义务教育教科书最新配套用书 R

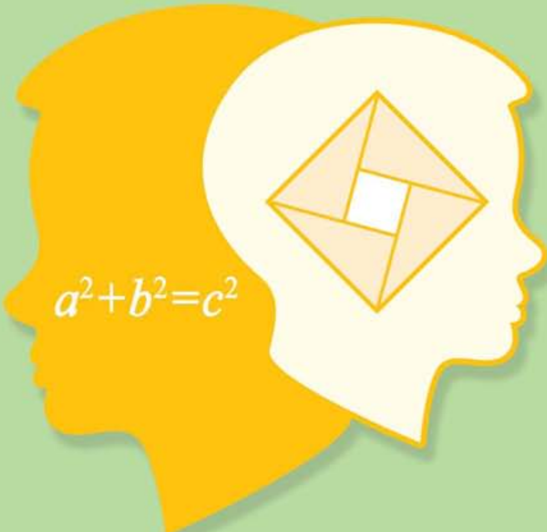
初中数学

例题变式训练

CHUZHONG SHUXUE LITI BIANSHI XUNLIAN

《初中数学例题变式训练》编写组 编

八年级下册



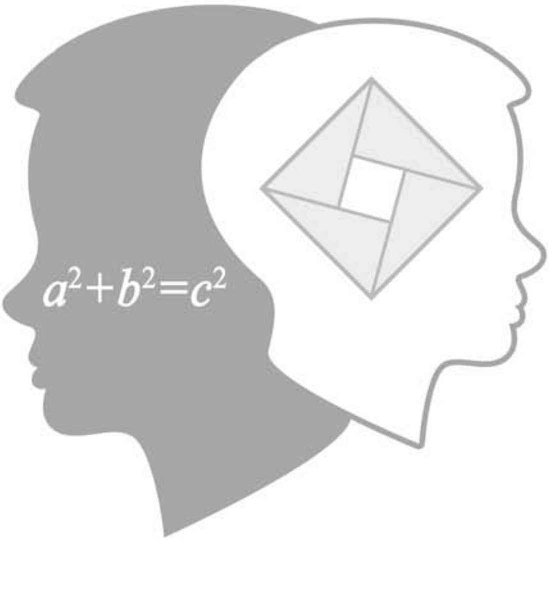
齐鲁书社

初中数学例题变式训练

CHUZHONG SHUXUE LITI BIANSHI XUNLIAN

《初中数学例题变式训练》编写组 编

八年级下册



齊魯書社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学例题变式训练．八年级．下册 /《初中数学例题变式训练》编写组编．-- 济南：齐鲁书社，2015.1（2020.1 重印）

ISBN 978-7-5333-3319-5

Ⅰ．①初… Ⅱ．①初… Ⅲ．①中学数学课—初中—习题集 Ⅳ．①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 286453 号

初中数学例题变式训练（八年级下册）

《初中数学例题变式训练》编写组 编

主管单位	山东出版传媒股份有限公司
出　　版	齊魯書社
社　　址	济南市英雄山路 189 号
邮　　编	250002
网　　址	www.qlss.com.cn
电子邮箱	qilupress@126.com
发　　行	山东新华书店集团有限公司
印　　刷	济南石茂印务有限公司
开　　本	880mm×1230mm　1/32
印　　张	4.5
字　　数	120 千字
版　　次	2015 年 1 月第 1 版
印　　次	2020 年 1 月第 6 次印刷
书　　号	ISBN 978-7-5333-3319-5
定　　价	10.50 元

目　录

第十六章　二次根式

第十七章　勾股定理

第十八章　平行四边形

第十九章　一次函数

第二十章　数据的分析

第十六章　二次根式

第 1 课时　二次根式(1)

课本例 1

变式 1(等级一)　当 x 是怎样的实数时,下列各式在实数范围内有意义?

(1) $\sqrt{x+\frac{1}{2}}$;　　(2) $\sqrt{\frac{2}{3}x}$.

变式 2(等级一)　当 x 是怎样的实数时,下列各式在实数范围内有意义?

(1) $\sqrt{-x^2}$;　　(2) $\sqrt{x^2+5}$;

(3) $\sqrt{\frac{1}{2x-1}}$;　　(4) $\frac{x}{\sqrt{5x+2}}$;

(5) $\sqrt{-x-1}$;　　(6) $\sqrt{3-x}+\sqrt{x-3}$.

变式 3(等级二)　当 x 是怎样的实数时,$\frac{\sqrt{3x-2}}{x-1}$在实数范围内无意义?

第2课时　二次根式(2)

课本例2

变式1(等级一)　计算：

(1)$\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2$；　　(2)$(-\sqrt{5})^2$.

变式2(等级二)　计算：

(1)$\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2$；　　(2)$\left(\frac{1}{2}\sqrt{7}\right)^2$；

(3)$\left(-2\sqrt{\frac{7}{2}}\right)^2$；　　(4)$(\sqrt{x+1})^2(x\geqslant 0)$.

课本例 3

变式 1（等级一）　化简：

(1) $\sqrt{25}$；　　(2) $\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}$.

变式 2（等级二）　化简：

(1) $3\sqrt{(-3)^{-2}}$；　　(2) $-10\sqrt{0.0004}$.

变式 3（等级三）　化简：

(1) $\sqrt{(x-5)^2}(x\geqslant5)$；　　(2) $\sqrt{(3-\pi)^2}$.

变式 4（等级三）　(1)已知 $2<x<3$，化简 $\sqrt{(x-2)^2}+|x-3|$.

(2)若二次根式 $\sqrt{-2x+6}$ 有意义，化简 $\sqrt{x^2-6x+9}$.

第 3 课时　二次根式的乘除(1)

课本例 1

变式 1(等级一)　计算：

(1)$\sqrt{5}\times\sqrt{7}$；　　(2)$\sqrt{\frac{3}{2}}\times\sqrt{6}$.

变式 2(等级二)　计算：

(1)$\sqrt{7}\times\sqrt{112}$；　　(2)$\sqrt{0.4}\times\sqrt{0.9}$.

课本例 2

变式 1(等级一)　化简：

(1)$\sqrt{36\times144}$；　　(2)$\sqrt{25\times49}$.

变式 2(等级二)　化简：

(1)$\sqrt{\frac{1}{9}x^2y^2z^3}$；

(2)$\sqrt{200a^5b^4c^3}$.

在本章中，如果没有特别说明，所有的字母都表示正数.

课本例 3

变式 1（等级一）　计算：

（1）$\sqrt{15}\times\sqrt{3}$；　　（2）$\sqrt{2a}\cdot\sqrt{6a}$；

（3）$\sqrt{5a}\cdot\sqrt{\frac{1}{5}ax}$.

变式 2（等级二）　计算：

（1）$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\times(-2\sqrt{21})$；　　（2）$4\sqrt{\frac{3}{7}a^2b}\cdot\left(-\frac{1}{2}\sqrt{28ab}\right)$；

（3）$\frac{1}{2}\sqrt{24}\times4\sqrt{\frac{1}{3}}\times\sqrt{\frac{1}{2}}$.

第4课时　二次根式的乘除(2)

课本例4

变式1(等级一)　计算：

(1)$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$;　　(2)(2019·合肥改编)$\sqrt{18}\div\sqrt{2}$.

变式2(等级二)　计算：

(1)$\frac{\sqrt{32x^3}}{\sqrt{2x}}$;　　(2)$\sqrt{\frac{2b^2}{a}}\div\sqrt{\frac{2a}{b^2}}$;

(3)$\sqrt{27}\times\sqrt{\frac{8}{3}}\div\sqrt{\frac{1}{2}}$;　　(4)$\frac{1}{2}\sqrt{12}\times3\sqrt{\frac{1}{3}}\div\sqrt{\frac{1}{4}}$;

(5)$9\sqrt{\frac{1}{45}}\div\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{5}}\times\frac{1}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}}$.

课本例 5

变式 1（等级一）　化简：

（1）$\sqrt{\frac{6}{25}}$；　　　　（2）$\sqrt{\frac{50}{18}}$.

变式 2（等级二）　化简：

（1）$\sqrt{\frac{a^2b}{c^2}}$；　　　　（2）$-\sqrt{\frac{36y^3}{49x^2}}$.

课本例 6

变式 1（等级一）　计算：

（1）$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$；　　　　（2）$\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{20}}$.

变式 2（等级二）　计算：

（1）$\frac{3mn}{\sqrt{5m}}$；　　　　（2）$\frac{\sqrt{2a^3}}{5\sqrt{6ab}}$.

第 5 课时　二次根式的乘除(3)

课本例 7

变式 1(等级一)　已知一个等腰三角形的底边长为 $2\sqrt{6}$ cm,底边上的高为 $4\sqrt{2}$ cm.求这个等腰三角形的面积.

变式 2(等级一)　一个长方形的实验基地,长为 $80\sqrt{20}$ m,面积为 7 200 m^2.求这个实验基地的宽.

变式 3(等级一)　一个长方体的体积 $V=72$ cm^3,高 $h=2\sqrt{6}$ cm.求这个长方体的底面积 S.

变式 4(等级二)　一个三角形的一条边长为 $2\sqrt{3}$,它的面积是 $3\sqrt{2}$.求这个三角形这条边上的高.

第6课时　二次根式的加减(1)

课本例1

变式(等级一)　计算：

(1)$\sqrt{48}+\sqrt{27}$；

(2)$\sqrt{4a}+\sqrt{16a}$；

(3)$\sqrt{8a}-\sqrt{18a}$；

(4)$\sqrt{27}+\sqrt{\dfrac{3}{25}}$.

课本例2

变式1(等级一)　计算：

(1)$\sqrt{50}+\sqrt{32}-\sqrt{200}$；

(2)$(\sqrt{48}+\sqrt{20})+(\sqrt{12}-\sqrt{5})$.

变式2(等级二)　计算：

(1)$\sqrt{8}+3\sqrt{\dfrac{1}{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$；

(2)$\left(\sqrt{24}-\sqrt{\dfrac{1}{2}}\right)-\left(\sqrt{\dfrac{1}{8}}+\sqrt{6}\right)$；

(3)$a^2\sqrt{\dfrac{2}{a}}-\sqrt{8a^3}$；

(4)$\dfrac{\sqrt{27x}}{3}-6\sqrt{\dfrac{x}{3}}+3x^2\sqrt{\dfrac{3}{x}}$.

第 7 课时　二次根式的加减(2)

课本例 3

变式 1(等级一)　计算：

(1)$(\sqrt{12}-\sqrt{3})\div\sqrt{3}$；　　(2)$(\sqrt{12}+5\sqrt{8})\times\sqrt{2}$.

变式 2(等级二)　计算：

(1)$\left(\sqrt{\frac{9}{2}}-\frac{\sqrt{98}}{3}\right)\times2\sqrt{2}$；　(2)$\left(3\sqrt{18}+\frac{1}{5}\sqrt{50}-4\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\div\sqrt{32}$.

课本例 4

变式 1(等级一)　计算：

(1)$(2\sqrt{2}+\sqrt{6})(\sqrt{2}-3\sqrt{6})$；(2)$(5+\sqrt{6})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})$.

变式 2(等级一)　计算：

(1)$(\sqrt{7}-\sqrt{6})(\sqrt{7}+\sqrt{6})$；　　(2)$(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2$.

变式 3(等级二)　计算：

(1)$(\sqrt{5}+\sqrt{7})^2(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2$；　(2)$(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})$.

第 8 课时　二次根式的混合运算

例1　计算：

(1) $-6\sqrt{8}\times2\sqrt{6}\div4\sqrt{27}$；　　(2) $\sqrt{72}\div(\sqrt{8}\times\sqrt{27})$.

变式(等级一)　计算：

(1) $2\sqrt{\frac{1}{2}}\div(-\sqrt{6})\times\frac{1}{3}\sqrt{27}$；　　(2) $8\sqrt{a^2b}\div2\sqrt{ab}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}$.

例2　计算：

(1) $\sqrt{8}+(\sqrt{2}-1)-\left(\frac{1}{2}\right)^0$；　　(2) $\frac{2}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{18}-4\sqrt{\frac{1}{2}}$.

变式 1(等级一)　计算：

(1) $5\sqrt{3}+8\sqrt{12}-7\sqrt{27}$；　　(2) $\frac{2}{\sqrt{2}}+\sqrt{24}-4\sqrt{\frac{1}{8}}$.

变式 2(等级二)　计算：

(1)$\sqrt{8}-\frac{1}{8}\sqrt{48}-\left(\frac{2}{3}\sqrt{4\frac{1}{2}}-2\sqrt{\frac{3}{4}}\right)$；

(2)$x\sqrt{\frac{1}{x}}+\sqrt{4y}-\frac{\sqrt{x}}{2}+y\sqrt{\frac{1}{y}}$.

例3　计算：

(1)$\sqrt{45}-\sqrt{\frac{2}{5}}\times\sqrt{50}$；　　(2)$(3\sqrt{48}-2\sqrt{27})\div\sqrt{3}$.

变式(等级一)　计算：

(1)$\left(\sqrt{8}-2\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\times\sqrt{6}$；　　(2)$\sqrt{24}+\sqrt{18}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{1}{9}}$；

(3)$\sqrt{48}\div\sqrt{3}-\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{12}+\sqrt{24}$；

(4)(2019·青岛改编)$\frac{\sqrt{24}+\sqrt{8}}{\sqrt{2}}-(\sqrt{3})^0$.

章末测试

一、选择题

1. 下列各式中，不是二次根式的是　　（　　）

A. $\sqrt{45}$　　B. $\sqrt{3-\pi}$　　C. $\sqrt{6x^3}$　　D. $\sqrt{x^2+1}$

2. 下列根式中，是最简二次根式的是　　（　　）

A. $\sqrt{\dfrac{x}{3}}$　　B. $\sqrt{8x}$　　C. $\sqrt{6x^3}$　　D. $\sqrt{x^2+1}$

3. 如果 $\sqrt{a^2}=-a$，那么 a 一定是　　（　　）

A. 负数　　B. 正数

C. 正数或零　　D. 负数或零

4. 若 $2m-4$ 与 $3m-1$ 是同一个数的两个平方根，则 m 的值为　　（　　）

A. -3　　B. 1　　C. -3 或 1　　D. -1

5. 能使 $\sqrt{\dfrac{1}{x-2}}$ 有意义的 x 的取值范围是　　（　　）

A. $x\neq2$　　B. $x\geqslant0$　　C. $x>2$　　D. $x\geqslant2$

6. 若 $a=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$，$b=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，则 a，b 两数的关系是　　（　　）

A. $a=b$　　B. $ab=5$

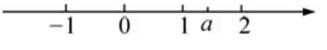
C. a，b 互为相反数　　D. a，b 互为倒数

二、填空题

7. 若 $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+y}=0$，则 $x^{2\,006}+y^{2\,005}$ 的值为________.

8. 当 $a=-3$ 时，二次根式 $\sqrt{1-a}$ 的值等于____________.

9. 实数 a 在数轴上的位置如图所示，化简：$|a-1|+\sqrt{(a-2)^2}=$________.



10. 观察下列等式：① $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\sqrt{2}+1$；② $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$；③ $\dfrac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{3}}=\sqrt{4}+\sqrt{3}$. 请用字母表示你所发现的规律：__________.

三、解答题

11. (1)$(-\sqrt{6})^2-\sqrt{25}+\sqrt{(-3)^2}$；　(2)$(\sqrt{2}+2\sqrt{3})(\sqrt{2}-2\sqrt{3})$.

12. 已知 $a=\sqrt{3}-2$，$b=\sqrt{3}+2$，求下列代数式的值：

(1)a^2b-ab^2；　(2)a^2+ab+b^2.

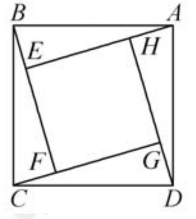
13. 先化简，再求值：$\frac{a^2-1}{a-1}-\frac{a^2-2a+1}{a^2-a}$，其中 $a=2-\sqrt{3}$.

14. 已知 a，b 为等腰三角形的两条边长，且 a，b 满足 $b=\sqrt{3-a}+\sqrt{2a-6}+4$. 求等腰三角形的周长.

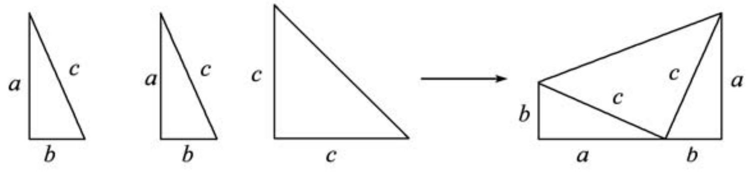
第十七章　勾股定理

第1课时　勾股定理(1)

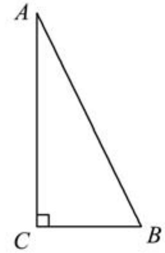
例1　如图,在“赵爽弦图”中,$\triangle ABE$,$\triangle BCF$,$\triangle CDG$和$\triangle DAH$是四个全等的直角三角形,四边形$ABCD$和$EFGH$都是正方形.设$BE=CF=DG=AH=a$,$AE=BF=CG=DH=b$,$AB=BC=CD=DA=c$.求证:$a^2+b^2=c^2$.



变式(等级一)　如图,由两个边长分别为a,b,c的直角三角形和一个两条直角边长均为c的直角三角形可以拼凑成一个新的图形.求证:$a^2+b^2=c^2$.

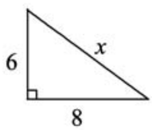


例2 如图,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle C=90^\circ$,$AC=4$,$BC=2$.求 AB 的长.

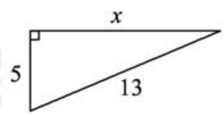


变式 1(等级一) 求下列各图形中未知数 x 的值.

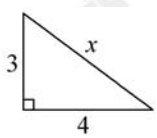
(1)



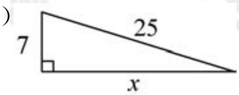
(2)



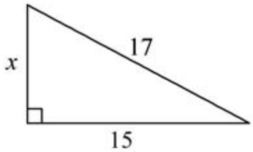
(3)



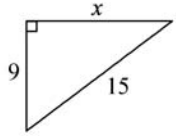
(4)



(5)

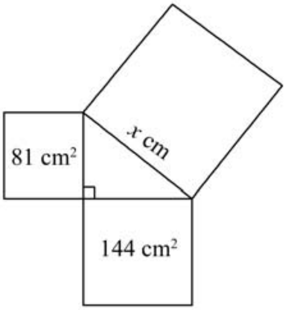


(6)

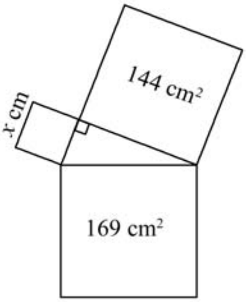


变式 2（等级二）　求下列各图形中未知数 x 的值.

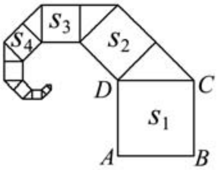
（1）



（2）



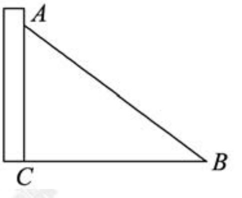
变式 3（等级三）　如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 2，其面积标记为 S_1，以 CD 为斜边作等腰直角三角形，以该等腰直角三角形的一条直角边为边向外作正方形，其面积标记为 S_2，…，S_n. 按照此规律继续下去，求 S_9 的值.



第 2 课时　勾股定理(2)

课本例 1

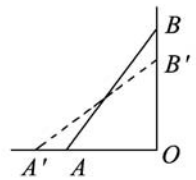
变式 1(等级一)　如图,在某建筑物的 A 处有一个标志物,A 离地面 BC 的距离是 9 m,探照灯 B 离建筑物底部 C 的距离是 12 m,该灯发出的光正好照射到标志物上,求灯离标志物的距离.



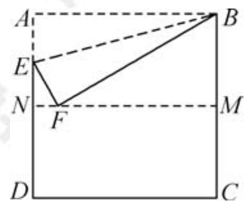
变式 2(等级二)　有一个长 40 cm、宽 30 cm 的长方形洞口,环卫工人想用一个圆盖完全盖住此洞口,那么这个圆盖的面积至少是多少?

课本例 2

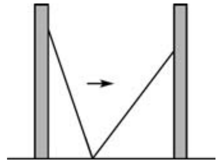
变式 1（等级一）　如图，梯子 AB 斜靠在一面竖直的墙 BO 上，梯子的底端 A 到墙根点 O 的距离为 3 m. 如果梯子的底端 A 向外移动到点 A'，使梯子的底端到墙根点 O 的距离等于 4 m，那么梯子的顶端 B 下降至点 B'. 求 BB' 的长.（梯子 AB 的长为 5 m）



变式 2（等级二）　如图，把正方形纸片 $ABCD$ 沿对边中点所在的直线对折后展开，折痕为 MN，再过点 B 折叠纸片，使点 A 落在 MN 上的点 F 处，折痕为 BE. 若 AB 的长为 2，求 FM 的长.

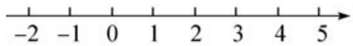


变式 3（等级二）　如图，一条小巷左右两侧是竖直的墙，一架梯子斜靠在左墙时，梯子底端到左墙角的距离为 0.7 m，顶端距离地面 2.4 m. 如果保持梯子底端位置不动，将梯子斜靠在右墙时，顶端距离地面 2 m. 求小巷的宽度.

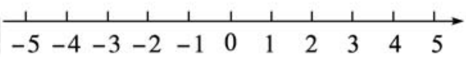


第 3 课时　勾股定理(3)

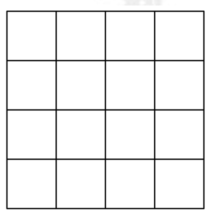
例　在数轴上作出表示$\sqrt{10}$的点.



变式 1(等级一)　学习了实数后,我们知道数轴上的点与实数是一一对应的关系,那么你能在数轴上找到表示$-\sqrt{5}$的点吗?



变式 2(等级二)　如图,正方形网格中的每个小正方形边长都是 1,任意连接这些小正方形的顶点,可得到一些线段. 请画出线段 $AB=\sqrt{2}$,$CD=\sqrt{5}$,$EF=\sqrt{13}$,并选择其中的一个说明这样画的道理.



第4课时　勾股定理的逆定理(1)

课本例1

变式1(等级一)　在下列四组线段中,不能组成直角三角形的是　　(　　)

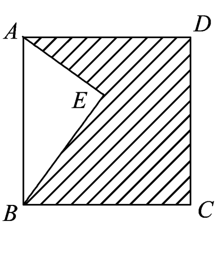
A. $a=2,b=3,c=4$　　B. $a=6,b=8,c=10$

C. $a=3,b=4,c=5$　　D. $a=1,b=\sqrt{3},c=2$

变式2(等级二)　已知a,b,c分别是$\triangle ABC\angle A,\angle B,\angle C$的对边,且$a:b:c=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$. $\triangle ABC$是否为直角三角形?

变式3(等级二)　已知三角形的三边分别为a,b,c,且$a=m-1,b=2\sqrt{m},c=m+1$.这个三角形一定是直角三角形吗?为什么?($m>1$)

变式4(等级二)　如图,点E在正方形$ABCD$内,$AE=6,BE=8,AB=10$.试求出阴影部分的面积.



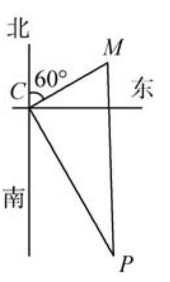
第 5 课时　勾股定理的逆定理(2)

课本例 2

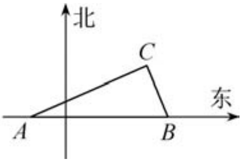
变式 1(等级一)　小明在学校运动会上负责联络工作,他先从检录处走了 75 米到达起点,又从起点向东走了 100 米到达终点,最后从终点走了 125 米回到检录处,则他开始是按哪个方向走的?(假设小明走的每段路程都是直线)

变式 2(等级一)　某校有两个课外小组的同学同时出发到校外去采集植物标本.已知第一小组的速度为 30 米/分,第二小组的速度为 40 米/分,且两组行走的路线均为直线,半小时后,两组同学同时停下来,这时两组同学正好相距 1 500 米.请你判断两组同学行走路线的夹角是否为直角?并说明理由.

变式 3(等级二)　如图,在 C 港有甲、乙两艘渔船同时开始航行,甲船沿北偏东 60°方向以每小时 8 海里的速度航行,乙船沿南偏东某方向以每小时 15 海里的速度航行,2 小时后,甲船到达 M 岛,乙船到达 P 岛,两岛相距 34 海里.你能知道乙船沿哪个方向航行吗?



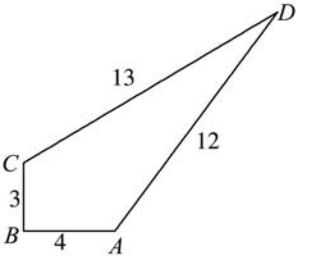
变式 4(等级二)　如图,在我国沿海有一艘不明国籍的轮船进入我国海域,我国海军甲、乙两艘巡逻艇立即分别从相距 13 海里的 A,B 两个基地同时出发前去拦截,6 分钟后同时到达 C 地将其拦截.已知乙巡逻艇每小时航行 50 海里,航向为北偏西 $22°$,甲巡逻艇每小时航行 120 海里.求甲巡逻艇的航向.



变式 5(等级二)　某单位有一块四边形的空地,$\angle B=90°$,量得各边的长度(单位:米)如图,现计划在空地内种草.

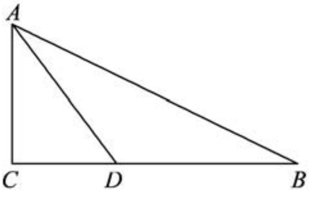
(1)连接 AC,证明$\triangle ACD$ 是直角三角形;

(2)若每平方米草地造价为 30 元,该空地全部种上草的费用是多少元?



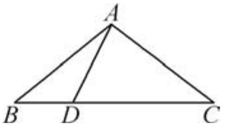
第 6 课时　勾股定理复习课

例1　如图,在△ABC 中,$\angle C=90°$,AD 平分$\angle CAB$,$AD=10$ cm,$AC=8$ cm.求点 D 到直线 AB 的距离.

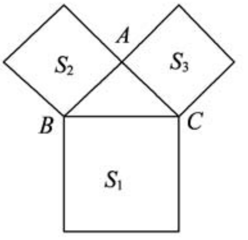


变式(等级二)　如图,在△ABC 中,$AB=AC=5$,$BC=8$,点 D 是线段 BC 上的动点(不含端点 B,C).若线段 AD 的长为正整数,则点 D 的个数共有　(　　)

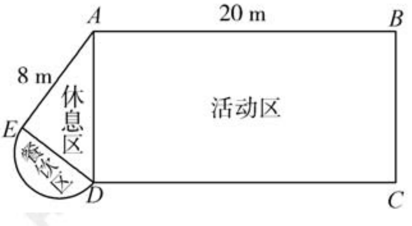
A. 5 个　　B. 4 个　　C. 3 个　　D. 2 个



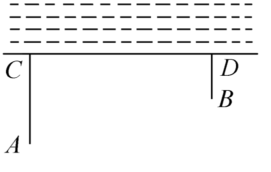
例2　如图，以$\triangle ABC$的三边为边分别向外作正方形，它们的面积分别是S_1，S_2，S_3. 如果$S_1=100$，$S_2=50$，$S_3=50$，判断$\triangle ABC$的形状.



变式（等级二）　某小区的一所健身中心的平面图如图所示，活动区是面积为200 m^2的长方形，其长为20 m，餐饮区是一个半圆形，面积为$\frac{9}{2}\pi$ m^2，休息区是一个一条边长为8 m的三角形. 试判断此三角形的形状，并说明理由.



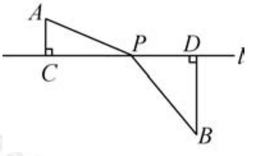
例3　如图，牧童在A处放牛，其家在B处，A，B两处到河岸的垂直距离分别为$AC=400$ m，$BD=200$ m，且$CD=800$ m，牧童从A处把牛牵到河边喝水后再回家. 试问牛在何处喝水所走的路程最短？最短的路程是多少？



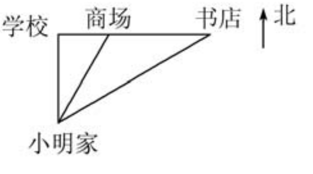
变式 1(等级一)　如图,A,B 是公路 l(l 为东西走向)两旁的两个村庄,A 村到公路 l 的距离 $AC=1$ km,B 村到公路 l 的距离 $BD=2$ km,$CD=4$ km.现在要在公路 l 上 C,D 两点之间建一个公共汽车站 P.

(1)若使得 A,B 两村到公共汽车站 P 的距离之和最短,那么最短的距离之和是多少千米?

(2)若使得 A,B 两村到公共汽车站 P 的距离相等,那么 P 站应建在离 C 点多少千米处?



变式 2(等级二)　如图,小明家位于学校的正南方向 4 千米处,在学校的正东方向依次是商场和书店,且书店到小明家的距离为 8 千米,商场到书店的距离与到小明家的距离相等.求商场到小明家的距离.



章末测试

一、选择题

1. 下列各组数中,不能作为直角三角形三边长的是（　　）

A. 9,12,15　　B. 7,24,25　　C. 6,8,10　　D. 3,5,7

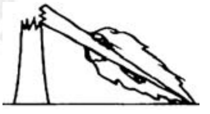
2. 将直角三角形的各边长都缩小或扩大相同的倍数后,得到的三角形（　　）

A. 可能是锐角三角形　　B. 不可能是直角三角形

C. 仍然是直角三角形　　D. 可能是钝角三角形

3. 如图,一棵高为 16 m 的大树被台风刮断. 若大树在离地面 6 m 处折断,则树梢离树底部（　　）

A. 5 m　　B. 7 m　　C. 8 m　　D. 10 m



4. 一个等腰三角形的底边长为 10 cm,腰长为 13 cm,则腰上的高为（　　）

A. 12 cm　　B. $\frac{60}{13}$ cm　　C. $\frac{120}{13}$ cm　　D. $\frac{13}{5}$ cm

5. 在测量旗杆的方案中,若旗杆高为 21 m,目测点到杆的距离为 15 m,则目测点到杆顶的距离为(设目高为 1 m)（　　）

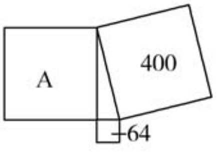
A. 20 m　　B. 25 m　　C. 30 m　　D. 35 m

6. 如果一个等腰直角三角形的面积是 2,则斜边长为（　　）

A. 2　　B. 4　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $4\sqrt{2}$

二、填空题

7. 如图,64,400 分别为所在正方形的面积,则图中字母 A 所代表的正方形的面积是________.



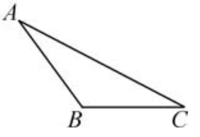
8. 直角三角形两条直角边的长分别为 5,12,则斜边上的高为______.

9. 已知甲、乙两人从同一地点出发,甲往东走了 4 km,乙往南走了 3 km,这时甲、乙两人相距______km.

10. 一个长方形的长为 12 cm,对角线长为 13 cm,则该长方形的周长为________cm.

三、解答题

11. 如图,在$\triangle ABC$中,$AB=10$,$BC=9$,$AC=17$.求 BC 边上的高.



12. 拼图填空:剪裁出若干张大小、形状完全相同的直角三角形纸片,三边长分别记为 a,b,c,如图 1.

(1)拼图一:分别用 4 张直角三角形纸片,拼成图 2、图 3 的形状,观察图 2、图 3 可发现,图 2 中两个小正方形的面积之和________(填"大于""小于"或"等于")图 3 中小正方形的面积,用关系式表示为________;

(2)拼图二:用 4 张直角三角形纸片拼成如图 4 的形状,观察图形可以发现,图中 3 个正方形的面积之间的关系是____________________,用关系式表示为________.

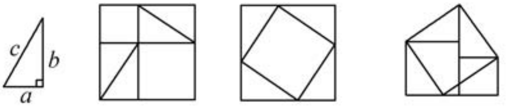
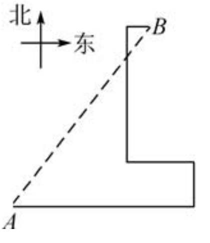


图1 图2 图3 图4

13. 假期中,小明和同学们到某海岛上去寻宝旅游.按照寻宝图,他们登陆后先往东走 8 千米,又往北走 2 千米,遇到障碍物后又往西走了 3 千米,再折向北走了 6 千米后往东一拐,仅走了 1 千米就找到了宝藏.问登陆点 A 到宝藏点 B 的距离是多少千米.

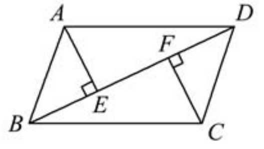


第十八章　平行四边形

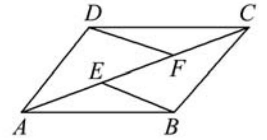
第1课时　平行四边形的性质(1)

课本例1

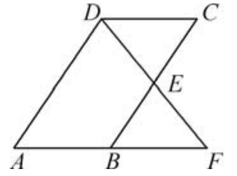
变式1(等级一)　如图,在▱$ABCD$中,BD是对角线,$AE\perp BD$,$CF\perp BD$,垂足分别为点E,F.求证:$AE=CF$.



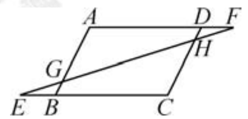
变式2(等级一)　如图,在▱$ABCD$的对角线AC上取两点E和F.若$AE=CF$,求证:$\angle AFD=\angle CEB$.



变式 3（等级二） 如图，在▱$ABCD$ 中，点 E 是 BC 的中点，连接 DE 并延长交 AB 的延长线于点 F. 求证：$AB=BF$.



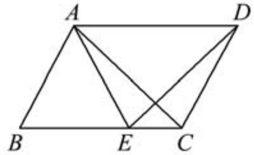
变式 4（等级二） 在▱$ABCD$ 中，点 E，F 分别在边 CB，AD 的延长线上，且 $BE=DF$，EF 分别与 AB，CD 交于点 G，H. 求证：$AG=CH$.



变式 5（等级三） 如图，在▱$ABCD$ 中，点 E 为 BC 边上一点，且 $AB=AE$.

(1)求证：$\triangle ABC\cong\triangle EAD$；

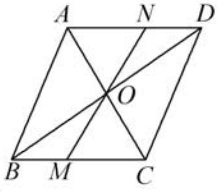
(2)若 AE 平分$\angle DAB$，$\angle EAC=20°$，求$\angle AED$ 的度数.



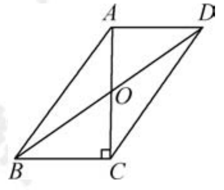
第 2 课时　平行四边形的性质(2)

课本例 2

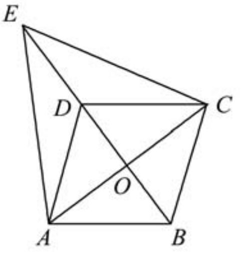
变式 1(等级一)　如图,在▱$ABCD$ 中,对角线 AC,BD 相交于点 O,MN 是过点 O 的直线,交 BC 于点 M,交 AD 于点 N,$BM=2$,$AN=2.8$. 求 BC 的长.



变式 2(等级二)　如图,在▱$ABCD$ 中,$AB=10$,$AD=6$,$AC\perp BC$. 求 BD 的长.



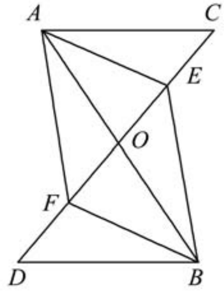
变式 3(等级二)　如图,在▱$ABCD$ 中,对角线 AC,BD 相交于点 O,点 E 在 BD 的延长线上,且△EAC 是等边三角形. 若 $AC=8$,求 EO 的长.



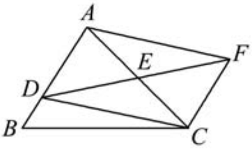
第3课时　平行四边形的判定(1)

课本例3

变式1(等级一)　如图,AB,CD相交于点O,$AC/\!/DB$,$AO=BO$,点E,F分别是OC,OD的中点.求证:四边形$AFBE$是平行四边形.

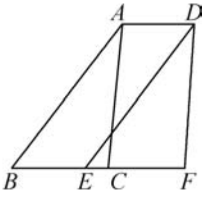


变式2(等级二)　如图,点D是AB上的一点,DF与AC相交于点E,$DE=EF$,$CF/\!/BA$.求证:四边形$ADCF$是平行四边形.



课本例4

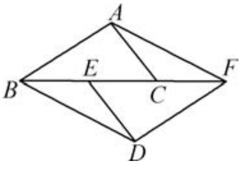
变式1(等级一)　如图,点B,E,C,F在一条直线上,已知$AB/\!/DE$,$AC/\!/DF$,$BE=CF$,连接AD.求证:四边形$ABED$是平行四边形.



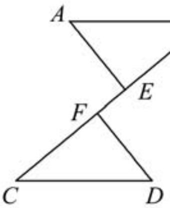
变式 2（等级一）　如图，点 B,E,C,F 在一条直线上，$AB=DF$，$AC=DE$，$BE=FC$. 求证：

(1)$\triangle ABC\cong\triangle DFE$；

(2)四边形 $ABDF$ 是平行四边形.



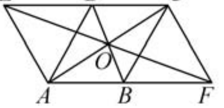
变式 3（等级二）　如图，$AB/\!/CD$，$AB=CD$，点 E,F 在 BC 上，且 $BE=CF$. 求证：以点 A,F,D,E 为顶点的四边形是平行四边形.



变式 4（等级三）　如图，在▱$ABCD$ 中，$\angle DAB=60^\circ$，点 E,F 分别在 CD,AB 的延长线上，且 $AE=AD$，$CF=CB$.

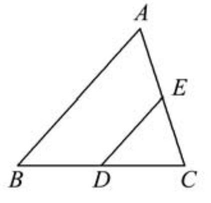
(1)求证：四边形 $AFCE$ 是平行四边形；

(2)若去掉已知条件中的$\angle DAB=60^\circ$，上述的结论还成立吗？若成立，请写出证明过程；若不成立，请说明理由.

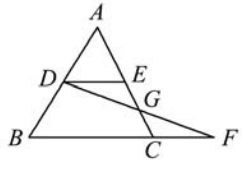


第 4 课时　平行四边形的判定(2)

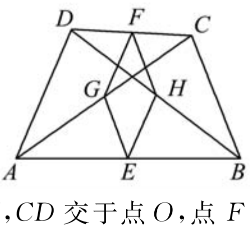
例　如图,在$\triangle ABC$中,点D,E分别是BC,AC边的中点,且$DE=2$,$\angle A=60^{\circ}$.求AB的长度和$\angle DEC$的度数.



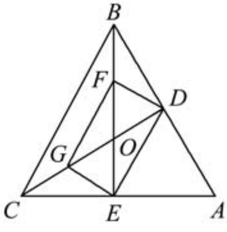
变式 1(等级一)　如图,在$\triangle ABC$中,点D,E分别是AB和AC的中点,点F是BC延长线上的一点,$CF=1$,DF交CE于点G,且$EG=CG$.求BC的长.



变式 2(等级二)　如图,在四边形$ABCD$中,点E,F,G,H分别是AB,CD,AC,BD的中点.四边形$EGFH$是平行四边形吗?请证明你的结论.



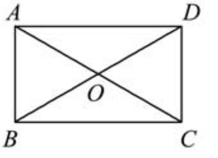
变式 3(等级二)　如图,在$\triangle ABC$中,中线BE,CD交于点O,点F,G分别是OB,OC的中点.连接DF,FG,EG,DE.求证:$DF=EG$.



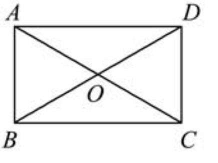
第 5 课时　矩形(1)

课本例 1

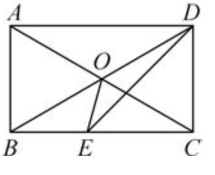
变式 1(等级一)　如图,矩形 $ABCD$ 的两条对角线 AC 和 BD 的一个夹角为 60°,AC 和 BD 的长度的和为 24 cm. 这个矩形的一条较短的边是多长?



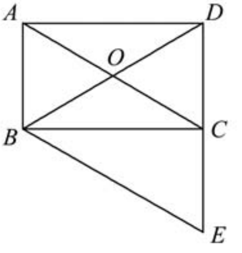
变式 2(等级一)　如图,矩形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于点 O. 若 $AB=AO$,求$\angle ABD$ 的度数.



变式 3(等级一)　如图,在矩形 $ABCD$ 中,对角线 AC,BD 交于点 O,DE 平分$\angle ADC$ 交 BC 于点 E,$\angle BDE=15^{\circ}$. 求$\angle COD$ 与$\angle COE$ 的度数.



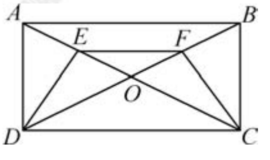
变式 4(等级一)　如图,四边形 $ABCD$ 是矩形,对角线 AC,BD 相交于点 O,$BE /\!/ AC$ 交 DC 的延长线于点 E.求证:$BD=BE$.



变式 5(等级二)　如图,矩形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于点 O,点 E,F 分别是 OA,OB 的中点.

(1)求证:$\triangle ADE \cong \triangle BCF$;

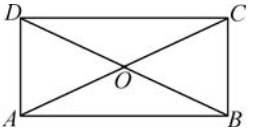
(2)若 $AD=4$ cm,$AB=8$ cm,求 OF 的长.



第 6 课时　矩形(2)

课本例 2

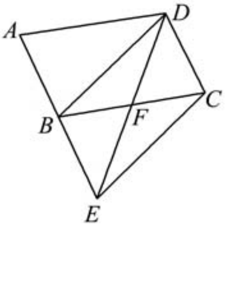
变式 1(等级一)　(2019·江西)如图,在四边形 $ABCD$ 中,$AB=CD$,$AD=BC$,对角线 AC,BD 相交于点 O,且 $OA=OD$.求证:四边形 $ABCD$ 是矩形.



变式 2(等级二)　如图,将▱$ABCD$ 的边 AB 延长到点 E,使 $BE=AB$,连接 DE,交边 BC 于点 F.

(1)求证:$\triangle BEF \cong \triangle CDF$;

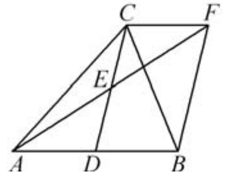
(2)连接 BD,CE,若$\angle BFD=2\angle A$,求证:四边形 $BECD$ 是矩形.



变式3(等级二)　如图,在$\triangle ABC$中,点D是AB的中点,点E是CD的中点,过点C作$CF\parallel AB$交AE的延长线于点F,连接BF.

(1)求证:$DB=CF$;

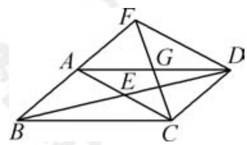
(2)如果$AC=BC$,试判断四边形$BDCF$的形状,并证明你的结论.



变式4(等级二)　如图,$\square ABCD$的对角线AC与BD相交于点E,点G为AD的中点,连接CG,CG的延长线交BA的延长线于点F,连接FD.

(1)求证:$AB=AF$;

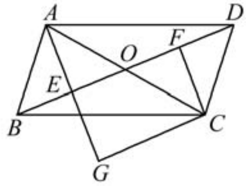
(2)若$AG=AB$,$\angle BCD=120^\circ$,判断四边形$ACDF$的形状,并证明你的结论.



变式5(等级二)　(2019·青岛)如图,在$\square ABCD$中,对角线AC与BD相交于点O,点E,F分别为OB,OD的中点,延长AE至点G,使$EG=AE$,连接CG.

(1)求证:$\triangle ABE\cong\triangle CDF$;

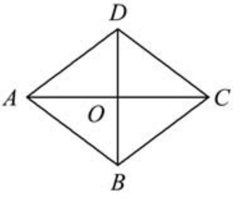
(2)当AB与AC满足什么数量关系时,四边形$EGCF$是矩形?请说明理由.



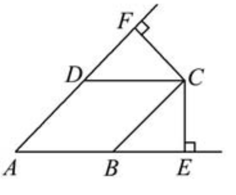
第7课时　菱形(1)

课本例3

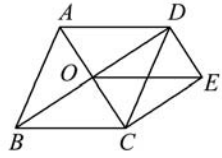
变式1(等级一)　如图,菱形 $ABCD$ 的边长为5,对角线 AC,BD 相交于点 O,$BD=6$.求菱形 $ABCD$ 的面积.



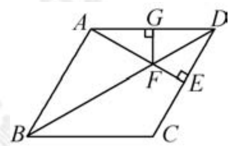
变式2(等级二)　如图,四边形 $ABCD$ 是菱形,$CE\perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E,$CF\perp AD$ 交 AD 的延长线于点 F.求证:$DF=BE$.



变式 3(等级二)　如图,点 O 是菱形 $ABCD$ 对角线的交点,$DE \parallel AC$,$CE \parallel BD$,连接 OE.求证:$OE=BC$.



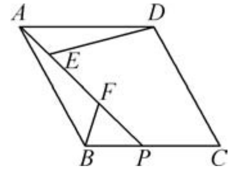
变式 4(等级三)　如图,在菱形 $ABCD$ 中,$\angle ABC=60°$,过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E,交对角线 BD 于点 F,过点 F 作 $FG \perp AD$ 于点 G.求证:$BF=AE+FG$.



变式 5(等级三)　(2019·聊城)在菱形 $ABCD$ 中,点 P 是 BC 边上的一点,连接 AP,点 E,F 是 AP 上的两点,连接 DE,BF,使得 $\angle AED=\angle ABC$,$\angle ABF=\angle BPF$.求证:

(1)$\triangle ABF \cong \triangle DAE$;

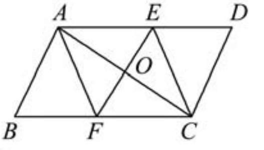
(2)$DE=BF+EF$.



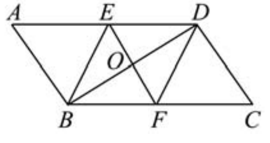
第 8 课时　菱形(2)

课本例 4

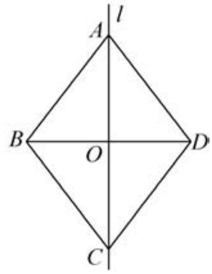
变式 1（等级一）　如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC 的垂直平分线与边 AD，BC 分别交于点 E，F，垂足是点 O. 求证：四边形 $AFCE$ 是菱形.



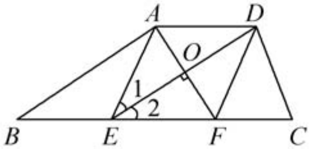
变式 2（等级一）　如图，在▱$ABCD$ 中，BE 平分$\angle ABC$ 交 AD 于点 E，DF 平分$\angle ADC$ 交 BC 于点 F. 若 $BD\perp EF$，判断四边形 $EBFD$ 是什么特殊的四边形，并证明你的结论.



变式3(等级二)　如图,四边形 $ABCD$ 是轴对称图形,且直线 AC 是对称轴,$AB/\!/CD$,则下列结论:①$AC\perp BD$;②$AD/\!/BC$;③四边形 $ABCD$ 是菱形;④$\triangle ABD\cong\triangle CDB$.其中正确的是________(只填写序号).



变式4(等级二)　如图,$AD/\!/BC$,点 E,F 在 BC 上,$\angle 1=\angle 2$,$AF\perp DE$,垂足为点 O.求证:四边形 $AEFD$ 是菱形.

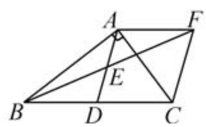


变式5(等级二)　在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$\angle BAC=90^\circ$,点 D,E 分别是 BC,AD 的中点,过点 A 作 $AF/\!/BC$,交 BE 的延长线于点 F.

(1)求证:$\triangle AEF\cong\triangle DEB$;

(2)求证:四边形 $ADCF$ 是菱形;

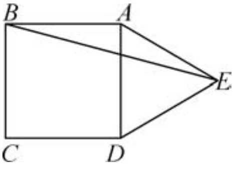
(3)若 $AC=4$,$AB=5$,求菱形 $ADCF$ 的面积.



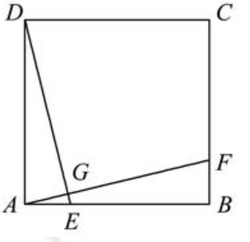
第9课时　正方形

课本例5

变式1（等级一）　如图，在正方形 $ABCD$ 的外侧，作等边三角形 ADE. 则 $\angle BED=$________度.



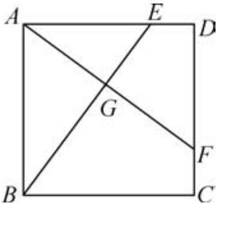
变式2（等级二）　如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E,F 分别是 AB,BC 边上的点，且 $AE=BF$. 求证：$AF\perp DE$.



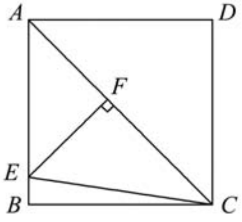
变式3（等级二）　（2019·长沙）如图，四方形 $ABCD$ 是正方形，点 E,F 分别在 AD,CD 上，且 $DE=CF$，AF 与 BE 相交于点 G.

(1)求证：$BE=AF$；

(2)若 $AB=4,DE=1$，求 AG 的长.



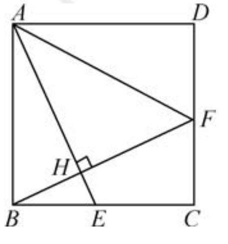
变式 4(等级二)　如图,在正方形 $ABCD$ 中,AC 为对角线,点 E 在 AB 边上,$EF\perp AC$ 于点 F,连接 EC,$AF=3$,$\triangle EFC$ 的周长为 12.求 EC 的长.



变式 5(等级二)　如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 E 是 BC 上的一点,连接 AE,过点 B 作 $BH\perp AE$,垂足为点 H,延长 BH 交 CD 于点 F,连接 AF.

(1)求证:$AE=BF$;

(2)若正方形边长是 5,$BE=2$,求 AF 的长.

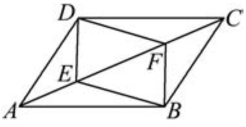


第 10 课时　平行四边形性质与判定的综合运用

例1　如图，在▱$ABCD$ 中，点 E，F 在对角线 AC 上，且 $AE=CF$. 求证：

(1)$DE=BF$；

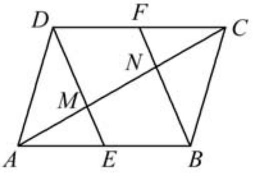
(2)四边形 $DEBF$ 是平行四边形.



变式 1(等级一)　如图，在▱$ABCD$ 中，点 E，F 分别是 AB，CD 的中点，连接 DE，BF，对角线 AC 分别与 DE，BF 交于点 M，N. 求证：

(1)四边形 $EBFD$ 为平行四边形；

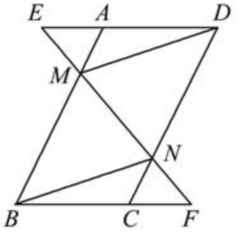
(2)$\triangle ABN \cong \triangle CDM$.



变式 2(等级二)　如图,在▱$ABCD$ 中,延长 DA 到点 E,延长 BC 到点 F,使得 $AE=CF$,连接 EF,分别交 AB,CD 于点 M,N,连接 DM,BN. 求证:

(1)$\triangle AEM\cong\triangle CFN$;

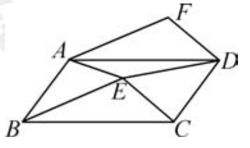
(2)四边形 $BMDN$ 是平行四边形.



变式 3(等级二)　(2019·合肥)如图,点 E 在▱$ABCD$ 的内部,$AF/\!/BE$,$DF/\!/CE$.

(1)求证:$\triangle BCE\cong\triangle ADF$;

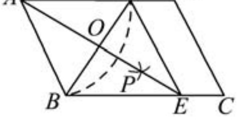
(2)设▱$ABCD$ 的面积为 S,四边形 $AEDF$ 的面积为 T,求$\frac{S}{T}$的值.



例2　如图,在▱$ABCD$ 中,以点 A 为圆心,以 AB 长为半径画弧交 AD 于点 F,再分别以点 B,F 为圆心,以大于$\frac{1}{2}BF$ 长为半径画弧,两弧交于一点 P,连接 AP 并延长交 BC 于点 E,连接 EF.

(1)四边形 $ABEF$ 是__________(填"矩形""菱形""正方形"或"无法确定");

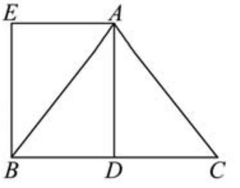
(2)AE,BF 相交于点 O,若四边形 $ABEF$ 的周长为 40,$BF=10$,则 AE 的长为__________,$\angle ABC=$__________.



变式 1(等级一)　如图,在$\triangle ABC$中,$AB=AC=5$,$BC=6$,AD是BC边上的中线,四边形$ADBE$是平行四边形.

(1)求证:四边形$ADBE$是矩形;

(2)求矩形$ADBE$的面积.

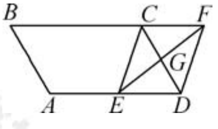


变式 2(等级二)　如图,在▱$ABCD$中,$AB=3$,$BC=5$,$\angle B=60°$.点G是CD的中点,点E是边AD上的动点,EG的延长线与BC的延长线交于点F,连接CE,DF.

(1)求证:四边形$CEDF$是平行四边形;

(2)①当$AE=$________时,四边形$CEDF$是矩形;

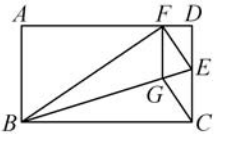
②当$AE=$________时,四边形$CEDF$是菱形.



变式 3(等级二)　(2019·滨州)如图,在矩形$ABCD$中,点E在边CD上,将$\triangle BCE$沿BE折叠,点C落在AD边上的点F处,过点F作$FG\parallel CD$交BE于点G,连接CG.

(1)求证:四边形$CEFG$是菱形;

(2)若$AB=6$,$AD=10$,求四边形$CEFG$的面积.



章末测试

一、选择题

1. 下列说法错误的是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(　　)

A. 两组对边分别相等的四边形是平行四边形

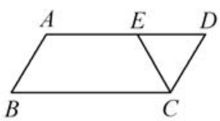
B. 四个内角都相等的四边形是矩形

C. 四条边都相等的四边形是菱形

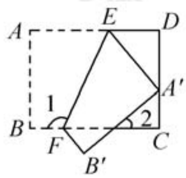
D. 两条对角线垂直且平分的四边形是正方形

2. 如图，在▱$ABCD$ 中，$AD=7$，CE 平分$\angle BCD$ 交 AD 于点 E，且 $AE=4$，则 AB 的长为　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(　　)

A. 4　　　　B. 3　　　　C. 2.5　　　　D. 2



第 2 题图



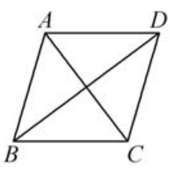
第 3 题图

3. 如图，把一张矩形纸片 $ABCD$ 沿 EF 折叠后，点 A 落在 CD 边上的点 A'处，点 B 落在点 B'处. 若$\angle 2=40^\circ$，则图中$\angle 1$ 的度数为　　(　　)

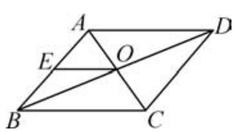
A. 115°　　　　B. 120°　　　　C. 130°　　　　D. 140°

4. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 的长分别为 6 cm，8 cm，则这个菱形的周长为　　　　　　　　　　　　　　　　　　　(　　)

A. 5 cm　　　　B. 10 cm　　　　C. 14 cm　　　　D. 20 cm



第 4 题图



第 5 题图

5. 如图，▱$ABCD$ 的对角线 AC，BD 相交于点 O，点 E 是 AB 的中点，且 $AE+EO=4$，则▱$ABCD$ 的周长为　　　　　　　　　　(　　)

A. 20　　　　B. 16　　　　C. 12　　　　D. 8

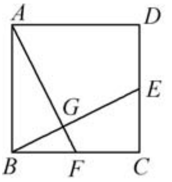
6. 如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 E,F 分别在 CD,BC 上,且 $BF=CE$,连接 BE,AF,交于点 G,则下列结论不正确的是（　　）

A. $BE=AF$

B. $\angle DAF=\angle BEC$

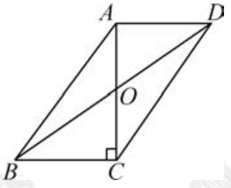
C. $\angle AFB+\angle BEC=90^\circ$

D. $AG\perp BE$

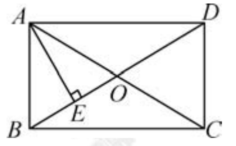


二、填空题

7. 如图,在▱$ABCD$ 中,$AB=10$,$AD=6$,$AC\perp BC$,则 $BD=$______.



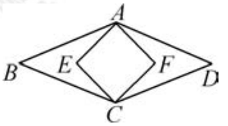
第 7 题图



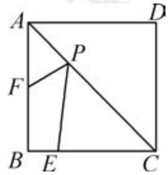
第 8 题图

8. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=3$,对角线 AC,BD 相交于点 O,AE 垂直平分 OB 于点 E,则 AD 的长为______.

9. 如图,菱形 $ABCD$ 的面积为 120 cm^2,正方形 $AECF$ 的面积为 50 cm^2,则菱形的边长为______cm.



第 9 题图

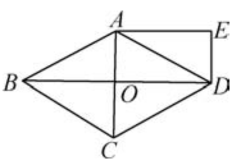


第 10 题图

10. 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 4,点 E 为 BC 上的一点,$BE=1$,点 F 为 AB 上的一点,$AF=2$,点 P 为 AC 上一个动点,则 $PF+PE$ 的最小值为______.

三、解答题

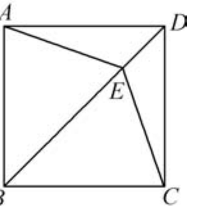
11. 如图,菱形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于点 O,且 $DE\parallel AC$,$AE\parallel BD$.求证:四边形 $AODE$ 是矩形.



12. 如图,在四边形 $ABCD$ 中,$AD /\!/ BC$,$AD=CD$,点 E 是对角线 BD 上一点,且 $EA=EC$.

(1)求证:四边形 $ABCD$ 是菱形;

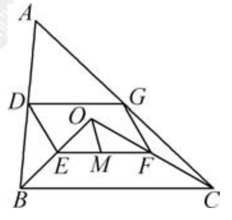
(2)如果 $BE=BC$,且 $\angle CBE : \angle BCE=2:3$,求证:四边形 $ABCD$ 是正方形.



13. 如图,点 O 是 $\triangle ABC$ 内一点,连接 OB,OC,并将 AB,OB,OC,AC 的中点 D,E,F,G 依次连接,得到四边形 $DEFG$.

(1)求证:四边形 $DEFG$ 是平行四边形;

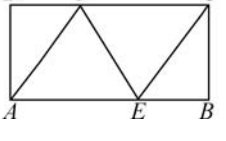
(2)若点 M 为 EF 的中点,$OM=3$,$\angle OBC$ 和 $\angle OCB$ 互余,求 DG 的长度.



14. (2019·宿迁)如图,在矩形 $ABCD$ 中,$AB=4$,$BC=2$,点 E,F 分别在 AB,CD 上,且 $BE=DF=\frac{3}{2}$.

(1)求证:四边形 $AECF$ 是菱形;

(2)求线段 EF 的长.



参考答案

第十六章　二次根式

第 1 课时　二次根式(1)

课本例 1

变式 1　(1)$x\geqslant-\frac{1}{2}$.(2)$x\geqslant0$.

变式 2　(1)$x=0$.(2)任意实数.(3)$x>\frac{1}{2}$.(4)$x>-\frac{2}{5}$.
(5)$x\leqslant-1$.(6)$x=3$.

变式 3　当 $x-1=0$,即 $x=1$ 时,$\frac{\sqrt{3x-2}}{x-1}$在实数范围内无意义;

当 $3x-2<0$,即 $x<\frac{2}{3}$ 时,$\frac{\sqrt{3x-2}}{x-1}$在实数范围内无意义.

$\therefore$当 $x=1$ 或 $x<\frac{2}{3}$时,$\frac{\sqrt{3x-2}}{x-1}$在实数范围内无意义.

第 2 课时　二次根式(2)

课本例 2

变式 1　(1)$\left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2=\frac{3}{2}$.

(2)$(-\sqrt{5})^2=(\sqrt{5})^2=5$.

变式 2　(1)$\left(\frac{\sqrt{3}}{6}\right)^2=\frac{(\sqrt{3})^2}{36}=\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$.

(2)$\left(\frac{1}{2}\sqrt{7}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2\times(\sqrt{7})^2=\frac{1}{4}\times7=\frac{7}{4}$.

(3)$\left(-2\sqrt{\frac{7}{2}}\right)^2=4\times\frac{7}{2}=14$.

(4)$\because x\geqslant0$,$\therefore x+1\geqslant1$.
$\therefore(\sqrt{x+1})^2=x+1$.

课本例 3

变式 1　(1)$\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$.

(2)$\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}$.

变式 2　(1)$3\sqrt{(-3)^{-2}}$
$=3\times\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=3\times\frac{1}{3}=1$.

(2)$-10\sqrt{0.000\,4}$
$=-10\sqrt{(0.02)^2}$
$=-10\times0.02=-0.2$.

变式 3　(1)$\because x\geqslant5$,
$\therefore x-5\geqslant0$.
$\therefore\sqrt{(x-5)^2}=x-5$.
(2)$\because 3-\pi<0$,
$\therefore\sqrt{(3-\pi)^2}=\pi-3$.

变式 4　(1)$\because 2<x<3$,
$\therefore x-2>0,x-3<0$.
$\therefore\sqrt{(x-2)^2}+|x-3|$
$=x-2+3-x=1$.
(2)$\because\sqrt{-2x+6}$有意义,
$\therefore-2x+6\geqslant0$,解得 $x\leqslant3$.
$\therefore\sqrt{x^2-6x+9}$
$=\sqrt{(x-3)^2}=3-x$.

第 3 课时　二次根式的乘除(1)

课本例 1

变式 1　(1)$\sqrt{5}\times\sqrt{7}=\sqrt{5\times7}=\sqrt{35}$.

(2)$\sqrt{\frac{3}{2}}\times\sqrt{6}=\sqrt{9}=3$.

变式 2 (1)$\sqrt{7}\times\sqrt{112}=\sqrt{7\times112}=\sqrt{(7\times4)^2}=28$.

(2)$\sqrt{0.4}\times\sqrt{0.9}=\sqrt{0.36}=0.6$.

课本例 2

变式 1 (1)$\sqrt{36\times144}=\sqrt{36}\times\sqrt{144}=6\times12=72$.

(2)$\sqrt{25\times49}=5\times7=35$.

变式 2 (1)$\sqrt{\frac{1}{9}x^2y^2z^3}$

$=\sqrt{\frac{1}{9}}\cdot\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{y^2}\cdot\sqrt{z^2\cdot z}$

$=\frac{1}{3}xyz\sqrt{z}$.

(2)$\sqrt{200a^5b^4c^3}=\sqrt{100}\cdot\sqrt{a^4}\cdot\sqrt{b^4}\cdot\sqrt{c^2}\cdot\sqrt{2ac}$

$=10a^2b^2c\sqrt{2ac}$.

课本例 3

变式 1 (1)$\sqrt{15}\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{15\times3}=\sqrt{5\times3^2}$

$=3\sqrt{5}$.

(2)$\sqrt{2a}\cdot\sqrt{6a}=\sqrt{2a\cdot6a}$

$=\sqrt{12a^2}=\sqrt{4a^2\times3}$

$=2\sqrt{3}a$.

(3)$\sqrt{5a}\cdot\sqrt{\frac{1}{5}ax}$

$=\sqrt{5a\cdot\frac{1}{5}ax}=\sqrt{a^2x}=a\sqrt{x}$.

变式 2 (1)$\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\times(-2\sqrt{21})$

$=\frac{2\sqrt{63}}{3}=\frac{2\times3\sqrt{7}}{3}=2\sqrt{7}$.

(2)$4\sqrt{\frac{3}{7}a^2b}\cdot\left(-\frac{1}{2}\sqrt{28ab}\right)$

$=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\sqrt{\frac{3}{7}a^2b\cdot28ab}$

$=-2\sqrt{3\times4a^3b^2}$

$=-4ab\sqrt{3a}$.

(3)$\frac{1}{2}\sqrt{24}\times4\sqrt{\frac{1}{3}}\times\sqrt{\frac{1}{2}}$

$=\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{24\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}$

$=2\sqrt{4}=2\times2=4$.

第 4 课时　二次根式的乘除(2)

课本例 4

变式 1 (1)$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}=\sqrt{4}=2$.

(2)$\sqrt{18}\div\sqrt{2}=\sqrt{18\div2}=\sqrt{9}=3$.

变式 2 (1)$\frac{\sqrt{32x^3}}{\sqrt{2x}}=\sqrt{\frac{32x^3}{2x}}=\sqrt{16x^2}=4x$.

(2)$\sqrt{\frac{2b^2}{a}}\div\sqrt{\frac{2a}{b^2}}=\sqrt{\frac{2b^2}{a}\div\frac{2a}{b^2}}=\sqrt{\frac{2b^2}{a}\cdot\frac{b^2}{2a}}=\frac{b^2}{a}$.

(3)$\sqrt{27}\times\sqrt{\frac{8}{3}}\div\sqrt{\frac{1}{2}}$

$=\sqrt{27\times\frac{8}{3}\div\frac{1}{2}}$

$=\sqrt{144}$

$=12$.

(4)$\frac{1}{2}\sqrt{12}\times3\sqrt{\frac{1}{3}}\div\sqrt{\frac{1}{4}}$

$=\frac{1}{2}\times3\times\sqrt{12\times\frac{1}{3}\div\frac{1}{4}}$

$=\frac{3}{2}\times\sqrt{4\times4}=6$.

(5)$9\sqrt{\frac{1}{45}}\div\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{5}}\times\frac{1}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}}$

$=\left(9\div\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times\sqrt{\frac{1}{45}\div\frac{3}{5}\times\frac{8}{3}}$

$=\frac{2}{3}\sqrt{2}$.

课本例 5

变式 1 (1)$\sqrt{\frac{6}{25}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{6}}{5}$.

(2)$\sqrt{\frac{50}{18}}=\sqrt{\frac{5^2\times2}{3^2\times2}}=\frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{3^2}}=\frac{5}{3}$.

变式 2 (1)$\sqrt{\frac{a^2b}{c^2}}=\frac{\sqrt{a^2b}}{\sqrt{c^2}}=\frac{a\sqrt{b}}{c}$.

(2)$-\sqrt{\frac{36y^3}{49x^2}}=-\sqrt{\frac{6^2\cdot y^2\cdot y}{7^2\cdot x^2}}$

$=-\frac{6y\sqrt{y}}{7x}$.

课本例 6

变式 1 (1)$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{12}}{6}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(2)$\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{20}}=\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{30}}{5}$.

变式 2

(1)$\frac{3mn}{\sqrt{5m}}=\frac{3mn\cdot\sqrt{5m}}{\sqrt{5m}\cdot\sqrt{5m}}$

$=\frac{3mn\sqrt{5m}}{5m}=\frac{3}{5}n\sqrt{5m}$.

(2)$\frac{\sqrt{2a^3}}{5\sqrt{6ab}}=\frac{a\sqrt{2a}\cdot\sqrt{6ab}}{5\sqrt{6ab}\cdot\sqrt{6ab}}$

$=\frac{a\sqrt{12a^2b}}{5\times6ab}=\frac{2a^2\sqrt{3b}}{30ab}$

$=\frac{a\sqrt{3b}}{15b}$.

第 5 课时　二次根式的乘除(3)

课本例 7

变式 1 设这个等腰三角形的面积为 S，则 $S=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times4\sqrt{2}=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$，即这个等腰三角形的面积为 $8\sqrt{3}\ \text{cm}^2$.

变式 2 $\frac{7\ 200}{80\sqrt{20}}=9\sqrt{5}(\text{m})$，即这个实验基地的宽为$9\sqrt{5}$ m.

变式 3 $S=\frac{V}{h}=\frac{72}{2\sqrt{6}}=6\sqrt{6}$ (m^2)，即这个长方体的底面积 S 为$6\sqrt{6}\ \text{cm}^2$.

变式 4 因为三角形的面积$=\frac{1}{2}\times$底$\times$高，所以高$=\frac{2\times3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ $=\sqrt{6}$，即这个三角形这条边上的高为$\sqrt{6}$.

第 6 课时　二次根式的加减(1)

课本例 1

变式 (1)$\sqrt{48}+\sqrt{27}=4\sqrt{3}+3\sqrt{3}=7\sqrt{3}$.

(2)$\sqrt{4a}+\sqrt{16a}=2\sqrt{a}+4\sqrt{a}=6\sqrt{a}$.

(3)$\sqrt{8a}-\sqrt{18a}=2\sqrt{2a}-3\sqrt{2a}=-\sqrt{2a}$.

(4)$\sqrt{27}+\sqrt{\frac{3}{25}}$

$=3\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{5}$

$=\frac{16\sqrt{3}}{5}$.

课本例 2

变式 1 (1) $\sqrt{50}+\sqrt{32}-\sqrt{200}=5\sqrt{2}+4\sqrt{2}-10\sqrt{2}=-\sqrt{2}$.

(2) $(\sqrt{48}+\sqrt{20})+(\sqrt{12}-\sqrt{5})$
$=4\sqrt{3}+2\sqrt{5}+2\sqrt{3}-\sqrt{5}$
$=6\sqrt{3}+\sqrt{5}$.

变式 2 (1) $\sqrt{8}+3\sqrt{\frac{1}{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$=2\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$.

(2) $\left(\sqrt{24}-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{8}}+\sqrt{6}\right)$
$=2\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4}-\sqrt{6}$
$=\sqrt{6}-\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

(3) $a^2\sqrt{\frac{2}{a}}-\sqrt{8a^3}$
$=a^2\cdot\frac{\sqrt{2a}}{a}-2a\sqrt{2a}$
$=a\sqrt{2a}-2a\sqrt{2a}$
$=-a\sqrt{2a}$.

(4) $\frac{\sqrt{27x}}{3}-6\sqrt{\frac{x}{3}}+3x^2\sqrt{\frac{3}{x}}$
$=\sqrt{3x}-2\sqrt{3x}+3x\sqrt{3x}$
$=(3x-1)\sqrt{3x}$.

第 7 课时　二次根式的加减(2)

课本例 3

变式 1 (1) $(\sqrt{12}-\sqrt{3})\div\sqrt{3}=(2\sqrt{3}-\sqrt{3})\div\sqrt{3}=\sqrt{3}\div\sqrt{3}=1$.

(2) $(\sqrt{12}+5\sqrt{8})\times\sqrt{2}=(2\sqrt{3}+10\sqrt{2})\times\sqrt{2}=2\sqrt{6}+20$.

变式 2 (1) $\left(\sqrt{\frac{9}{2}}-\frac{\sqrt{98}}{3}\right)\times 2\sqrt{2}=\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}-\frac{7\sqrt{2}}{3}\right)\times 2\sqrt{2}$
$=-\frac{5\sqrt{2}}{6}\times 2\sqrt{2}=-\frac{10}{3}$.

(2) $(3\sqrt{18}+\frac{1}{5}\sqrt{50}-4\sqrt{\frac{1}{2}})\div\sqrt{32}=(9\sqrt{2}+\sqrt{2}-2\sqrt{2})\div 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}\div 4\sqrt{2}=2$.

课本例 4

变式 1 (1) $(2\sqrt{2}+\sqrt{6})(\sqrt{2}-3\sqrt{6})=4-12\sqrt{3}+2\sqrt{3}-18=-14-10\sqrt{3}$.

(2) $(5+\sqrt{6})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})$
$=25\sqrt{2}-10\sqrt{3}+10\sqrt{3}-6\sqrt{2}$
$=19\sqrt{2}$.

变式 2 (1) $(\sqrt{7}-\sqrt{6})(\sqrt{7}+\sqrt{6})=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{6})^2=7-6=1$.

(2) $(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2=(2\sqrt{3})^2+2\times 2\sqrt{3}\times 3\sqrt{2}+(3\sqrt{2})^2$
$=12+12\sqrt{6}+18=30+12\sqrt{6}$.

变式 3 (1) $(\sqrt{5}+\sqrt{7})^2(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2$
$=[(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{5}-\sqrt{7})]^2$
$=(5-7)^2=4$.

(2) $(\sqrt{x}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x}-\sqrt{x-1})=(\sqrt{x})^2-(\sqrt{x-1})^2$
$=x-(x-1)=x-x+1=1$.

第 8 课时　二次根式的混合运算

例 1 (1) $-6\sqrt{8}\times 2\sqrt{6}\div 4\sqrt{27}$
$=-12\sqrt{2}\times 2\sqrt{6}\div 12\sqrt{3}$
$=-48\sqrt{3}\div 12\sqrt{3}=-4$.

(2) $\sqrt{72}\div(\sqrt{8}\times\sqrt{27})$
$=6\sqrt{2}\div 6\sqrt{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

变式 (1) $2\sqrt{\frac{1}{2}}\div(-\sqrt{6})\times\frac{1}{3}\sqrt{27}$

$=\left(2\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\div(-\sqrt{6})\times\left(\frac{1}{3}\times 3\sqrt{3}\right)=\sqrt{2}\div(-\sqrt{6})\times\sqrt{3}$

$=-\sqrt{2\div 6\times 3}$

$=-\sqrt{1}=-1.$

(2) $8\sqrt{a^2b}\div 2\sqrt{ab}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}$

$=4\sqrt{\frac{a^2b}{ab}\cdot\frac{a}{b}}=4\sqrt{\frac{a^2}{b}}=\frac{4a\sqrt{b}}{b}.$

例 2 (1) $\sqrt{8}+(\sqrt{2}-1)-\left(\frac{1}{2}\right)^0$

$=2\sqrt{2}+\sqrt{2}-1-1$

$=3\sqrt{2}-2.$

(2) $\frac{2}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{18}-4\sqrt{\frac{1}{2}}$

$=2(\sqrt{2}+1)+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}+2+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=2+3\sqrt{2}.$

变式 1 (1) $5\sqrt{3}+8\sqrt{12}-7\sqrt{27}$

$=5\sqrt{3}+16\sqrt{3}-21\sqrt{3}=0.$

(2) $\frac{2}{\sqrt{2}}+\sqrt{24}-4\sqrt{\frac{1}{8}}$

$=\sqrt{2}+2\sqrt{6}-\sqrt{2}$

$=2\sqrt{6}.$

变式 2

(1) $\sqrt{8}-\frac{1}{8}\sqrt{48}-\left(\frac{2}{3}\sqrt{4\frac{1}{2}}-2\sqrt{\frac{3}{4}}\right)=2\sqrt{2}-\frac{1}{8}\times 4\sqrt{3}-\left(\frac{2}{3}\sqrt{\frac{9}{2}}-\sqrt{3}\right)$

$=2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}-(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$=2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}.$

(2) $x\sqrt{\frac{1}{x}}+\sqrt{4y}-\frac{\sqrt{x}}{2}+y\sqrt{\frac{1}{y}}$

$=\sqrt{x}+2\sqrt{y}-\frac{\sqrt{x}}{2}+\sqrt{y}$

$=\frac{\sqrt{x}}{2}+3\sqrt{y}.$

例 3 (1) $\sqrt{45}-\sqrt{\frac{2}{5}}\times\sqrt{50}$

$=3\sqrt{5}-2\sqrt{5}=\sqrt{5}.$

(2) $(3\sqrt{48}-2\sqrt{27})\div\sqrt{3}$

$=(12\sqrt{3}-6\sqrt{3})\div\sqrt{3}=6.$

变式 (1) $\left(\sqrt{8}-2\sqrt{\frac{1}{2}}\right)\times\sqrt{6}$

$=(2\sqrt{2}-\sqrt{2})\times\sqrt{6}$

$=\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}.$

(2) $\sqrt{24}+\sqrt{18}\times\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{1}{9}}$

$=2\sqrt{6}+\sqrt{6}-\frac{1}{3}$

$=3\sqrt{6}-\frac{1}{3}.$

(3) $\sqrt{48}\div\sqrt{3}-\sqrt{\frac{1}{2}}\times\sqrt{12}+\sqrt{24}$

$=\sqrt{48\div 3}-\sqrt{\frac{1}{2}\times 12}+2\sqrt{6}$

$=\sqrt{16}-\sqrt{6}+2\sqrt{6}=4+\sqrt{6}.$

(4) $\frac{\sqrt{24}+\sqrt{8}}{\sqrt{2}}-(\sqrt{3})^0$

$=(2\sqrt{6}+2\sqrt{2})\div\sqrt{2}-1$

$=2\sqrt{3}+2-1=2\sqrt{3}+1.$

章末测试

1. B　2. D　3. D　4. B　5. C

6. A　7. 0　8. 2　9. 1

10. $\frac{1}{\sqrt{a+1}-\sqrt{a}}=\sqrt{a+1}+\sqrt{a}$

11. (1)4.　(2)-10.

12. (1)4.　(2)13.

13. 当 $a=2-\sqrt{3}$时，原式$=a+\frac{1}{a}=4$.

14. $a=3$，$b=4$.

当腰长为 3 时，该三角形的周长为 10；

当腰长为 4 时，该三角形的周长为 11.

第十七章　勾股定理

第 1 课时　勾股定理(1)

例 1　题图中：每个直角三角形的面积为$\frac{1}{2}ab$；中间小正方形的边长为 $b-a$，则面积为$(b-a)^2$；大正方形的面积是 c^2. 于是可得 $4\times\frac{1}{2}ab+(b-a)^2=c^2$，化简后便可得 $a^2+b^2=c^2$.

变式　由图可得梯形面积为

$\frac{1}{2}(a+b)(a+b)$，

三个三角形面积和为

$\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2$.

由题意，得

$\frac{1}{2}(a+b)(a+b)=\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2$. 整理，得 $a^2+b^2=c^2$.

例 2　$\because\triangle ABC$ 是直角三角形，$\angle C=90^\circ$，

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$.

$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}$

$=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

变式 1　(1) $x=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$.

(2)$x=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$.

(3)$x=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$.

(4)$x=\sqrt{25^2-7^2}=\sqrt{576}=24$.

(5)$x=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$.

(6)$x=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12$.

变式 2　(1)$\because\sqrt{81}=9$，$\sqrt{144}=12$，$\therefore x^2=9^2+12^2$.

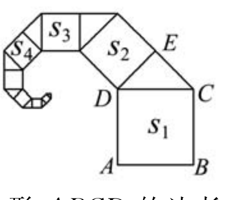
$\therefore x=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{225}=15$.

(2)$\because\sqrt{169}=13$，$\sqrt{144}=12$，

$\therefore x^2+12^2=13^2$.

$\therefore x=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$.

变式 3　在图中标上字母 E，如图所示.



$\because$正方形 $ABCD$ 的边长为 2，$\triangle CDE$ 为等腰直角三角形，

$\therefore DE^2+CE^2=CD^2$，$DE=CE$.

$\therefore S_2+S_2=S_1$.

通过观察，发现规律：$S_1=2^2=4$，$S_2=\frac{1}{2}S_1=2$，$S_3=\frac{1}{2}S_2=1$，$S_4=\frac{1}{2}S_3=\frac{1}{2}$，…，$S_n=$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-3}$.

当 $n=9$ 时，$S_9=\left(\frac{1}{2}\right)^{9-3}=\left(\frac{1}{2}\right)^{6}=\frac{1}{64}$.

第 2 课时　勾股定理(2)

课本例 1

变式 1　在 Rt$\triangle ABC$ 中，

$\because AC^2+BC^2=AB^2$，

$\therefore 9^2+12^2=AB^2$.

$\therefore AB=\sqrt{9^2+12^2}=15$(m).

∴灯离标志物的距离为 15 m.

变式 2　由题意可知，圆盖的直径至少为 $\sqrt{30^2+40^2}=50$(cm)，所以圆盖的面积至少为

$\pi\times\left(\frac{50}{2}\right)^2=625\pi(\text{cm}^2)$.

课本例 2

变式 1　由题意可知，$AO=3$ m，$A'O=4$ m，$AB=5$ m.

在 Rt$\triangle AOB$ 中，

$BO=\sqrt{AB^2-AO^2}=4$(m).

在 Rt$\triangle A'OB'$中，

$B'O=\sqrt{A'B'^2-A'O^2}=3$(m).

$\therefore B'O=3$ m.

$\therefore BB'=4-3=1$(m).

变式 2　由题意可得，$\triangle ABE\cong\triangle FBE$.

$\therefore FB=AB=2$.

∵将正方形纸片 $ABCD$ 沿对边中点所在的直线对折，

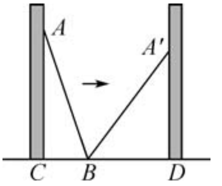
$\therefore BM=1$.

在 Rt$\triangle BMF$ 中，

$FM=\sqrt{BF^2-BM^2}=\sqrt{2^2-1^2}$

$=\sqrt{3}$.

变式 3　如图所示.



由题意，得 $BC=0.7$ m，$AC=2.4$ m，$A'D=2$ m，$\angle ACB=\angle A'DB=90°$，$AB=A'B$.

在 Rt$\triangle ACB$ 中，

$AB=\sqrt{BC^2+AC^2}$

$=\sqrt{0.7^2+2.4^2}=2.5$(m).

在 Rt$\triangle A'DB$ 中，

$BD=\sqrt{A'B^2-A'D^2}$

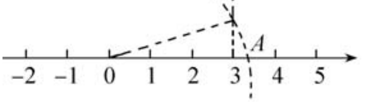
$=1.5$ m.

$\therefore CD=BC+BD=0.7+1.5=2.2$(m).

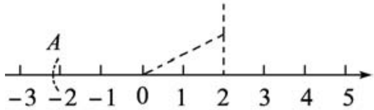
∴小巷的宽度为 2.2 m.

第 3 课时　勾股定理(3)

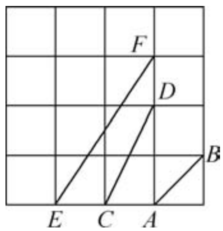
例　所作图形如图所示，在数轴上作一个两条直角边长分别为 3，1 的直角三角形；以原点为圆心，以斜边长为半径画弧，交数轴的正半轴于一点 A，点 A 就是所求作的点.



变式 1　在数轴上作一个两条直角边长分别为 2，1 的直角三角形；以原点为圆心，以斜边长为半径画弧，交数轴的负半轴于一点 A，点 A 就是表示 $-\sqrt{5}$ 的点.



变式 2　画图如下：



图中的 AB，CD，EF 即为所求.（其他合理画法均可）

如表示 $\sqrt{2}$ 的线段，根据勾股定理，得 $AB=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.

第 4 课时　勾股定理的逆定理(1)

课本例 1

变式 1　A

变式 2　设 $a=k$，则 $b=\sqrt{2}k$，$c=\sqrt{3}k$.

$\because k^2+(\sqrt{2}k)^2=(\sqrt{3}k)^2$，

$\therefore a^2+b^2=c^2$.

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形.

变式 3　一定是. 理由如下：

$\because (m-1)^2+(2\sqrt{m})^2=m^2-2m+1+4m=m^2+2m+1=(m+1)^2$，

$\therefore a^2+b^2=c^2$.

$\therefore$ 这个三角形一定是直角三角形.

变式 4　在 $\triangle ABE$ 中，

$\because AE=6$，$BE=8$，$AB=10$，

$\therefore AE^2+BE^2=6^2+8^2=10^2=AB^2$.

$\therefore \triangle ABE$ 是直角三角形.

$\therefore S_{阴影部分}=S_{正方形ABCD}-S_{\triangle ABE}$

$=AB^2-\frac{1}{2}AE\cdot BE$

$=100-\frac{1}{2}\times6\times8=76$.

故阴影部分的面积是 76.

第 5 课时　勾股定理的逆定理(2)

课本例 2

变式 1　用 A，B，C 分别表示检录处、起点、终点，则 $AB=75$ 米，$BC=100$ 米，$AC=125$ 米.

$\because 75^2+100^2=125^2$，

$\therefore AB^2+BC^2=AC^2$.

$\therefore \angle ABC=90^\circ$.

$\because$ 从起点向东走了 100 米到达终点，

$\therefore$ 他从检录处向南或向北走了 75 米到达起点，

即他开始是按向南或向北方向走的.

变式 2　是. 理由如下：

第一小组的路程：

$30\times30=900$(米).

第二小组的路程：

$40\times30=1\ 200$(米).

$\because 900^2+1\ 200^2=1\ 500^2$，

$\therefore$ 两组同学行走路线的夹角是直角.

变式 3　由题意，得

$CM=2\times8=16$(海里)，

$CP=2\times15=30$(海里).

在 $\triangle CMP$ 中，$\because 34^2=16^2+30^2$，

$\therefore PM^2=CM^2+CP^2$.

$\therefore \triangle CMP$ 是直角三角形，$\angle MCP=90^\circ$.

$\because$ $180°-90°-60°=30°$，

$\therefore$ 乙船沿南偏东 $30°$ 的方向航行.

变式 4　在 $\triangle ABC$ 中，$AC=120\times\frac{6}{60}=12$(海里)，$BC=50\times\frac{6}{60}=5$(海里).

$\because AB=13$ 海里，

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$.

$\therefore \triangle ABC$ 是直角三角形，$\angle C=90°$.

$\because \angle CBA=90°-22°=68°$，

$\therefore \angle CAB=22°$.

故甲巡逻艇的航向为北偏东 $68°$.

变式 5　(1)连接 AC.

在 Rt $\triangle ABC$ 中，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=5$(米).

$\because$ 在 $\triangle ACD$ 中，$AC^2+AD^2=CD^2$，

$\therefore \triangle ACD$ 是直角三角形，$\angle DAC=90°$.

(2)$S_{四边形ABCD}=S_{\triangle BAC}+S_{\triangle ACD}$

$=\frac{1}{2}BC\cdot AB+\frac{1}{2}AD\cdot AC$

$=\frac{1}{2}\times3\times4+\frac{1}{2}\times12\times5$

$=36$(平方米).

所以该空地全部种上草的费用是 $36\times30=1\ 080$(元).

第 6 课时　勾股定理复习课

例 1　$\because \angle C=90°, AD=10$ cm，$AC=8$ cm，$\therefore CD=6$ cm.

$\because AD$ 平分 $\angle CAB$，

$\therefore$ 点 D 到直线 AB 的距离 $=CD=6$ cm.

变式　C

例 2　$\because S_1=100, S_2=50, S_3=50$，且 $S_1=BC^2, S_2=AB^2, S_3=AC^2$，

$\therefore AB^2+AC^2=BC^2, AB=AC$.

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

变式　$\because S_{长方形ABCD}=AB\cdot AD=200(m^2)$，$\therefore AD=10$ m.

$\because S_{半圆}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}DE\right)^2\pi=\frac{9}{2}\pi(m^2)$，

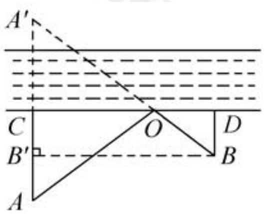
$\therefore DE=6$ m.

$\because AE=8$ m，

$\therefore AE^2+DE^2=AD^2$.

$\therefore \triangle AED$ 为直角三角形.

例 3　如图，延长 AC 到点 A'，使 $AC=A'C$，连接 $A'B$，交 CD 于点 O.



则牛在 O 处喝水所走的路程最短.

最短的路程 $=AO+BO=A'O+BO=A'B$.

作 $BB'\perp AC$ 于点 B'，

则 $A'B'=A'C+B'C=400+200=600$(m)，

$BB'=CD=800$ m.

所以 $A'B=\sqrt{(A'B')^2+(B'B)^2}=\sqrt{600^2+800^2}=1\ 000$(m)，

即最短的路程是 1 000 m.

变式 1　(1)连接 AB 交 CD 于点 P'，过点 B 作 $BE\perp AC$ 交 AC 的延长线于点 E.

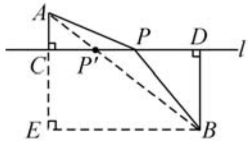
在 Rt $\triangle AEB$ 中，$BE=CD=$

4 km，

$AE=AC+BD=1+2=3$(km)，

$\therefore AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$(km).

∴使得 A,B 两村到公共汽车站的最短的距离之和为 5 km.



(2)设 $PC=x$ km，则 $PD=(4-x)$ km.

$\because AC\perp CD,BD\perp CD$，

∴$\triangle PAC$ 与 $\triangle PBD$ 都是直角三角形.

$\therefore 1^2+x^2=2^2+(4-x)^2$.

解得 $x=2.375$.

即若要使得 A,B 两村到公共汽车站 P 的距离相等，则 P 站应建在离 C 点 2.375 km 处.

变式 2 由题意可知，学校到书店的距离为 $\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$(千米). 设商场到小明家的距离为 x 千米，则商场到学校的距离为 $(4\sqrt{3}-x)$千米.

所以 $(4\sqrt{3}-x)^2+4^2=x^2$，解得 $x=\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

所以商场到小明家的距离为 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$千米.

章末测试

1. D **2.** C **3.** C **4.** C **5.** B

6. C **7.** 336 **8.** $\frac{60}{13}$ **9.** 5

10. 34 **11.** 8.

12. (1)等于 $a^2+b^2=c^2$

(2)两个小正方形的面积之和等于大正方形的面积 $a^2+b^2=c^2$

13. 登陆点 A 到宝藏点 B 的距离是 10 千米.

第十八章 平行四边形

第 1 课时 平行四边形的性质(1)

课本例 1

变式 1 在▱$ABCD$ 中，$AB=CD,AB\parallel CD$，

$\therefore \angle ABE=\angle CDF$.

$\because AE\perp BD,CF\perp BD$，

$\therefore \angle AEB=\angle CFD=90°$.

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle CDF$.

$\therefore AE=CF$.

变式 2 ∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD\parallel BC,AD=BC$.

$\therefore \angle DAF=\angle BCE$.

$\because AE=CF$，

$\therefore AE+EF=CF+EF$，

即 $AF=CE$.

$\therefore \triangle ADF\cong\triangle CBE$.

$\therefore \angle AFD=\angle CEB$.

变式 3 ∵点 E 是 BC 的中点，

$\therefore CE=BE$.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB\parallel CD,AB=CD$.

$\therefore \angle DCE=\angle FBE$.

$\because \angle CED=\angle BEF$，

$\therefore \triangle CED\cong\triangle BEF$.

$\therefore CD=BF$.

$\therefore AB=BF$.

变式 4 ∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD /\!/ BC, AD=BC, \angle A=\angle C$.
$\therefore \angle E=\angle F$.
$\because AD=BC, BE=DF$,
$\therefore AD+DF=CB+BE$,
即 $AF=CE$.
$\therefore \triangle AFG \cong \triangle CEH$.
$\therefore AG=CH$.

变式 5 (1)$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$\therefore BC=AD, AD /\!/ BC$.
$\therefore \angle EAD=\angle AEB$.
$\because AB=AE$,
$\therefore \angle B=\angle AEB$.
$\therefore \angle B=\angle EAD$.
$\therefore \triangle ABC \cong \triangle EAD$.
(2)$\because AE$ 平分$\angle DAB$,
$\therefore \angle BAE=\angle DAE$.
$\therefore \angle BAE=\angle AEB=\angle B$.
$\therefore \triangle ABE$ 为等边三角形.
$\therefore \angle BAE=60°$.
$\therefore \angle BAC=\angle BAE+\angle EAC=80°$.
$\because \triangle ABC \cong \triangle EAD$,
$\therefore \angle AED=\angle BAC=80°$.

第 2 课时 平行四边形的性质(2)

课本例 2

变式 1 $\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
$\therefore BO=DO, \angle ADB=\angle CBD, AD=BC$.
又$\because \angle DON=\angle BOM$,
$\therefore \triangle DON \cong \triangle BOM$.
$\therefore DN=BM=2$.
$\therefore BC=AD=AN+DN=2.8+2=4.8$.

变式 2 $\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
$\therefore BC=AD=6, OB=OD, OA=OC$.
$\because AC \perp BC$,
$\therefore AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=8$.
$\therefore OC=4$.
$\therefore OB=\sqrt{OC^2+BC^2}=2\sqrt{13}$.
$\therefore BD=2OB=4\sqrt{13}$,
即 BD 的长为 $4\sqrt{13}$.

变式 3 $\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形,$AC=8$,
$\therefore AO=CO=4$.
$\because \triangle EAC$ 是等边三角形,
$\therefore EO \perp AC, AE=AC=8$.
在 $\mathrm{Rt}\triangle EAO$ 中,
$EO=\sqrt{EA^2-AO^2}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$.

第 3 课时 平行四边形的判定(1)

课本例 3

变式 1 $\because AC /\!/ BD$,
$\therefore \angle C=\angle D$.
$\because \angle AOC=\angle BOD, AO=BO$,
$\therefore \triangle AOC \cong \triangle BOD$.
$\therefore CO=DO$.
$\because$点 E, F 分别是 OC, OD 的中点,
$\therefore OE=\frac{1}{2}OC, OF=\frac{1}{2}OD$.
$\therefore EO=FO$.
$\therefore$四边形 $AFBE$ 是平行四边形.

变式 2 $\because CF /\!/ BA$,
$\therefore \angle EDA=\angle EFC$.
又$\because DE=EF$,
$\angle AED=\angle CEF$,
$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CFE$.

$\therefore AE=CE.$

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形.

课本例 4

变式 1 $\because AB/\!/DE$, $AC/\!/DF$,

$\therefore \angle B=\angle DEF, \angle ACB=\angle F.$

$\because BE=CF$,

$\therefore BE+CE=CF+CE$,

即 $BC=EF$.

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle DEF.$

$\therefore AB=DE.$

又 $\because AB/\!/DE$,

$\therefore$ 四边形 $ABED$ 是平行四边形.

变式 2 (1) $\because BE=FC$,

$\therefore BE+EC=FC+CE$, 即 $BC=EF$.

又 $\because AB=DF, AC=DE$,

$\therefore \triangle ABC\cong\triangle DFE.$

(2) $\because \triangle ABC\cong\triangle DFE$,

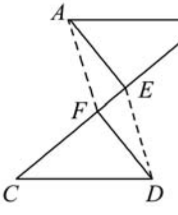
$\therefore \angle ABC=\angle DFE.$

$\therefore AB/\!/DF.$

又 $\because AB=DF$,

$\therefore$ 四边形 $ABDF$ 是平行四边形.

变式 3 如图,连接 AF, DE.



$\because AB/\!/CD, \therefore \angle B=\angle C.$

又 $\because AB=CD, BE=CF$,

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle DCF.$

$\therefore AE=DF, \angle AEB=\angle DFC.$

$\therefore 180^\circ-\angle AEB=180^\circ-\angle DFC$,

即 $\angle AEF=\angle DFE.$

$\therefore AE/\!/DF.$

$\therefore$ 以点 A,F,D,E 为顶点的四边形是平行四边形.

变式 4 (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore DC/\!/AB$, $\angle DCB=\angle DAB=60^\circ$.

$\therefore \angle ADE=\angle DAB=60^\circ$, $\angle CBF=\angle DCB=60^\circ$.

又 $\because AE=AD, CF=CB$,

$\therefore \triangle AED, \triangle CFB$ 是等边三角形.

$\therefore \angle AEC=\angle BFC=60^\circ$, $\angle EAF=\angle FCE=120^\circ$.

$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形.

(2) 上述结论仍成立. 理由如下:

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore DC/\!/AB, \angle CDA=\angle CBA$, $\angle DCB=\angle DAB, AD=BC$, $DC=AB$.

$\therefore \angle ADE=\angle CBF.$

$\because AE=AD, CF=CB$,

$\therefore \angle AED=\angle ADE$, $\angle CFB=\angle CBF.$

$\therefore \angle AED=\angle CFB.$

又 $\because AD=BC$,

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle CBF.$

$\therefore \angle EAD=\angle FCB.$

又 $\because \angle DAB=\angle BCD$,

$\therefore \angle EAF=\angle FCE.$

$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形.

第4课时　平行四边形的判定(2)

例　∵点 D,E 分别是 BC,AC 边的中点，$DE=2$，

∴$AB/\!/DE$，$AB=2DE=4$.

∴$\angle DEC=\angle A=60°$.

变式1　∵点 D,E 分别是 AB 和 AC 的中点，

∴$DE/\!/BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$.

∴$\angle EDG=\angle CFG$.

∵$\angle DGE=\angle FGC$，$EG=CG$，

∴$\triangle GED\cong\triangle GCF$.

∴$DE=CF=1$.

∴$BC=2$.

变式2　四边形 $EGFH$ 是平行四边形. 理由如下：

∵点 E,G 分别是线段 AB,AC 的中点，

∴$EG/\!/BC$，$EG=\frac{1}{2}BC$.

同理 $HF/\!/BC$，$HF=\frac{1}{2}BC$.

∴$EG/\!/HF$，$EG=HF$.

∴四边形 $EGFH$ 是平行四边形.

变式3　∵BE,CD 都是$\triangle ABC$ 的中线，

∴DE 是$\triangle ABC$ 的中位线.

∴$DE/\!/BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$.

∵点 F,G 分别是 OB,OC 的中点，

∴$FG/\!/BC$，$FG=\frac{1}{2}BC$.

∴$DE/\!/FG$ 且 $DE=FG$.

∴四边形 $DEGF$ 是平行四边形.

∴$DF=EG$.

第5课时　矩形(1)

课本例1

变式1　∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$OA=OC=\frac{1}{2}AC$，$OD=OB=\frac{1}{2}BD$，$AC=BD$.

∴$OA=OB$.

∵$AC+BD=24$ cm，

∴$AC=BD=12$ cm.

∴$OA=OB=6$ cm.

∵$OA=OB$，$\angle AOB=60°$，

∴$\triangle OAB$ 是等边三角形.

∴$AB=OA=6$ cm.

变式2　∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $OA=OC$，$OB=OD$，$AC=BD$.

∴$AO=BO$.

∵$AB=AO$，

∴$AB=AO=BO$.

∴$\triangle ABO$ 是等边三角形.

∴$\angle ABD=60°$.

变式3　∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴$OA=OC=\frac{1}{2}AC$，

$OB=OD=\frac{1}{2}BD$，$AC=BD$.

∴$AO=BO=DO=CO$.

∵DE 平分$\angle ADC$，

∴$\angle CDE=\angle ADE=45°$.

∴$\triangle DCE$ 是等腰直角三角形.

∵$\angle BDE=15°$，

∴$\angle BDC=\angle BDE+\angle CDE=60°$.

又∵$OC=OD$，

$\therefore \triangle DOC$ 是等边三角形.
$\therefore \angle COD=60°$,
$CO=DC=CE$.
$\therefore \triangle OCE$ 是等腰三角形.
$\because \angle DBC=90°-\angle BDC=30°$,
$OB=OC$,
$\therefore \angle BCO=\angle DBC=30°$.
$\therefore \angle COE=\frac{1}{2}(180°-\angle BCO)$
$=75°$.

变式 4 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,
$\therefore AC=BD, AB \parallel CD$.
$\because BE \parallel AC$,
$\therefore$ 四边形 $ABEC$ 是平行四边形.
$\therefore AC=BE$.
$\therefore BD=BE$.

变式 5 (1)$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,
$\therefore AD=BC, OA=OC, OB=OD, AC=BD, AD \parallel BC$.
$\therefore OA=OB=OC, \angle DAE=\angle OCB$.
$\therefore \angle OCB=\angle OBC$.
$\therefore \angle DAE=\angle CBF$.
又$\because AE=\frac{1}{2}OA, BF=\frac{1}{2}OB$,
$\therefore AE=BF$.
$\therefore \triangle ADE \cong \triangle BCF$.
(2)在 Rt$\triangle DAB$ 中, $AD=4$ cm, $AB=8$ cm,
$\therefore BD=\sqrt{AD^2+AB^2}$
$=\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm).
$\because$ 点 F 是 OB 的中点,
$\therefore OF=\frac{1}{2}OB$.
又 $OB=OD=\frac{1}{2}BD$,
$\therefore OF=\frac{1}{4}BD=\sqrt{5}$(cm),
即 OF 的长为$\sqrt{5}$ cm.

第 6 课时 矩形(2)

课本例 2

变式 1 $\because AB=CD, AD=BC$,
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.
$\therefore OD=OB, OA=OC$.
$\because OA=OD, \therefore AC=BD$.
$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是矩形.

变式 2 (1)$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,
$\therefore AB=CD, AB \parallel CD$.
$\therefore \angle BEF=\angle CDF$,
$\angle EBF=\angle DCF$.
$\because BE=AB$,
$\therefore BE=CD$.
$\therefore \triangle BEF \cong \triangle CDF$.
(2)$\because BE \parallel CD, BE=CD$,
$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是平行四边形.
$\therefore BF=CF, EF=DF$.
$\because \angle BFD=2\angle A$,
$\therefore \angle BFD=2\angle DCF$.
$\therefore \angle DCF=\angle FDC$.
$\therefore DF=CF$.
$\therefore DE=BC$.
$\therefore$ 四边形 $BECD$ 是矩形.

变式 3 (1)$\because CF \parallel AB$,
$\therefore \angle DAE=\angle CFE$.
又$\because DE=CE, \angle AED=\angle FEC$,
$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE$.
$\therefore AD=CF$.
$\because$ 点 D 是 AB 的中点,
$\therefore AD=DB$.
$\therefore DB=CF$.

(2)四边形 $BDCF$ 是矩形.理由如下:

∵$DB=CF$,$DB//CF$,

∴四边形 $BDCF$ 是平行四边形.

∵$AC=BC$,$AD=DB$,

∴$CD\perp AB$.

∴四边形 $BDCF$ 是矩形.

变式 4 (1)∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴$AB//CD$,$AB=CD$.

∴$\angle AFC=\angle DCG$.

∵$GA=GD$,$\angle AGF=\angle DGC$,

∴$\triangle AGF\cong\triangle DGC$.

∴$AF=CD$.

∴$AB=AF$.

(2)四边形 $ACDF$ 是矩形.理由如下:

∵$AF=CD$,$AF//CD$,

∴四边形 $ACDF$ 是平行四边形.

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴$\angle BAD=\angle BCD=120°$.

∴$\angle FAG=60°$.

∵$AB=AG=AF$,

∴$\triangle AFG$ 是等边三角形.

∴$AG=GF$.

∴$AD=2AG=2FG=FC$.

∴四边形 $ACDF$ 是矩形.

变式 5 (1)∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴$AB//CD$,$AB=CD$,$OB=OD$.

∴$\angle ABE=\angle CDF$.

∵点 E,F 分别为 OB,OD 的中点,

∴$BE=\frac{1}{2}OB$,$DF=\frac{1}{2}OD$.

∴$BE=DF$.

∴$\triangle ABE\cong\triangle CDF$.

(2)当 $AC=2AB$ 时,四边形 $EGCF$ 是矩形.理由如下:

∵$AC=2OA$,$AC=2AB$,

∴$AB=OA$.

∵E 是 OB 的中点,

∴$AG\perp OB$.

∴$\angle OEG=90°$.

同理 $CF\perp OD$.

∴$AG//CF$,

即 $GE//CF$.

∵$EG=AE$,$OA=OC$,

∴OE 是$\triangle ACG$ 的中位线.

∴$OE//CG$,

即 $EF//CG$.

∴四边形 $EGCF$ 是平行四边形.

∵$\angle GEF=90°$,

∴四边形 $EGCF$ 是矩形.

第 7 课时 菱形(1)

课本例 3

变式 1 ∵菱形 $ABCD$ 的对角线 AC,BD 相交于点 O,

∴$AC\perp BD$,$OD=OB$,$OC=OA$.

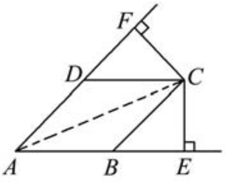
在 $\mathrm{Rt}\triangle AOD$ 中,$AD=5$,$OD=\frac{1}{2}BD=3$,

∴$AO=\sqrt{AD^2-OD^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

∴$S_{菱形ABCD}=4S_{\triangle AOD}$

$=4\times\frac{1}{2}\times4\times3=24$.

变式 2 如图,连接 AC.



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴AC 平分$\angle DAE$，$CD=BC$.

∵$CE\perp AB$，$CF\perp AD$，

∴ $CE=CF$，$\angle CFD=\angle CEB=90^\circ$.

∴$Rt\triangle CDF\cong Rt\triangle CBE$.

∴$DF=BE$.

变式 3 ∵$DE/\!/AC$，$CE/\!/BD$，

∴ 四边形 $OCED$ 是平行四边形.

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

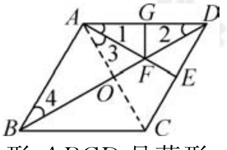
∴$\angle COD=90^\circ$，$BC=CD$.

∴四边形 $OCED$ 是矩形.

∴$OE=CD$.

∴$OE=BC$.

变式 4 如图，连接 AC，交 BD 于点 O.



∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AB=AD$，$\angle ABC=\angle ADC$，

$\angle 4=\dfrac{1}{2}\angle ABC$，

$\angle 2=\dfrac{1}{2}\angle ADC$，$AC\perp BD$.

∴$\angle 2=\angle 4=\dfrac{1}{2}\angle ABC=30^\circ$.

∵$AE\perp CD$，

∴$\angle AED=90^\circ$.

∴ $\angle 1=\angle 4=30^\circ$，$\angle AOB=\angle DEA=90^\circ$.

∴$\triangle ABO\cong\triangle DAE$.

∴$AE=BO$.

∵$FG\perp AD$，$AC\perp BD$，

∴$\angle AOF=\angle AGF=90^\circ$.

又∵$\angle 1=\angle 3$，

∴$FG=FO$.

∴$BF=BO+FO=AE+FG$.

变式 5 (1)∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$AB=AD$，$AD/\!/BC$.

∴$\angle BPA=\angle DAE$.

又∵$\angle ABC=\angle AED$，

∴ $180^\circ-\angle BPA-\angle ABP=180^\circ-\angle DAE-\angle AED$，即$\angle BAF=\angle ADE$.

∵$\angle ABF=\angle BPF$，

$\angle BPA=\angle DAE$，

∴$\angle ABF=\angle DAE$.

∵$AB=DA$，

∴$\triangle ABF\cong\triangle DAE$.

(2)∵$\triangle ABF\cong\triangle DAE$，

∴$BF=AE$，$AF=DE$.

∵$AF=AE+EF=BF+EF$，

∴$DE=BF+EF$.

第 8 课时 菱形(2)

课本例 4

变式 1 ∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD/\!/BC$.

∴ $\angle EAO=\angle FCO$，$\angle AEO=\angle CFO$.

∵EF 垂直平分 AC，

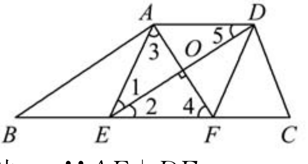
∴$OA=OC$.

∴$\triangle AOE\cong\triangle COF$.

∴$OE=OF$.

∴ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形.

$\because EF \perp AC$，
$\therefore$四边形 $AFCE$ 是菱形.
变式 2 四边形 $EBFD$ 是菱形.
证明：$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
$\therefore \angle A=\angle C, AB=CD, \angle ABC=\angle ADC$.
$\because$ BE 平分 $\angle ABC$，DF 平分$\angle ADC$，
$\therefore \angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABC, \angle CDF=\frac{1}{2}\angle ADC$.
$\therefore \angle ABE=\angle CDF$.
$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF$.
$\therefore AE=CF$.
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
$\therefore AD // BC, AD=BC$.
$\therefore DE // BF, DE=BF$.
$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 是平行四边形.
$\because BD \perp EF$，
$\therefore$四边形 $EBFD$ 是菱形.
变式 3 ①②③④
变式 4

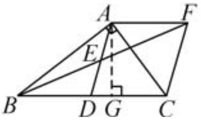


方法一：$\because AF \perp DE$，
$\therefore \angle 1+\angle 3=90^\circ$，
$\angle 2+\angle 4=90^\circ$.
又$\because \angle 1=\angle 2$，
$\therefore \angle 3=\angle 4$.
$\therefore AE=EF$.
$\because AD // BC$，
$\therefore \angle 2=\angle 5$.
$\therefore \angle 1=\angle 5$.
$\therefore AE=AD$.
$\therefore EF=AD$.
$\because AD // EF$，
$\therefore$ 四边形 $AEFD$ 是平行四边形.
又$\because AE=AD$，
$\therefore$四边形 $AEFD$ 是菱形.
方法二：$\because AD // BC$，
$\therefore \angle 2=\angle 5$.
$\because \angle 1=\angle 2$，$\therefore \angle 1=\angle 5$.
$\because AF \perp DE$，
$\therefore \angle AOE=\angle AOD=90^\circ$.
$\therefore \triangle AEO \cong \triangle ADO$.
$\therefore OE=OD$.
在$\triangle AEO$ 和$\triangle FEO$ 中，
$\because \angle 1=\angle 2, EO=EO, \angle AOE=\angle FOE$，
$\therefore \triangle AEO \cong \triangle FEO$.
$\therefore OA=OF$.
$\therefore AF$ 与 ED 互相平分且垂直.
$\therefore$四边形 $AEFD$ 是菱形.
变式 5 （1）$\because AF // BC$，
$\therefore \angle AFE=\angle DBE$.
$\because$点 E 是 AD 的中点，
$\therefore AE=DE$.
又$\because \angle AEF=\angle DEB$，
$\therefore \triangle AEF \cong \triangle DEB$.
（2）$\because \triangle AEF \cong \triangle DEB$，
$\therefore FA=BD$.
$\because BD=CD$，
$\therefore FA=CD$.
又 $AF // BC$，
$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是平行四边形.
在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90^\circ$，$BD=CD$，

$\therefore AD=\frac{1}{2}BC=DC$.

$\therefore$ 四边形 $ADCF$ 是菱形.

(3) 过点 A 作 $AG\perp BC$ 交 BC 于点 G.



在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中,$AC=4$,$AB=5$,

$\therefore BC=\sqrt{41}$.

$\therefore DC=\frac{1}{2}BC=\frac{\sqrt{41}}{2}$.

由 $\frac{1}{2}AB\cdot AC=\frac{1}{2}BC\cdot AG$,得

$AG=\frac{AB\cdot AC}{BC}=\frac{5\times 4}{\sqrt{41}}=\frac{20\sqrt{41}}{41}$.

$\therefore S_{\text{菱形}ADCF}=DC\cdot AG=\frac{\sqrt{41}}{2}\times\frac{20\sqrt{41}}{41}=10$.

第 9 课时　正方形

课本例 5

变式 1　45　**解析:** $\because$ 在正方形 $ABCD$ 的外侧,作等边三角形 ADE,

$\therefore AB=AD=AE$,$\angle BAD=90^\circ$,$\angle DAE=\angle AED=60^\circ$.

$\therefore \angle BAE=150^\circ$.

$\therefore \angle AEB=15^\circ$.

$\therefore \angle BED=45^\circ$.

变式 2　$\because$ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

$\therefore DA=AB$,$\angle DAE=\angle ABF=90^\circ$.

又 $\because AE=BF$,

$\therefore \triangle DAE\cong\triangle ABF$.

$\therefore \angle ADE=\angle BAF$.

$\because \angle ADE+\angle AED=90^\circ$,

$\therefore \angle BAF+\angle AED=90^\circ$.

$\therefore \angle AGE=90^\circ$.

$\therefore AF\perp DE$.

变式 3　(1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,$\therefore AB=AD=DC$,$\angle BAE=\angle ADF=90^\circ$.

$\because DE=CF$,

$\therefore AD-DE=DC-CF$,

即 $AE=DF$.

$\therefore \triangle BAE\cong\triangle ADF$.

$\therefore BE=AF$.

(2) $\because \triangle BAE\cong\triangle ADF$,

$\therefore \angle EBA=\angle FAD$.

$\therefore \angle GAE+\angle AEG=\angle EBA+\angle AEG=90^\circ$,即 $\angle AGE=90^\circ$.

$\because$ 在 $\mathrm{Rt}\triangle BAE$ 中,$AB=4$,$AE=AD-DE=3$,

$\therefore BE=\sqrt{AB^2+AE^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$.

由 $\frac{1}{2}AB\cdot AE=\frac{1}{2}BE\cdot AG$,得

$AG=\frac{4\times 3}{5}=\frac{12}{5}$.

变式 4　$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,AC 为对角线,

$\therefore \angle EAF=45^\circ$.

又 $\because EF\perp AC$,

$\therefore \angle AFE=90^\circ$,$\angle AEF=45^\circ$.

$\therefore EF=AF=3$.

$\because \triangle EFC$ 的周长为 12,

$\therefore FC=12-3-EC=9-EC$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle EFC$ 中,

$EC^2=EF^2+FC^2$,

即 $EC^2=9+(9-EC)^2$.

解得 $EC=5$.

变式 5 (1)$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore AB=BC$，$\angle ABE=\angle BCF=90^\circ$.

$\therefore \angle BAE+\angle AEB=90^\circ$.

$\because BH\perp AE$，

$\therefore \angle BHE=90^\circ$.

$\therefore \angle AEB+\angle EBH=90^\circ$.

$\therefore \angle BAE=\angle EBH$.

$\therefore \triangle ABE\cong\triangle BCF$.

$\therefore AE=BF$.

(2)$\because \triangle ABE\cong\triangle BCF$，

$\therefore CF=BE=2$.

$\because$正方形边长是 5，

$\therefore DF=5-2=3$.

在 $Rt\triangle ADF$ 中，由勾股定理，得 $AF=\sqrt{AD^2+DF^2}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{25+9}=\sqrt{34}$.

第 10 课时　平行四边形性质与判定的综合运用

例 1 (1)$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD/\!/CB$，$AD=CB$.

$\therefore \angle DAE=\angle BCF$.

$\because AE=CF$，

$\therefore \triangle ADE\cong\triangle CBF$.

$\therefore DE=BF$.

(2)$\because \triangle ADE\cong\triangle CBF$，

$\therefore \angle AED=\angle CFB$.

$\therefore \angle DEF=\angle BFE$.

$\therefore DE/\!/BF$.

又$\because DE=BF$，

$\therefore$ 四边形 $DEBF$ 是平行四边形.

变式 1 (1)$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB/\!/CD$，$AB=CD$.

$\because$点 E，F 分别是 AB，CD 的中点，

$\therefore DF=\frac{1}{2}CD$，$BE=\frac{1}{2}AB$.

$\therefore DF=BE$.

又$\because DF/\!/BE$，

$\therefore$ 四边形 $EBFD$ 为平行四边形.

(2)$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB/\!/CD$，$AB=CD$.

$\therefore \angle DCM=\angle BAN$.

$\because$ 四边形 $EBFD$ 为平行四边形，

$\therefore \angle ABN=\angle CDM$.

$\because AB=CD$，

$\therefore \triangle ABN\cong\triangle CDM$.

变式 2 (1)$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle DAB=\angle BCD$.

$\therefore \angle EAM=\angle FCN$.

又$\because AD/\!/BC$，

$\therefore \angle E=\angle F$.

又$\because AE=CF$，

$\therefore \triangle AEM\cong\triangle CFN$.

(2)$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB/\!/CD$，$AB=CD$.

$\because \triangle AEM\cong\triangle CFN$，

$\therefore AM=CN$.

$\therefore BM=DN$.

又$\because BM/\!/DN$，

$\therefore$ 四边形 $BMDN$ 是平行四边形.

变式 3 (1)$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD=BC$，$AD/\!/BC$.

$\therefore \angle ABC+\angle BAD=180^\circ$.

$\because AF /\!/ BE$,

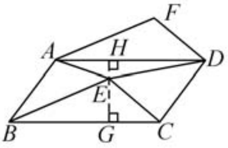
$\therefore \angle EBA+\angle BAF=180°$.

$\therefore \angle CBE=\angle DAF$.

同理得$\angle ECB=\angle FDA$.

$\therefore \triangle BCE\cong\triangle ADF$.

(2)过点E作$EG\perp BC$交BC于点G,交AD于点H,则$EG\perp BC$,$EH\perp AD$.



$\because \triangle BCE\cong\triangle ADF$,

$\therefore S_{\triangle BCE}=S_{\triangle ADF}$.

$\therefore T=S_{\triangle AED}+S_{\triangle ADF}=S_{\triangle AED}+S_{\triangle BCE}=\frac{1}{2}BC\cdot(EG+EH)=\frac{1}{2}BC\cdot GH=\frac{1}{2}S$,即$\frac{S}{T}=2$.

例 2 (1)菱形 **解析:**由作法知$\angle EAB=\angle EAF$,$AB=AF$.

$\because AD /\!/ BC$,

$\therefore \angle EAF=\angle AEB=\angle EAB$.

$\therefore BE=AB=AF$.

$\because AF /\!/ BE$,

$\therefore$四边形$ABEF$是平行四边形.

$\because AB=AF$,

$\therefore$四边形$ABEF$是菱形.

(2)$10\sqrt{3}$ $120°$ **解析:**$\because$四边形$ABEF$是菱形,

$\therefore AE\perp BF$,$BO=OF=\frac{1}{2}BF=5$,$\angle ABO=\angle EBO$,$AE=BE=EF=AF$.

$\therefore AB=10$. $\therefore AB=2BO$.

$\because \angle AOB=90°$,

$\therefore \angle BAO=30°$,$\angle ABO=60°$.

$\therefore AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=5\sqrt{3}$,$AE=2AO=10\sqrt{3}$,$\angle ABC=2\angle ABO=120°$.

变式 1 (1)$\because AB=AC$,AD是BC边上的中线,

$\therefore AD\perp BC$. $\therefore \angle ADB=90°$.

$\because$四边形$ADBE$是平行四边形,

$\therefore$四边形$ADBE$是矩形.

(2)$\because AD$是BC边上的中线,$BC=6$,

$\therefore BD=DC=\frac{1}{2}BC=3$.

在$Rt\triangle ACD$中,

$AD=\sqrt{AC^2-DC^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

$\therefore S_{矩形ADBE}=BD\cdot AD=3\times4=12$.

变式 2 (1)$\because$四边形$ABCD$是平行四边形,$\therefore CF /\!/ ED$.

$\therefore \angle FCG=\angle GDE$.

$\because$点G是CD的中点,

$\therefore CG=DG$.

$\because \angle CGF=\angle DGE$,

$\therefore \triangle CFG\cong\triangle DEG$.

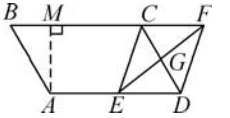
$\therefore FG=EG$.

又$\because CG=DG$,

$\therefore$四边形$CEDF$是平行四边形.

(2)①3.5 **解析:**当$AE=3.5$时,四边形$CEDF$是矩形.

理由如下:过点A作$AM\perp BC$于点M.



在$Rt\triangle AMB$中,$\angle B=60°$,$AB=3$,

$\therefore BM=\frac{1}{2}AB=1.5$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore \angle CDA=\angle B=60^\circ$, $DC=AB=3$, $BC=AD=5$.

$\because AE=3.5$,

$\therefore DE=1.5=BM$.

$\therefore \triangle MBA\cong\triangle EDC$.

$\therefore \angle CED=\angle AMB=90^\circ$.

又 $\because$ 四边形 $CEDF$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是矩形.

②2 **解析:** 当 $AE=2$ 时,四边形 $CEDF$ 是菱形.

理由如下:$\because AD=5$, $AE=2$,

$\therefore DE=3$.

$\because CD=3$, $\angle CDE=\angle B=60^\circ$,

$\therefore \triangle CDE$ 是等边三角形.

$\therefore CE=DE$.

又 $\because$ 四边形 $CEDF$ 是平行四边形,

$\therefore$ 四边形 $CEDF$ 是菱形.

变式 3 (1)由题意,得

$EF=EC$, $\angle FEG=\angle CEG$.

又 $\because GE=GE$,

$\therefore \triangle EFG\cong\triangle ECG$.

$\therefore \angle GFE=\angle GCE$,

$\angle FGE=\angle CGE$.

$\because FG\parallel CD$,

$\therefore \angle FGE=\angle CEG$.

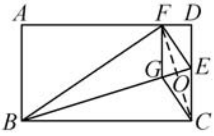
$\therefore \angle FGC=\angle FEC$.

$\therefore$ 四边形 $CEFG$ 是平行四边形.

又 $\because EF=EC$,

$\therefore$ 四边形 $CEFG$ 是菱形.

(2)连接 FC,交 GE 于点 O.



由题意,得 $BF=BC=AD=10$.

在 $Rt\triangle ABF$ 中,$AB=6$,

$\therefore AF=\sqrt{BF^2-AB^2}$

$=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

$\therefore FD=AD-AF=10-8=2$.

设 $EC=x$,则 $DE=6-x$, $EF=x$.

在 $Rt\triangle FDE$ 中,

$FD^2+DE^2=EF^2$,

即 $2^2+(6-x)^2=x^2$.

解得 $x=\frac{10}{3}$.

在 $Rt\triangle FDC$ 中,

$FD^2+DC^2=CF^2$,

即 $2^2+6^2=FC^2$.

解得 $FC=2\sqrt{10}$.

$\because$ 四边形 $FGCE$ 是菱形,

$\therefore FO=\frac{1}{2}FC=\sqrt{10}$,

$EO=\frac{1}{2}GE$, $GE\perp FC$.

在 $Rt\triangle FOE$ 中,

$FO^2+EO^2=EF^2$,

即 $(\sqrt{10})^2+EO^2=(\frac{10}{3})^2$.

解得 $EO=\frac{\sqrt{10}}{3}$.

$\therefore S_{菱形CEFG}=\frac{1}{2}FC\cdot GE$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{10}\times\frac{2\sqrt{10}}{3}=\frac{20}{3}$.

章末测试

1. D **2**. B **3**. A **4**. D **5**. B

6. C **7**. $4\sqrt{13}$ **8**. $3\sqrt{3}$ **9**. 13

10. $\sqrt{17}$

11. $\because DE /\!/ AC, AE /\!/ BD$,

$\therefore$ 四边形 $AODE$ 为平行四边形.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形,

$\therefore AC \perp BD$. $\therefore \angle AOD = 90°$.

$\therefore$ 四边形 $AODE$ 是矩形.

12. (1)在$\triangle ADE$与$\triangle CDE$中,

$$\begin{cases} AD = CD, \\ DE = DE, \\ EA = EC, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDE$.

$\therefore \angle ADE = \angle CDE$.

$\because AD /\!/ BC$,

$\therefore \angle ADE = \angle CBD$.

$\therefore \angle CDE = \angle CBD$.

$\therefore BC = CD$.

$\because AD = CD$, $\therefore BC = AD$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

$\because AD = CD$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形.

(2) $\because BE = BC$,

$\therefore \angle BCE = \angle BEC$.

$\because \angle CBE : \angle BCE = 2:3$,

$\therefore \angle CBE = 180° \times \dfrac{2}{2+3+3} = 45°$.

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore \angle ABE = 45°$.

$\therefore \angle ABC = 90°$.

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是正方形.

13. (1) $\because$ 点 D, G 分别是 AB, AC 的中点,

$\therefore DG /\!/ BC, DG = \dfrac{1}{2}BC$.

$\because$ 点 E, F 分别是 OB, OC 的中点,

$\therefore EF /\!/ BC, EF = \dfrac{1}{2}BC$.

$\therefore DG = EF, DG /\!/ EF$.

$\therefore$ 四边形 $DEFG$ 是平行四边形.

(2) $\because \angle OBC$ 和 $\angle OCB$ 互余,

$\therefore \angle OBC + \angle OCB = 90°$.

$\therefore \angle BOC = 90°$.

$\because$ 点 M 为 EF 的中点, $OM = 3$,

$\therefore EF = 2OM = 6$.

$\because$ 四边形 $DEFG$ 是平行四边形,

$\therefore DG = EF = 6$.

14. (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore CD = AB = 4, AD = BC = 2$, $CD /\!/ AB, \angle D = \angle B = 90°$.

$\because BE = DF = \dfrac{3}{2}$,

$\therefore CF = AE = 4 - \dfrac{3}{2} = \dfrac{5}{2}$.

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADF$ 中,

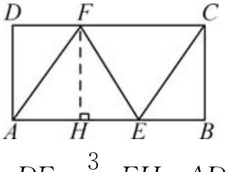
$AF = \sqrt{2^2 + (\dfrac{3}{2})^2} = \dfrac{5}{2}$.

同理 $CE = \dfrac{5}{2}$.

$\therefore AF = CF = CE = AE$.

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 是菱形.

(2)过点 F 作 $FH \perp AB$ 于点 H,则四边形 $AHFD$ 是矩形.



$\therefore AH = DF = \dfrac{3}{2}, FH = AD = 2$.

$\therefore EH=\frac{5}{2}-\frac{3}{2}=1.$

在 Rt$\triangle FHE$ 中，

$EF=\sqrt{FH^2+HE^2}$

$=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}.$

第十九章　一次函数

第 1 课时　变量与函数(1)

课本思考

变式 1　(1)C　**解析:**由题意得,此问题中 a,y 都是变量,3 是常量.

(2)时间和骆驼的体温　**解析:**时间和骆驼的体温都在变化,都是变量.

(3)η 和 t　100　**解析:**某人要在规定的时间内加工 100 个零件,则工作效率 η 与时间 t 都在变化,都是变量,零件的个数 100 是常量.

变式 2　C　**解析:**A. 当 s 一定时,s 是常量,v,t 是变量,故 A 选项说法错误;B. 当 v 一定时,v 是常量,t,s 是变量,故 B 选项说法错误;C. 当 t 一定时,t 是常量,s,v 是变量,故 C 选项说法正确;D. 当 t 一定时,t 是常量,v,s 是变量,故 D 选项说法错误. 故选 C.

变式 3　(1)常量:6;变量:n,t.

(2)常量:40;变量:s,t.

变式 4　(1)易拉罐的底面半径和用铝量的关系.

(2)当底面半径为 2.4 cm 时,易拉罐的用铝量为 5.6 cm^3.

(3)易拉罐的底面半径为2.8 cm 时比较合适,因为此时用铝量较少,成本低.

第 2 课时　变量与函数(2)

课本思考

变式 1　(1)D　**解析:**D 选项不正确. 因为当 x 大于 0 时,有两个 y 值与之对应. 故选 D.

(2)D

变式 2　(1)不是.

(2)不是,因为 x 的取值唯一时,y 的值不是唯一的.

课本例 1

变式 1　A

变式 2　$y=-20x+1\ 890(0<x<21$ 且 x 为整数)　**解析:**$y=70x+90(21-x)=-20x+1\ 890(0<x<21$ 且 x 为整数).

变式 3　(1)$Q=1\ 000-60t$.

(2)$0\leqslant t\leqslant\frac{50}{3}$.

(3)当 $t=10$ 时,$Q=1\ 000-60\times10=400$,即 10 小时后,蓄水池中还有 400 m^3 的水.

(4)令 $Q=520$,则 $1\ 000-60t=520$,解得 $t=8$. 所以 8 小时后,蓄水池中还有 520 m^3 的水.

第 3 课时　函数的图象(1)

课本例 2

变式 1　C

变式 2　观察图象可知:

(1)小强到离家最远的地方用了 3 h,此时离家 30 km.

(2)10 点 30 分时开始第一次休息,休息了半小时.

(3)由横坐标看,小强回家时用了 2 h,故平均速度是 $30\div2=$

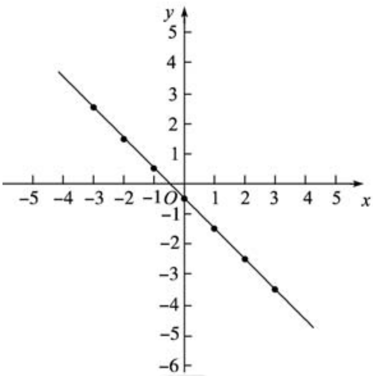
15 (km/h).

课本例 3

变式 1 (1)列表：

x	…	-3	-2	-1	0
y	…	2.5	1.5	0.5	-0.5
x	1	2	3	…	
y	-1.5	-2.5	-3.5	…	

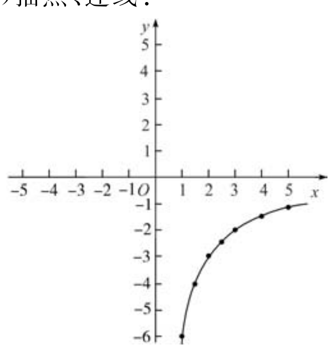
(2)描点、连线：



变式 2 (1)列表：

x	…	1	1.5	2	2.5
y	…	-6	-4	-3	-2.4
x	3	4	5	…	
y	-2	-1.5	-1.2	…	

(2)描点、连线：



第 4 课时 函数的图象(2)

课本例 4

变式 1 (1)填表如下：

单层部分的长度 x/cm	…	4	6	8	10	…	150
双层部分的长度 y/cm	…	73	72	71	70	…	0

y 关于 x 的函数解析式为

$y=75-\frac{x}{2}(0\leqslant x\leqslant 150)$.

(2)当挎带的长度为 120 cm 时，可得 $x+y=120$，则 $x+75-\frac{x}{2}=120$，解得 $x=90$，即此时单层部分的长度为90 cm.

(3)$\because y=75-\frac{x}{2}$，$\therefore l=x+y=x+75-\frac{x}{2}=75+\frac{x}{2}$.

$\because 0\leqslant x\leqslant 150$，

且当 $x=0$ 时，$l=75$，

当 $x=150$ 时，$l=150$，

$\therefore 75\leqslant l\leqslant 150$.

变式 2 (1)当 $t=0$ 时，$V=1\ 000$，即水库原蓄水量为1 000万立方米；当 $t=10$ 时，$V=800$，即持续干旱 10 天后蓄水量为800 万立方米.

(2)当 $V=400$ 时，$t=30$，即持续干旱 30 天后将发出严重干旱警报.

(3)从第 10 天到第 30 天，水库下降了(800−400)万立方米，一天下降$\frac{800-400}{30-10}=20$(万立方米).

根据此规律可得 $V=1\ 000$

初中数学例题变式训练

八年级下册

责任编辑：李丹丹
装帧设计：王其宝
刘羽珂

ISBN 978-7-5333-3319-5

定价：10.50元