁掉的正方形边长多大时，总费用最低？最低为多少元？



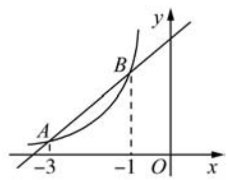
章末测试

一、选择题

1. a,b 是实数，点 $A(2,a)$，$B(3,b)$ 在反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象上，则　　（　　）

A. $a<b<0$　　B. $b<a<0$　　C. $a<0<b$　　D. $b<0<a$

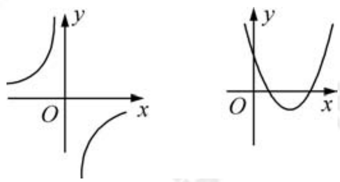
2. 如图，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x<0)$ 与一次函数 $y=x+4$ 的图象交于 A,B 两点，A,B 两点的横坐标分别为 $-3,-1$. 则关于 x 的不等式 $\frac{k}{x}<x+4(x<0)$ 的解集为　　（　　）

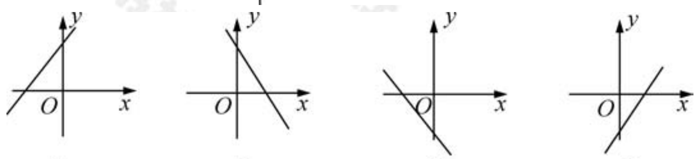


A. $x<-3$　　B. $-3<x<-1$

C. $-1<x<0$　　D. $x<-3$ 或 $-1<x<0$

3. (2019・德州)若函数 $y=\frac{k}{x}$ 与 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，则函数 $y=kx+b$ 的大致图象为　　（　　）





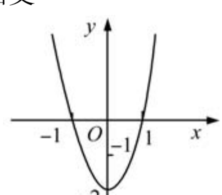
A.　　B.　　C.　　D.

4. 对于函数 $y=-2(x-m)^2$ 的图象，下列说法不正确的是　　（　　）

A. 开口向下　　B. 对称轴是 $x=m$

C. 最大值为 0　　D. 与 y 轴不相交

5. 将如图所示的抛物线向右平移 1 个单位长度，再向上平移 3 个单位长度后，得到的抛物线表达式是　　（　　）



A. $y=(x-1)^2+1$

B. $y=(x+1)^2+1$

C. $y=2(x-1)^2+1$

D. $y=2(x+1)^2+1$

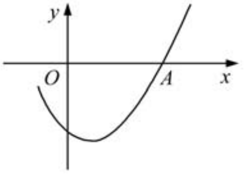
6. 如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图象的一部分，且过点 $A(3,0)$，二次函数图象的对称轴是直线 $x=1$. 下列结论，正确的是 (　　)

A. $b^2<4ac$

B. $ac>0$

C. $2a-b=0$

D. $a-b+c=0$

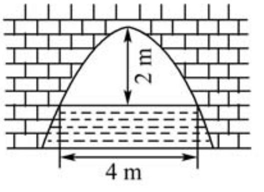


二、填空题

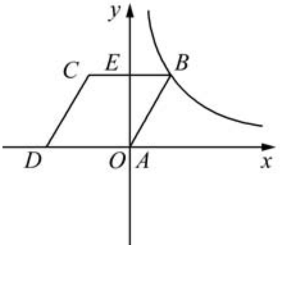
7. 已知函数 $y=-(x-1)^2$ 图象上的两点 $A(2,y_1)$，$B(a,y_2)$，其中 $a>2$，则 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 ________ y_2.（填“>”“<”或“=”）

8. 已知 A，B 两点分别在反比例函数 $y=\frac{3m}{x}(m\neq0)$ 和 $y=\frac{2m-5}{x}\left(m\neq\frac{5}{2}\right)$ 的图象上. 若点 A 与点 B 关于 x 轴对称，则 m 的值为_____.

9. 如图是抛物线形拱桥，当拱顶离水面 2 m 时，水面宽 4 m. 若水面下降 2 m，则水面宽度增加__________ m.



10. 如图，菱形 $ABCD$ 的面积为 6，边 AD 在 x 轴上，边 BC 的中点 E 在 y 轴上，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过顶点 B，则 k 的值为________.

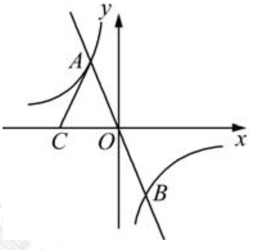


三、解答题

11. 如图,正比例函数 $y_1=-3x$ 的图象与反比例函数 $y_2=\frac{k}{x}$ 的图象交于 A,B 两点.点 C 在 x 轴的负半轴上,$AC=AO$,$\triangle ACO$ 的面积为 12.

(1)求 k 的值;

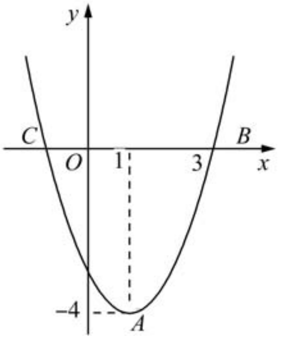
(2)根据图象,当 $y_1>y_2$ 时,写出 x 的取值范围.



12. 如图,在平面直角坐标系中,抛物线的顶点为 $A(1,-4)$,且与 x 轴交于 B,C 两点,点 B 的坐标为$(3,0)$.

(1)写出 C 点的坐标,并求出抛物线的表达式;

(2)观察图象,直接写出函数值为正数时自变量可以取值的范围.

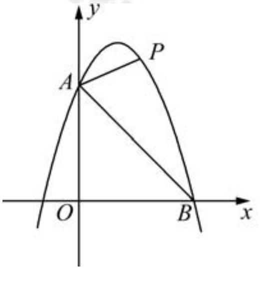


13. 某商品的进价为每件 40 元，售价为每件 60 元时，每个月可卖出 100 件；如果每件商品的售价每上涨 1 元，则每个月少卖 2 件. 设每件商品的售价为 x 元（x 为正整数），每个月的销售利润为 y 元. 当每件商品的售价定为多少元时，每个月可获得最大利润？最大的月利润是多少元？

14. 如图，已知抛物线 $y=ax^2+2x+c$ 与 y 轴交于点 $A(0,6)$，与 x 轴交于点 $B(6,0)$，点 P 是线段 AB 上方抛物线上的一个动点.

(1)求这条抛物线的表达式及其顶点坐标；

(2)当点 P 移动到抛物线的什么位置时，使得$\angle PAB=75°$？求出此时点 P 的坐标.



第 6 章　事件的概率

第 1 课时　随机事件

例 1

变式 1(等级一)　(1)下列事件中是随机事件的有　(　　)

①投掷一枚硬币正面朝上;②太阳从东方升起;③五边形的内角和是 560°;④购买一张彩票中奖.

A. 0 个　　B. 1 个　　C. 2 个　　D. 3 个

(2)下列语句描述的事件中,是随机事件的为　(　　)

A. 水能载舟,亦能覆舟　　B. 只手遮天,偷天换日

C. 瓜熟蒂落,水到渠成　　D. 心想事成,万事如意

(3)下列事件为确定事件的是　(　　)

A. 一个不透明的口袋中装有除颜色以外完全相同的 3 个红球和 1 个白球,混合均匀后,从中任意摸出 1 个球是红球

B. 长度分别是 4,6,9 的三条线段能围成一个三角形

C. 篮球运动员丁彦雨航投篮一次命中

D. 掷 1 枚质地均匀的硬币,落地时正面朝上

变式 2(等级二)　下列说法中正确的是　(　　)

A. “任意画出一个等边三角形,它是轴对称图形”是随机事件

B. “任意画出一个平行四边形,它是中心对称图形”是必然事件

C. “很难发生的事件”是不可能事件

D. 任意掷一枚质地均匀的硬币 10 次,正面向上的次数一定是 5

变式 3(等级二) 从分别标有 1～10 的 10 张卡片中任意选取两张(不放回),下列事件中,哪些是必然发生的?哪些是随机发生的?哪些是不可能发生的?

(1)两数之和是整数;

(2)两数不相同;

(3)两数的积是偶数;

(4)两数的积是负数;

(5)第一个数是第二个数的 2 倍.

变式 4(等级二) 在一个不透明的口袋中装有除颜色外完全相同的 5 个红球、3 个蓝球和 2 个白球,充分搅匀.请判断以下事件是必然事件、随机事件,还是不可能事件,并说明理由.

(1)从口袋中任意取出 5 个球,只有蓝球和白球,没有红球;

(2)从口袋中任意取出 5 个球,恰好蓝球、白球、红球三种颜色都齐全了;

(3)从口袋中一次取出 5 个球,全是蓝球;

(4)从口袋中一次摸出 9 个球,恰好蓝球、白球、红球三种颜色都齐全了.

第 2 课时　频数与频率

例 1

变式 1（等级一）　(1)"I am a good student."这句话中，字母"a"出现的频率是　(　　)

A. 2　　B. $\frac{2}{15}$　　C. $\frac{1}{18}$　　D. $\frac{1}{11}$

(2)在一次数学测试中，某班 50 名学生的成绩分为六组，第一组到第四组的频数分别为 6，8，9，12，第五组的频率是 0.2，则第六组的频数是________.

(3)学习委员调查本班学生课外阅读情况，对学生喜爱的书籍进行分类统计，其中"古诗词类"的频数为 12 人，频率为 0.25，那么被调查的学生人数为________.

(4)某校对初一全体学生进行了一次视力普查，得到如下统计表.

视力 x	频数
$4.0 \leqslant x < 4.3$	20
$4.3 \leqslant x < 4.6$	40
$4.6 \leqslant x < 4.9$	70
$4.9 \leqslant x < 5.2$	60
$5.2 \leqslant x < 5.5$	10

视力在 $4.9 \leqslant x < 5.5$ 这个范围的频率为________.

变式 2(等级二)　某校九年级三班的 50 名学生数学测试成绩(单位:分)如下表:

100	99	96	98	85	100	99	98	97	98
96	95	99	89	85	84	84	83	80	84
82	79	78	79	76	78	83	81	80	82
79	77	76	80	84	83	84	84	81	84
74	74	72	70	74	59	58	55	59	58

(1)整理上述数据,按优秀(大于等于 85 分)、良好(大于等于 75 分而小于 85 分)、合格(大于等于 60 分而小于 75 分)、不合格(小于 60 分)将它们分组,列出相应的频数、频率分布表(频率精确到 0.01);

(2)根据(1)中各组的频率制作相应的扇形统计图.

变式 3(等级三)　某市通过网络投票选出了一批“最有孝心的美少年”. 根据各县级市的入选结果制作出如下统计表,后来发现,统计表中前三行的所有数据都是正确的,后三行中有一个数据是错误的. 请回答下列问题:

(1)统计表中 $a=$________,$b=$________;

(2)统计表后三行中哪一个数据是错误的?该数据的正确值是多少?

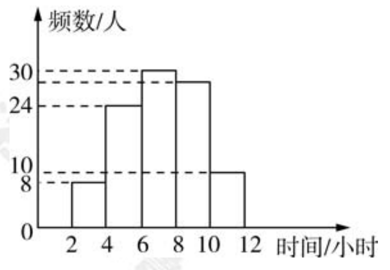
区域	频数	频率
A 县	4	a
B 县	5	0.125
C 县	b	0.15
D 县	8	0.2
E 县	5	0.125
F 县	12	0.25

第 3 课时　频数直方图(1)

例 1

变式 1(等级一)　为了解某校学生今年“五一”期间参加社团活动时间的情况,随机抽查了其中 100 名学生进行统计,并绘成如图所示的频数直方图. 已知该校共有 1 000 名学生,据此估计,该校“五一”期间参加社团活动时间在 8～10 小时之间的学生人数大约是 (　　)

A. 280　　B. 240　　C. 300　　D. 260



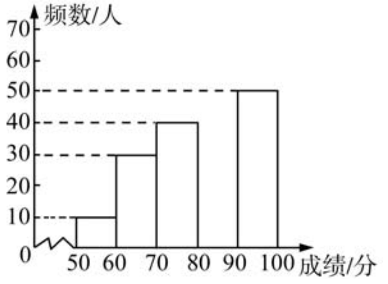
变式 2(等级二)　中华文明,源远流长;中华汉字,寓意深广. 为传承中华优秀传统文化,某校团委组织了一次全校 3 000 名学生参加的“汉字听写”大赛. 为了解本次大赛的成绩,校团委随机抽取了其中 200 名学生的成绩(成绩 x 取整数,总分 100 分)作为样本进行统计,制成如下不完整的统计图表:

成绩 x/分	频数/人	频率
$50\leqslant x<60$	10	0.05
$60\leqslant x<70$	30	0.15
$70\leqslant x<80$	40	n
$80\leqslant x<90$	m	0.35
$90\leqslant x\leqslant 100$	50	0.25

根据所给信息,解答下列问题:

(1)$m=$________,$n=$________;

(2)补全频数分布直方图;

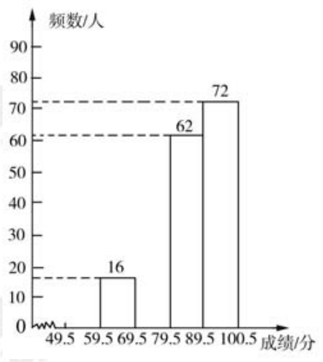


(3)这 200 名学生成绩的中位数会落在________分数段;

(4)若成绩在 90 分以上(包括 90 分)为"优"等,请你估计该校参加本次比赛的 3 000 名学生中成绩是"优"等的约有多少人.

变式 3(等级二)　某区九年级有 3 000 名学生参加“安全伴我行知识竞赛”活动.为了了解本次知识竞赛的成绩分布情况,从中抽取了 200 名学生的得分(得分取正整数,满分为 100 分)进行统计.

分组	频数/人	频率
49.5～59.5 分	10	
59.5～69.5 分	16	0.08
69.5～79.5 分		0.20
79.5～89.5 分	62	
89.5～100.5 分	72	0.36



请你根据不完整的频数、频率分布表,解答下列问题:

(1)补全频数、频率分布表和频数直方图;

(2)若将得分转化为等级,规定得分低于 59.5 分评为“D”,59.5～69.5 分评为“C”,69.5～89.5 分评为“B”,89.5～100.5 分评为“A”.这次全区九年级参加竞赛的学生中约有多少名学生的参赛成绩被评为“D”?如果随机抽查一名参赛学生的成绩等级,则这名学生的成绩被评为“A”“B”“C”“D”哪一个等级的可能性大?请说明理由.

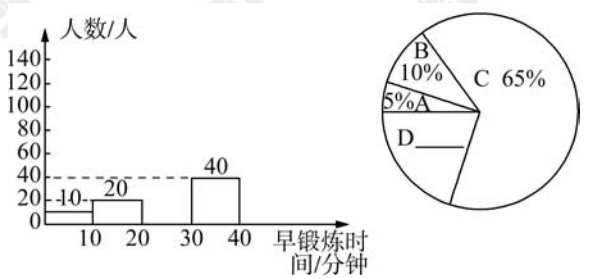
第 4 课时　频数直方图(2)

例 2

变式 1(等级一)　养成良好的早锻炼习惯,对学生的学习和生活都非常有益.某中学为了了解九年级学生的早锻炼情况,校政教处在九年级随机抽取了部分学生,并对这些学生通常情况下一天的早锻炼时间(分钟)进行了调查.现把调查结果分成 A,B,C,D 四组,如下表所示,同时,将调查结果绘制成下面两幅不完整的统计图.

分组	早锻炼时间/分钟
A	0～10
B	10～20
C	20～30
D	30～40

所抽取九年级学生早锻炼时间统计图



请你根据以上提供的信息,解答下列问题:

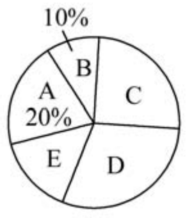
(1)补全频数分布直方图和扇形统计图;

(2)所抽取的九年级学生早锻炼时间的中位数落在________组内;

(3)已知该校九年级共有 1 200 名学生,请你估计这个年级的学生中约有多少人一天早锻炼的时间不少于 20 分钟.(早锻炼:指学生在早晨 7:00～7:40 之间的锻炼)

变式 2（等级一） 某市记者为了了解“雾霾天气的主要成因”，随机调查了该市部分市民，并对调查结果进行整理，绘制了如下尚不完整的统计图表.

组别	观点	频数/人
A	大气气压低，空气不流动	80
B	地面灰尘大，空气湿度低	m
C	汽车尾气排放	n
D	工厂造成的污染	120
E	其他	60



请根据图表中提供的信息解答下列问题：

(1)$m=$________，$n=$________，扇形统计图中 E 组所占的百分比为________%；

(2)若该市人口约有 100 万人，请你估计其中持 D 组观点的市民人数.

变式 3（等级二） 为了解中学生身体发育情况，对某中学同年龄的 60 名女生的身高进行了测量，结果如下（单位：cm）：

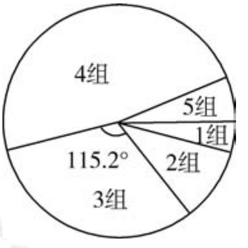
167 154 159 166 169 159 156 166 162 158 159 156 166 160 164 160
157 156 157 161 158 158 153 158 164 158 163 158 153 157 162 162
159 154 165 166 157 151 146 151 158 160 165 158 163 163 162 161
154 165 162 162 159 157 159 149 164 168 159 153

(1)利用所学知识把以上数据分成 8 个组，你如何来分呢？

(2)该组学生身高的中位数落在哪个小组？

变式 4(等级二)　(2019·聊城)学习一定要讲究方法,比如有效的预习可大幅度提高听课的效率.九年级一班学习兴趣小组为了了解全校九年级学生的预习情况,对该校九年级学生每天的课前预习时间(单位:min)进行了抽样调查,并将抽查得到的数据分成 5 组.下面是未完成的频数、频率分布表和频数分布扇形图.

组别	课前预习时间 t/min	频数(人数)	频率
1	$0\leqslant t<10$	2	
2	$10\leqslant t<20$	a	0.10
3	$20\leqslant t<30$	16	0.32
4	$30\leqslant t<40$	b	c
5	$t\geqslant 40$	3	



请根据图表中的信息,回答下列问题:

(1)本次调查的样本容量为________,表中的 $a=$________,$b=$________,$c=$________;

(2)试计算第 4 组人数所对应的扇形圆心角的度数;

(3)该校九年级共有 1 000 名学生,请估计这些学生中每天课前预习时间不少于 20 min 的学生人数.

第 5 课时　随机现象的变化趋势

例 1

变式 1(等级一)　某公司历年在某市纯销售额的多少,主要取决于该市消费品购买力的大小.已知最近 9 年内该公司的纯销售额和该市消费品购买力的资料如下:

年度序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
纯销售额/亿元	0.19	0.22	0.23	0.25	0.29	0.31	0.35	0.39	0.41
消费品购买力/亿元	1.8	1.9	2.2	2.5	3.1	3.5	4.0	4.4	4.8

(1)在平面直角坐标系中,用横轴表示消费品购买力、纵轴表示纯销售额,描出上述 9 个数据对应的数据点;

(2)在平面直角坐标系中,画出一条直线,使它能近似地反映最近九年纯销售额与消费品购买力的相关关系;

(3)估计当消费品购买力为 5.2 亿元时,纯销售额大约是多少亿元?

变式 2(等级一)　下表是小明的爸爸一周内购买福利彩票所付的钱数与中奖金额.

所付钱数/元	50	100	150	200	300	350	450
中奖金额/元	100	200	150	50	300	250	350

(1)在直角坐标系中,用横轴表示所付钱数、纵轴表示中奖金额,描出各有序数对对应的点;

(2)画出能近似地表示所付钱数与中奖金额之间相关关系的一条直线,观察这条直线,探索随着所付钱数的增加,中奖金额发生怎样的变化;

(3)估计当所付钱数为 500 元时,中奖金额是多少元?

第 6 课时　事件的概率(1)

例　三个小组共进行 1 500 次抛币试验,结果如下:

试验组别	抛币次数	反面朝上	正面朝上
第一组	400	213	187
第二组	500	231	269
第三组	600	311	289

(1)分别计算三组"正面朝上"的成功率;哪一组的成功率更为可取?为什么?

(2)小明提出把三个组的成功率取出平均值,得到的成功率最贴近实际,你认为是否可行?你打算怎样得到最为稳定的成功率?

变式 1(等级一)　在大量重复试验中,关于随机事件发生的频率与概率,下列说法正确的是　(　　)

A. 频率就是概率

B. 频率与试验次数无关

C. 概率是随机的,与频率无关

D. 随着试验次数的增加,频率一般会越来越接近概率

变式 2(等级二)　小颖和小红两位同学在学习"概率"时,做投掷骰子(质地均匀的正方体)试验,她们共做了 60 次试验,试验的结果如下:

朝上的点数	1	2	3	4	5	6
出现的次数	7	9	6	8	20	10

(1)计算"3 点朝上"的频率和"5 点朝上"的频率;

(2)小颖说:“根据上述试验,一次试验中出现‘5 点朝上’的概率最大.”小红说:“如果投掷 600 次,那么出现‘6 点朝上’的次数正好是 100 次.”小颖和小红的说法正确吗? 为什么?

变式 3(等级二)　某篮球队在最近的几场比赛中罚球投篮的结果如下:

投篮次数(n)	8	10	12	9	16	10
进球次数(m)	6	8	9	7	12	7
进球频率($\frac{m}{n}$)						

(1)计算表中各次比赛进球的频率;

(2)该队投篮一次,进球的概率约为多少?

变式 4(等级二)　一个口袋中有 10 个红球和若干个白球,从口袋中随机摸出一个球,记下其颜色,再把它放回口袋中,不断重复上述过程,试验中共摸了 200 次,其中 50 次摸到了红球,请通过试验估计口袋中白球的个数.

第 7 课时　事件的概率(2)

例 1

变式 1(等级一)　事件 A 发生的概率为 $\frac{1}{20}$,大量重复做这种试验,事件 A 平均每 100 次发生的次数是________.

变式 2(等级二)　对一批西装质量的抽检情况如下:

抽检件数	200	400	600	800	1 000	1 200
正品件数	190	390	576	772	967	1 160
正品的频率						

(1)填写表格中正品的频率(精确到 0.001);

(2)从这批西装中任选一件是正品的概率是多少?

(3)若要销售这批西装 2 000 件,为了方便购买到次品西装的顾客前来调换,至少应该进多少件西装?

变式 3（等级二）　在一个不透明的口袋里装有除颜色外其余均相同的黑、白两种球共 20 个，某学习小组做摸球试验，将球搅匀后从中随机摸出一个球记下颜色，再把它放回袋中，不断重复.下表是试验进行中的一组统计数据：

摸球的次数(n)	100	150	200	500	800	1 000
摸到白球的次数(m)	58	96	116	295	484	600
摸到白球的频率($\frac{m}{n}$)	0.58	0.64	0.58	0.59	0.605	0.600

(1)请估计：当 n 很大时，摸到白球的频率将会接近_________；

(2)假如你去摸一次，试估计你摸到白球的概率是_________，摸到黑球的概率是_________；

(3)试估算口袋中黑、白两种颜色的球各有多少个.

第 8 课时　简单的概率计算(1)

例 1

变式 1(等级一)　(1)小亮、小莹、大刚三位同学随机地站成一排合影留念,小亮恰好站在中间的概率是　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{1}{6}$

(2)九年级一班在参加学校 4×100 m 接力赛时,安排了甲、乙、丙、丁四位选手,他们的顺序由抽签随机决定,则甲跑第一棒的概率为　(　　)

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{4}$

(3)四张形状大小完全一致的卡片,放在不透明的箱子中,每张卡片正反面上分别标的点的坐标如下表所示:

	第一张	第二张	第三张	第四张
正面	(2,3)	(1,3)	(−1,2)	(2,4)
反面	(−2,1)	(−1,−3)	(1,2)	(−3,4)

若从中随机抽取一张,其正反面上的两点正好关于 y 轴对称的概率是　(　　)

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{3}{4}$　　D. 1

(4)(2019·丽水)一个布袋里装有 2 个红球、3 个黄球和 5 个白球,除颜色外其他都相同.搅匀后任意摸出一个球,这个球是白球的概率为　(　　)

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{3}{10}$　　C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{7}{10}$

变式 2(等级一)　(1)一个不透明的袋中装有除颜色外均相同的 5 个红球和 n 个黄球,从中随机摸出一个,摸到红球的概率是 $\frac{5}{8}$,则 $n=$ ________.

(2)一个箱子中装有除颜色外都相同的 2 个白球、2 个黄球、1 个红球.现添加同种型号的 1 个球,使得从中随机抽取 1 个球,这三种颜色的球被抽到的概率都是$\frac{1}{3}$,那么添加的球是________.

例 2

变式 1(等级一)　抛掷一枚骰子(6 个面上分别刻有 1,2,3,4,5,6 个点的均匀的小正方体).落定后,

(1)骰子朝上一面的“点数是 7”是什么事件?它发生的概率是多少?

(2)骰子朝上一面的“点数是偶数”是什么事件?它发生的概率是多少?

(3)骰子朝上一面的“点数是合数”是什么事件?它发生的概率是多少?

变式 2(等级二)　在一个不透明的袋子中装有仅颜色不同的 10 个小球,其中红球 4 个,黑球 6 个.

(1)先从袋子中取出 $m(m>1)$个红球,再从袋子中随机摸出一个球,将“摸出黑球”记为事件 A,请完成下列表格:

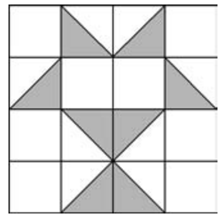
事件 A	必然事件	随机事件
m 的值		

(2)先从袋子中取出 m 个红球,再放入 m 个一样的黑球并摇匀,随机摸出一个黑球的概率等于$\frac{4}{5}$,求 m 的值.

第9课时　简单的概率计算(2)

例3

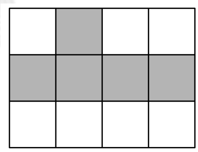
变式1(等级一)　(1)如果小球在如图所示的地面上自由滚动,并随机停留在某块方砖上,每块方砖的大小、质地完全一致,那么它最终停留在阴影部分的概率是　(　　)



A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{4}$

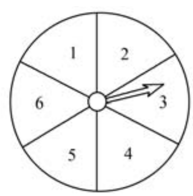
C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{1}{6}$

(2)如图,共有12个大小相同的小正方形,其中阴影部分的5个小正方形是一个正方体的表面展开图的一部分,现从其余的小正方形中任取一个涂上阴影,能构成这个正方体的表面展开图的概率是　(　　)



A. $\frac{4}{7}$　　B. $\frac{3}{7}$　　C. $\frac{2}{7}$　　D. $\frac{1}{7}$

变式2(等级二)　如图所示的转盘被划分成六个相同大小的扇形,并分别标上1,2,3,4,5,6这六个数字,指针停在每个扇形的可能性相等,四位同学各自发表了下述见解:



甲:如果指针前三次都停在了3号扇形,下次就一定不会停在3号扇形了.

乙:只要指针连续转六次,一定会有一次停在6号扇形.

丙:指针停在奇数号扇形的概率和停在偶数号扇形的概率相等.

丁:运气好的时候,只要在转动前默默想好让指针停在6号扇形,指针停在6号扇形的可能性就会加大.

其中你认为正确的见解是________.

例 4

变式 1（等级一）　小莉的爸爸买了一张世博会的门票，她和哥哥两人都很想去观看，可门票只有一张，读九年级的哥哥想了一个办法，拿了八张扑克牌，将数字为 1，2，3，5 的四张牌给小莉，将数字为 4，6，7，8 的四张牌留给自己，并按如下规则进行游戏：小莉和哥哥从各自的四张牌中随机抽出一张，然后将抽出的两张扑克牌数字相加，如果和为偶数，则小莉去；如果和为奇数，则哥哥去.

(1)请求出小莉去看世博会的概率；

(2)哥哥设计的游戏规则公平吗？若公平，请说明理由；若不公平，请你设计一种公平的游戏规则.

变式 2(等级二)　在阳光体育活动时间,小亮、小莹、小芳和大刚到学校乒乓球室打乒乓球,当时只有一张空球桌,他们只能选两人打第一场.

(1)如果确定小亮打第一场,再从其余三人中随机选取一人打第一场,求恰好选中大刚的概率;

(2)如果确定小亮做裁判,用"手心、手背"的方法决定其余三人哪两人打第一场.游戏规则是:三人同时伸"手心、手背"中的一种手势,如果恰好有两人伸出的手势相同,那么这两人上场,否则重新开始,这三人伸"手心"或"手背"都是随机的.求小莹和小芳打第一场的概率.

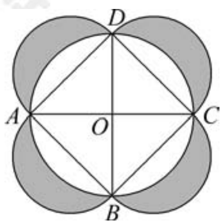
第 10 课时　简单的概率计算(3)

例 5

变式 1(等级一)　某电视台某栏目每晚 20:00～21:30 播出,其间平均插播 10 个广告,每个广告时间约 1 min. 小亮在这个节目播出期间随意调到此台,他恰好看到广告的概率是多少?

变式 2(等级二)　(1)对于▱$ABCD$,从以下五个关系式中任取一个作为条件:①$AB=BC$;②$\angle BAD=90°$;③$AC=BD$;④$AC\perp BD$;⑤$\angle DAB=\angle ABC$. 能判定▱$ABCD$ 是矩形的概率是________.

(2)已知⊙O 的两条直径 AC,BD 互相垂直,分别以 AB,BC,CD,DA 为直径向外作半圆得到如图所示的图形. 现随机地向该图形内掷一枚小针,记针尖落在阴影区域内的概率为 P_1,针尖落在⊙O 内的概率为 P_2,则$\frac{P_1}{P_2}=$________.



例 6

变式 1(等级一)　某校学生小明每天骑自行车上学时都要经过一个十字路口,十字路口仅有红、黄、绿三种交通信号灯,假设他在路口遇到红灯的概率为$\frac{1}{3}$,遇到黄灯的概率为$\frac{1}{9}$,那么他遇到绿灯的概率为　　(　　)

A. $\frac{1}{9}$　　B. $\frac{2}{9}$　　C. $\frac{4}{9}$　　D. $\frac{5}{9}$

变式 2(等级一)　某十字路口设有交通信号灯,东西向信号灯的开启规律如下:红灯开启 30 秒后关闭,紧接着黄灯开启 3 秒后关闭,再紧接着绿灯开启 42 秒,按此规律循环下去.如果不考虑其他因素,当一辆汽车沿东西方向随机地行驶到该路口时,遇到红灯的概率是________.

参考答案

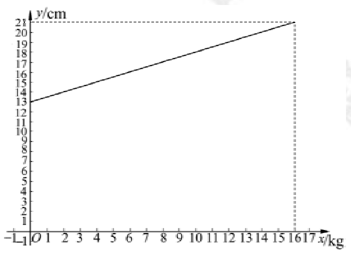
第 5 章　对函数的再探索

第 1 课时　函数与它的表示法(1)

例　(1)由弹簧原长 13 cm,即 $x=0$ 时,$y=13$,又每挂 1 kg 重物弹簧伸长 0.5 cm,可知 $y=0.5x+13$.

(2)由 x 表示的实际含义及它能挂的质量不超过 16 kg,可知自变量 x 可以取值的范围是 $0\leqslant x\leqslant16$.

(3)如图,是一条线段.



变式 1　$y=0.2x+4$

变式 2　(1)∵等腰三角形的周长为 24 cm,底边长为 y cm,一腰长为 x cm,

∴$2x+y=24$.

∴$y=24-2x$.

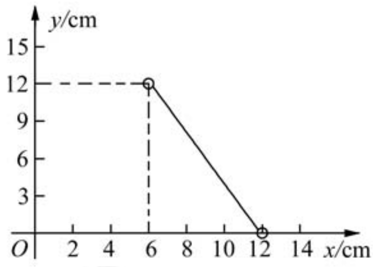
(2)由三角形的三边关系知,$x-x<y<2x$,

∴$x-x<24-2x<2x$.

∴$6<x<12$.

∴自变量 x 可以取值的范围是 $6<x<12$.

(3)∵函数表达式为 $y=24-2x$ $(6<x<12)$,∴图象如下:



变式 3　(1)$y_1=60+30\times0.6x=60+18x$;

$y_2=10\times30+30\times0.5(x-10)=150+15x$.

(2)当 $x=40$ 时,

$y_1=60+18\times40=780$,

$y_2=150+15\times40=750$.

因为 $y_1>y_2$,所以选择乙采摘园比较合算.

第 2 课时　函数与它的表示法(2)

例 1

变式 1　$x>3$

变式 2　(1)D　(2)C　(3)A

变式 3　(1)根据题意得,养鸡场的长 y(m)与宽 x(m)满足 $y+2x=35$,即 $y=-2x+35$.

(2)由题意得 $x<y\leqslant18$,

∴$x<-2x+35\leqslant18$.

∴$\frac{17}{2}\leqslant x<\frac{35}{3}$.

则自变量 x 可以取值的范围为

$\frac{17}{2}\leqslant x<\frac{35}{3}$.

变式 4 (1)由题意得 $s=500-80t$,是一次函数.

(2)当汽车到达乙地时,$s=0$,即 $500-80t=0$,解得 $t=\frac{25}{4}$.

所以自变量 t 可以取值的范围为 $0\leqslant t\leqslant\frac{25}{4}$.

(3)当 $s=100$ 时,即 $500-80t=100$,解得 $t=5$.

所以汽车从甲地开出 5 小时后,距离乙地 100 km.

第 3 课时 函数与它的表示法(3)

例 2

变式 1 B

变式 2 D

变式 3 C

变式 4 (1)设水库蓄水量上升期的函数表达式为 $V=kt+b$,

把(0,600),(20,1 200)代入得

$\begin{cases}600=b,\\1\ 200=20k+b.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}b=600,\\k=30.\end{cases}$

所以函数表达式为 $V=30t+600,0\leqslant t\leqslant 20$.

设水库蓄水量下降期的函数表达式为 $V=k_1t+b_1$,

把(20,1 200),(60,800)代入得

$\begin{cases}800=60k_1+b_1,\\1\ 200=20k_1+b_1.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k_1=-10,\\b_1=1\ 400.\end{cases}$

所以函数表达式为 $V=-10t+1\ 400,20<t\leqslant 60$.

(2)当 $V=900$ 时,代入 $V=30t+600$ 得到 $t=10$;

当 $V=900$ 时,代入 $V=-10t+1\ 400$ 得到 $t=50$.

即时间 t 的取值范围为 $10\leqslant t\leqslant 50$.

变式 5 (1)由题意得:

①当 $0\leqslant x\leqslant 8\ 000$ 时,$y=0$;

②当 $8\ 000<x\leqslant 30\ 000$ 时,

$y=(x-8\ 000)\times 50\%=0.5x-4\ 000$;

③当 $30\ 000<x\leqslant 50\ 000$ 时,

$y=(30\ 000-8\ 000)\times 50\%+(x-30\ 000)\times 60\%=0.6x-7\ 000$.

$\therefore y=\begin{cases}0,0\leqslant x\leqslant 8\ 000,\\0.5x-4\ 000,8\ 000<x\leqslant 30\ 000,\\0.6x-7\ 000,30\ 000<x\leqslant 50\ 000.\end{cases}$

(2)当花费 30 000 元时,报销金额为 $y=0.5\times 30\ 000-4\ 000=11\ 000$.

$\because 20\ 000>11\ 000$,

$\therefore$他的大病住院医疗费用超过 30 000元.

当花费 50 000 元时,报销钱数为 $0.6\times 5\ 000-7\ 000=23\ 000$.

$20\ 000<23\ 000$,$\therefore$他的住院医疗费用小于 50 000 元.

把 $y=20\ 000$ 代入 $y=0.6x-7\ 000$,得

$20\ 000=0.6x-7\ 000$,

解得 $x=45\ 000$.

所以他的大病住院医疗费用是45 000元.

第4课时　反比例函数(1)

例 1

变式 1　(1)由题意,得 $x=\frac{1\ 500}{y}$,即 $y=\frac{1\ 500}{x}$,是反比例函数.

(2)由单价乘油量等于总价,得 $y=6.32x$,不是反比例函数.

(3)由路程与时间的关系,得 $t=\frac{100}{v}$,是反比例函数.

变式 2　(1)真命题.因为等腰三角形的面积一定,所以底边长和底边上的高的乘积为非零常数,所以(1)为真命题.

(2)假命题.尽管田老师的苹果数量越多,张老师的苹果数量越少,或者田老师的苹果数量越少,张老师的苹果数量越多,但田老师的苹果数量乘张老师的苹果数量不等于确定的苹果数量,所以(2)为假命题.

(3)真命题.因为橘子的单价乘购买的质量等于10元,所以橘子的单价与购买的质量成反比例的关系,所以(3)为真命题.

(4)真命题.因为直角三角形的面积为两直角边长乘积的一半,所以当它的面积一定时,其两直角边长的乘积也一定,所以(4)为真命题.

例 2

变式 1　$\because y=(m-2)x^{3-m^2}$ 是反比例函数,$\therefore 3-m^2=-1$,且 $m-2\neq0$,解得 $m=-2$.故 m 的值为 -2.

变式 2　C

变式 3　A

变式 4　把 $A(1,a)$ 代入 $y=2x$ 得 $a=2$,所以 $A(1,2)$.

设反比例函数的表达式是 $y=\frac{k}{x}$,

把 $A(1,2)$ 代入上式,得 $k=2$.

故反比例函数的表达式是 $y=\frac{2}{x}$.

第5课时　反比例函数(2)

例　C　**解析:**因为 $k=4>0$,所以当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而减小.

变式 1　B

变式 2　D

变式 3　C　**解析:**$\because$ 反比例函数的图象位于第一、三象限,

$\therefore m>0$,故①错误;

当反比例函数的图象位于第一、三象限时,在每个象限内,y 随 x 的增大而减小,故②错误;

将点 $A(-1,h)$,点 $B(2,k)$ 代入 $y=\frac{m}{x}$,得 $h=-m$,$2k=m$.

$\because m>0$,

$\therefore h<k$,故③正确;

将 P 点 (x,y) 代入 $y=\frac{m}{x}$ 得到

$m=xy$，将点 $P'(-x,-y)$ 代入 $y=\frac{m}{x}$ 得到 $m=xy$. 若点 $P(x,y)$ 在图象上，则点 $P'(-x,-y)$ 也在图象上，故④正确.

变式 4 (1)$m<1$ (2)$-2<x<0$ (3)$0<y<2$

变式 5 ①当 $-2<a<0$ 时，在 $1\leqslant x\leqslant 2$ 范围内 y 随 x 的增大而增大，

$\therefore \frac{a}{2}-a=1$.

$\therefore a=-2$(不合题意，舍去).

②当 $a>0$ 时，在 $1\leqslant x\leqslant 2$ 范围内 y 随 x 的增大而减小，

$\therefore a-\frac{a}{2}=1$.

$\therefore a=2$.

综上所述，$a=2$.

第 6 课时　反比例函数(3)

例 3

变式 1 (1)4 (2)1

变式 2 (1)4 (2)-2 (3)6

例 4

变式 1 A

变式 2 D

第 7 课时　反比例函数(4)

例 5

变式 1 C

变式 2 (1)依题意得

$xy=50\times 6=300$，

则 $y=\frac{300}{x}$.

(2)设该物品的售价应定为 x 元/件. 依题意得

$60=\frac{300}{x}(x-4)$.

解得 $x=5$.

经检验，$x=5$ 是方程的根且符合题意.

所以该物品的售价应定为5 元/件.

例 6

变式 1 C **解析:**把点(1,4)分别代入 $y=kt$ 和 $y=\frac{m}{t}$ 中，得 $k=4$，$m=4$. $\therefore y=4t$，$y=\frac{4}{t}$.

把 $y=0.25$ 代入 $y=4t$ 中，得 $t_1=\frac{1}{16}$.

把 $y=0.25$ 代入 $y=\frac{4}{t}$ 中，得 $t_2=16$.

所以，治疗疾病有效的时间为 $t_2-t_1=16-\frac{1}{16}=15\frac{15}{16}$(h).

变式 2 (1)设线段 AB 所在直线的函数表达式为 $y_1=k_1x+b$ $(0\leqslant x\leqslant 10)$，

根据题意得 $\begin{cases} b=30, \\ 10k_1+b=50, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k_1=2, \\ b=30. \end{cases}$

$\therefore y_1=2x+30$，$0\leqslant x\leqslant 10$.

设 CD 所在双曲线的函数表达式为 $y_2=\frac{k_2}{x}(x\geqslant 44)$.

把 $C(44,50)$ 代入，得 $k_2=2\,200$.

$\therefore$双曲线 CD 的函数表达式为

$y_2=\frac{2\ 200}{x}$,$x\geqslant 44$.

(2)将 $y=40$ 代入 $y_1=2x+30$,得 $2x+30=40$,解得 $x=5$.

将 $y=40$ 代入 $y_2=\frac{2\ 200}{x}$,得 $x=55$.

所以,完成一份数学家庭作业的高效时间是 $55-5=50$ 分钟.

第 8 课时　二次函数

例 1

变式 1　C

变式 2　(1)由题意,得

$$\begin{cases}m^2-m=0,\\m-1\neq 0.\end{cases}$$

解得 $m=0$.

(2)根据二次函数的定义,得 $m^2-m\neq 0$.

解得 $m\neq 0$ 且 $m\neq 1$.

∴当 $m\neq 0$ 且 $m\neq 1$ 时,这个函数是二次函数.

变式 3　$y=-4x^2+40x+2\ 400$

变式 4　A

变式 5　由题意,得长方形的长为 $(40-x)$ cm,∴ $y=x\cdot(40-x)=-x^2+40x$,$0<x<20$.

故 y 是 x 的二次函数.

变式 6　由题意,得

$S_{四边形CGEF}=S_{梯形ABCD}-S_{\triangle EDG}-S_{\triangle EAF}-S_{\triangle BCF}=\frac{1}{2}\times(3+6)\times 4-\frac{1}{2}x(4-x)-\frac{1}{2}x(6-x)-\frac{1}{2}\times 4x=x^2-7x+18$.

∵ $x>0$,$3-x>0$,$4-x>0$,$6-x>0$,

∴ $0<x<3$.

∴ S 与 x 之间的函数表达式是 $S=x^2-7x+18$,$0<x<3$.

第 9 课时　二次函数的图象和性质(1)

例　(1)把点 $A(\frac{1}{2},-\frac{1}{8})$ 代入函数表达式,得 $\frac{1}{4}a=-\frac{1}{8}$,解得 $a=-\frac{1}{2}$,∴ $y=-\frac{1}{2}x^2$.

把点 $B(3,m)$ 代入函数表达式,得 $m=-\frac{1}{2}\times 9=-\frac{9}{2}$.

(2)点 $C(-3,-\frac{9}{2})$.

(3)当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而减小.

(4)当 $x=0$ 时,y 有最大值 0.

变式 1　(1)③　(2)①　(3)④　(4)②

变式 2　2π

变式 3　C

变式 4　②③　**解析**:$y=-3x$,$k=-3<0$,y 随 x 的增大而减小,所以①不正确;$y=x-1$,$k=1>0$,y 随 x 的增大而增大,所以②正确;$y=-\frac{1}{x}(x<0)$,y 随 x 的增大而增大,所以③正确;$y=x^2$,当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而减小,所以④不正确. 故答案为②③.

变式 5　4　**解析**:根据抛物线的对称性,知点 B 的横坐标是 -2.

∵线段 $AB // x$ 轴,

∴$AB=2-(-2)=2+2=4$.

变式 6　D

变式 7　C

第 10 课时　二次函数的图象和性质(2)

例　$y=2(x-3)^2-5$　上　$x=3$　$(3,-5)$

变式 1　$y=\frac{1}{4}x^2-1$

变式 2　$y=x^2+2$

变式 3　设上下平移后的抛物线的表达式为 $y=\frac{1}{2}x^2+k$.

∵新抛物线的图象过点 $(4,-2)$,

∴$\frac{1}{2}\times 4^2+k=-2$.

解得 $k=-10$.

∴平移后的抛物线表达式为 $y=\frac{1}{2}x^2-10$,可以将函数 $y=\frac{1}{2}x^2$ 的图象向下平移 10 个单位长度得到.

变式 4　D

变式 5　∵将抛物线 $y=ax^2$ 向左平移后所得新抛物线的顶点横坐标为 -2,∴新抛物线的表达式为 $y=a(x+2)^2$.

∵新抛物线经过点 $(1,3)$,

∴$3=a(1+2)^2$.

∴$a=\frac{1}{3}$.

第 11 课时　二次函数的图象和性质(3)

例　1

变式 1　(1)由于二次项系数为正数,则抛物线开口向上;

根据顶点式可知,对称轴为直线 $x=2$,顶点坐标为 $(2,-1)$.

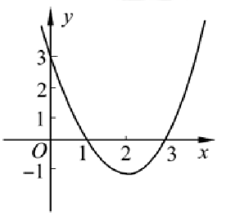
(2)令 $y=0$,则原式可化为 $(x-2)^2-1=0$.

移项,得 $(x-2)^2=1$.

开方,得 $x-2=\pm 1$.

解得 $x_1=1$,$x_2=3$.

则抛物线与 x 轴的交点坐标为 $(1,0)$,$(3,0)$. 如图:



①当 $x<1$ 或 $x>3$ 时,$y>0$;

②当 $x=1$ 或 $x=3$ 时,$y=0$;

③当 $1<x<3$ 时,$y<0$.

变式 2　B　**解析**:抛物线顶点坐标是 $(m,m+1)$,因为顶点在第一象限,所以 $\begin{cases}m>0,\\m+1>0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m>0,\\m>-1.\end{cases}$ 所以 $m>0$.

变式 3　①向下　②y 轴

③$(0,0)$　④向上　⑤y 轴

⑥$(0,3)$　⑦向下　⑧$x=2$

⑨$(2,0)$　⑩向上　⑪$x=-1$

⑫$(-1,-3)$

数学例题变式训练

九年级下册

责任编辑：王　敏
装帧设计：王其宝
　　　　　刘羽珂

ISBN 978-7-5333-3349-2

定价：10.50元