义务教育教科书最新配套用书 R

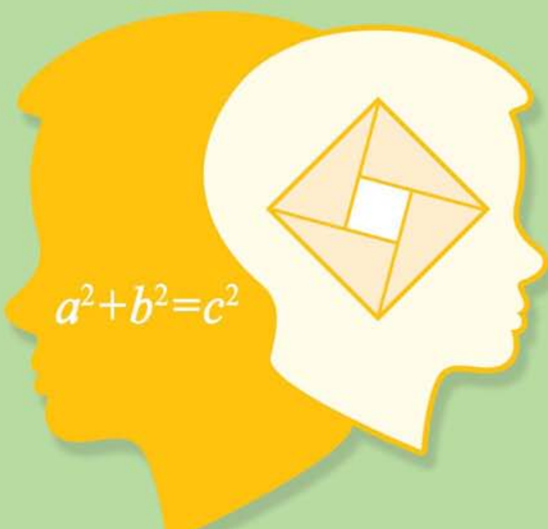
初中数学

例题变式训练

CHUZHONG SHUXUE LITI BIANSHI XUNLIAN

《初中数学例题变式训练》编写组 编

九年级下册



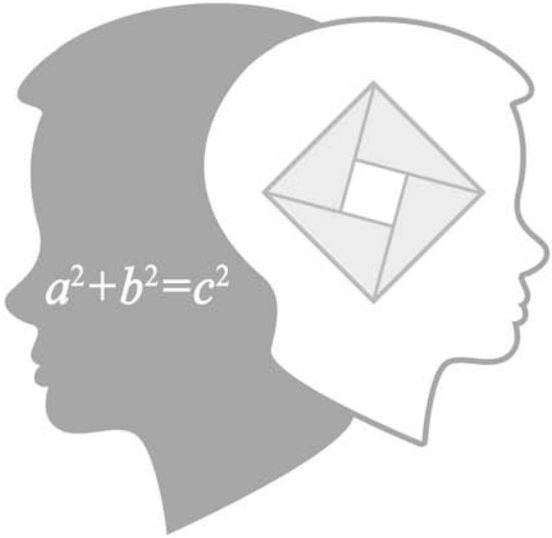
齊魯書社

初中数学 例题变式 训练

CHUZHONG SHUXUE LITI BIANSHI XUNLIAN

《初中数学例题变式训练》编写组 编

九年级下册



齊魯書社

图书在版编目(CIP)数据

初中数学例题变式训练．九年级．下册 /《初中数学例题变式训练》编写组编．-- 济南：齐鲁书社，2015.12（2019.12 重印）
ISBN 978－7－5333－3350－8

Ⅰ．①初… Ⅱ．①初… Ⅲ．①中学数学课—初中—习题集 Ⅳ．①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 151171 号

初中数学例题变式训练（九年级下册）

《初中数学例题变式训练》编写组　编

主管单位	山东出版传媒股份有限公司
出　　版	齊魯書社
社　　址	济南市英雄山路 189 号
邮　　编	250002
网　　址	www.qlss.com.cn
电子邮箱	qilupress@126.com
发　　行	山东新华书店集团有限公司
印　　刷	济南石茂印务有限公司
开　　本	880mm×1230mm　1/32
印　　张	4.5
字　　数	120 千字
版　　次	2015 年 12 月第 1 版
印　　次	2019 年 12 月第 5 次印刷
书　　号	ISBN 978－7－5333－3350－8
定　　价	10.50 元

目　录

第二十六章　反比例函数

第二十七章　相似

第二十八章　锐角三角函数

第二十九章　投影与视图

第二十六章　反比例函数

第1课时　反比例函数

课本思考

变式1(等级一)　一司机驾驶汽车从甲地去乙地,他以80 km/h的平均速度用了4 h到达乙地.当他按原路匀速返回时,汽车的速度v(单位:km/h)与时间t(单位:h)的函数关系是　(　　)

A. $v=320t$　　B. $v=\dfrac{320}{t}$　　C. $v=20t$　　D. $v=\dfrac{20}{t}$

变式2(等级一)　下列关系中,两个变量之间为反比例函数关系的是　(　　)

A. 正方形的面积S与边长a的关系

B. 正方形的周长L与边长a的关系

C. 长方形的长为a,宽为20,其面积S与a的关系

D. 长方形的面积为40,长为a,宽为b,a与b的关系

变式3(等级一)　水池中蓄水90 m^3,现用排水管以x(单位:m^3/h)的速度排水,经过y(单位:h)排空,求y与x之间的函数解析式,y是x的反比例函数吗?

变式4(等级二)　请判断下列问题中哪些是反比例函数,并说明依据.

(1)三角形的底边长一定时,它的面积和这个底边上的高;

(2)物体所受的压力一定时,物体的压强与受力面积;

(3)当矩形的周长一定时,该矩形的长与宽.

课本例 1

变式 1(等级一) 已知 y 是 x 的反比例函数,且当 $x=0.3$ 时,$y=10$.

(1)写出 y 关于 x 的函数解析式;

(2)当 $x=2$ 时,求 y 的值.

变式 2(等级一) 已知 y 与 $x+1$ 成反比例,且当 $x=1$ 时,$y=2$.

(1)求 y 关于 x 的函数解析式;

(2)当 $x=-2$ 时,求 y 的值;

(3)当 $y=1$ 时,求 x 的值.

变式 3(等级二) 已知 $y-1$ 与 x 成反比例,且当 $x=1$ 时,$y=4$.

(1)求 y 关于 x 的函数解析式;

(2)当 $x=-6$ 时,求 y 的值;

(3)当 $y=2$ 时,求 x 的值.

变式 4(等级二) 已知函数 $y=2y_1-y_2$,y_1 与 $x+1$ 成正比例,y_2 与 x 成反比例,且当 $x=1$ 时,$y=4$,当 $x=2$ 时,$y=3$.求 y 关于 x 的函数解析式.

第 2 课时　反比例函数的图象和性质(1)

课本例 2

变式 1（等级一）　画出反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ 的图象.

列表：

x	…	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	…
y	…									…

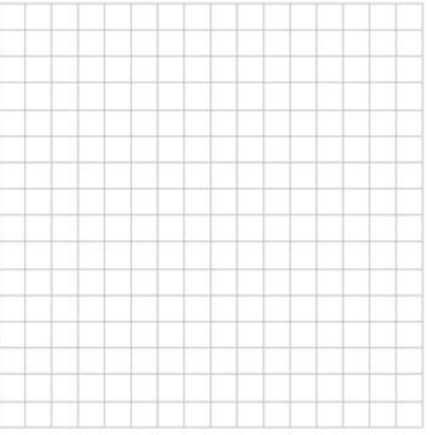
描点连线：

变式 2(等级一)　画出反比例函数 $y=-\dfrac{4}{x}$的图象.

列表：

x	…	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	…
y	…									…

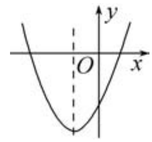
描点连线：

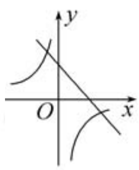


课本思考

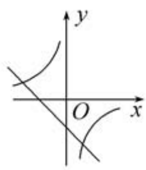
变式 1（等级一）　反比例函数 $y=\frac{8}{x}$ 的图象分别位于________象限，当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而________.

变式 2（等级二）　(1)二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如右图所示，则反比例函数 $y=\frac{a}{x}$ 与一次函数 $y=ax+b$ 在同一坐标系内的大致图象是　　（　　）

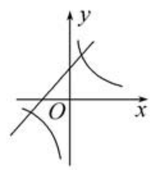




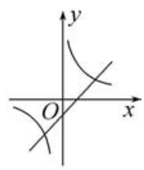
A.



B.

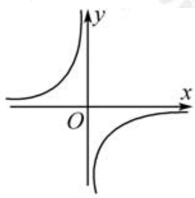


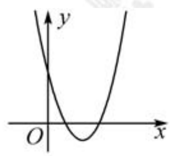
C.

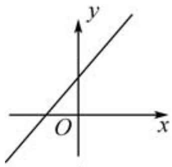


D.

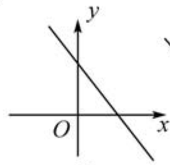
(2)(2019・德州)若函数 $y=\frac{k}{x}$ 与 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如下图所示，则函数 $y=kx+b$ 的大致图象为　　（　　）



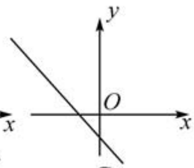




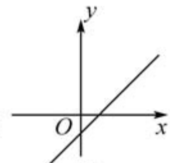
A.



B.

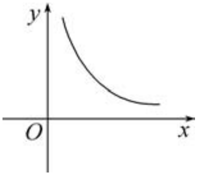


C.



D.

变式 3(等级二)　如图,它是反比例函数 $y=\dfrac{m-5}{x}$ 的图象的一支,根据图象可知常数 m 的取值范围是________,图象的另一支位于第__________象限.



课本探究

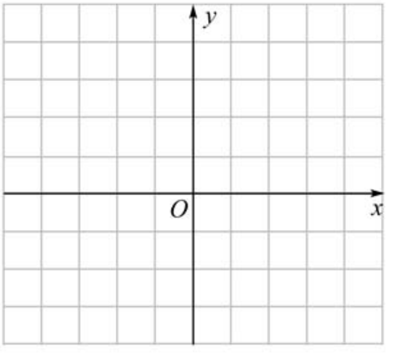
变式 1(等级一)　反比例函数 $y=-\dfrac{2}{x}$ 的图象分别位于________象限,当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而________;当 $x<0$ 时,y 随 x 的增大而________.

变式 2(等级二)　已知一个正比例函数的图象与一个反比例函数的图象的一个交点的坐标为$(-1,3)$,则另一个交点的坐标为____,这个反比例函数图象的两个分支分别位于第________象限和第________象限.

变式 3（等级三）　已知函数 $y=\frac{4}{|x|}$，小明研究该函数的图象及性质时，列出 y 与 x 的几组对应值如下表：

x	…	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	…
y	…	1	$\frac{4}{3}$	2	4	4	2	$\frac{4}{3}$	1	…

(1)根据表格中给出的数值，在平面直角坐标系 xOy 中，指出以各对对应值为坐标的点，并画出该函数的图象；



(2)写出该函数的两条性质.

第3课时　反比例函数的图象和性质(2)

课本例3

变式1(等级一)　已知反比例函数 $y=\frac{2k-3}{x}$ 的图象经过点(1,1),则 k 的值为　(　　)

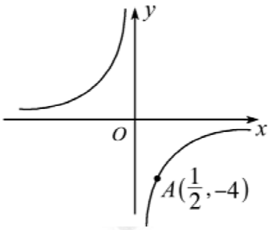
A. -1　　B. 0　　C. 1　　D. 2

变式2(等级二)　已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象如图所示.

(1)k 的值是__________;

(2)点 $B(-2,4)$ 在这个函数的图象上吗?

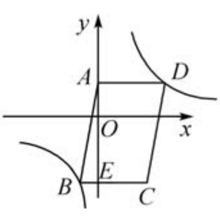
(3)在第二象限内,y 随 x 的增大而______(填“增大”或“减小”).



变式3(等级二)　(2019·菏泽)如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,顶点 A 的坐标是(0,2),$AD\parallel x$ 轴,BC 交 y 轴于点 E,顶点 C 的纵坐标是 -4,平行四边形 $ABCD$ 的面积是24,反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象经过点 B 和点 D.求:

(1)反比例函数的解析式;

(2)AB 所在直线的函数解析式.



课本例 4

变式 1(等级一)　反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象上三个点的坐标为(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3).若 $x_1<x_2<0<x_3$,则 y_1,y_2,y_3 的大小关系是　　(　　)

A. $y_1<y_2<y_3$　　B. $y_2<y_1<y_3$

C. $y_2<y_3<y_1$　　D. $y_1<y_3<y_2$

变式 2(等级二)　已知反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 图象的两个分支分别位于第一、第三象限.

(1)求 k 的取值范围;

(2)取一个你认为符合条件的 k 值,写出反比例函数的解析式,并求出当 $x=-6$ 时 y 的值.

变式 3(等级二)　已知反比例函数 $y=\frac{m^2}{x}$ 的图象经过点(-3,-12),且反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象位于第二、第四象限,求 m 的值.

第 4 课时　反比例函数与一次函数、二次函数的综合(1)

例1　当 m 为何值时,函数 $y=(m+1)x^{m^2+3m+1}$ 是反比例函数?

变式 1(等级一)　若反比例函数 $y=\dfrac{2m+1}{x^{m^2-24}}$ 的图象经过第二、第四象限,求该函数的解析式.

变式 2(等级二)　若函数 $y=(m+1)x^{m^2+2m-1}$ 是反比例函数,且它的图象分别位于第一、第三象限,求 m 的值.

变式 3(等级二)　如果函数 $y=(k+1)x^{\frac{1}{2}k^2+k-1}$ 是反比例函数,且它的图象在每一个象限内,y 随 x 的增大而增大,求 k 的值.

变式 4(等级三)　已知函数 $y=(5m-3)x^{2-n}+(n+m)$.

(1)当 m,n 为何值时,该函数为一次函数?

(2)当 m,n 为何值时,该函数为正比例函数?

(3)当 m,n 为何值时,该函数为反比例函数?

例2 如图，直线 $y=k_1x+b$ 与双曲线 $y=\frac{k_2}{x}$ 相交于 $A(1,2)$，$B(m,-1)$两点.

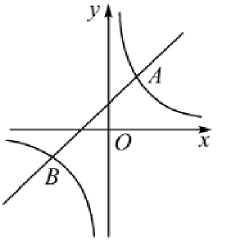
(1)求直线和双曲线的解析式；

(2)若 $A_1(x_1,y_1)$，$A_2(x_2,y_2)$，$A_3(x_3,y_3)$为双曲线上的三点，且 $x_1<0<x_2<x_3$，请直接写出 y_1，y_2，y_3的大小关系式；

(3)观察图象，请写出下列不等式的解集：

①$k_1x+b<\frac{k_2}{x}$；

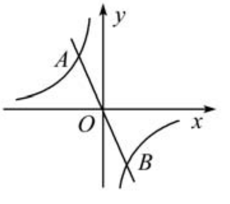
②$k_1x+b>\frac{k_2}{x}$.



变式 1(等级一) 如图，正比例函数 $y=-2x$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象相交于 $A(m,2)$，B 两点.

(1)求反比例函数的解析式及点 B 的坐标；

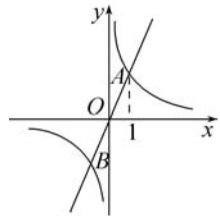
(2)直接写出当 $-2x>\frac{k}{x}$ 时 x 的取值范围.



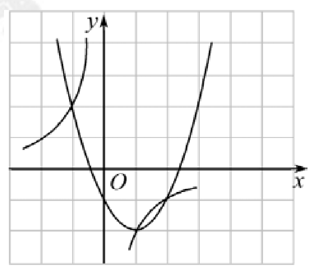
变式 2（等级一）　如图，正比例函数 $y_1=k_1x$ 与反比例函数 $y_2=\frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 A，B 两点，其中点 A 的横坐标为 1. 当 $y_1<y_2$ 时，x 的取值范围是（　　）

A. $x<-1$ 或 $x>1$　　B. $-1<x<0$ 或 $x>1$

C. $-1<x<0$ 或 $0<x<1$　　D. $x<-1$ 或 $0<x<1$



变式 3（等级二）　二次函数 $y_1=x^2-2x-1$ 与反比例函数 $y_2=-\frac{2}{x}$ 的图象在如图所示的同一坐标系中，请根据图象所提供的信息，比较 y_1 与 y_2 的大小.



第 5 课时　反比例函数与一次函数、二次函数的综合(2)

例　已知点 P 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 图象上任意一点，过点 P 分别向 x 轴、y 轴作垂线，垂足分别是 M,N.

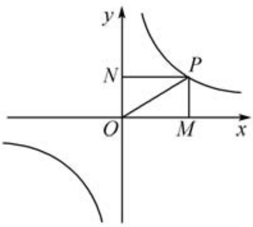


图1

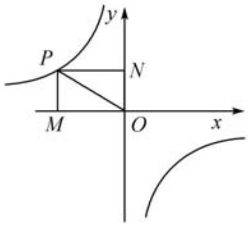


图2

(1)如图 1，若 $k=6$，则矩形 $OMPN$ 的面积是________，$\triangle OMP$ 的面积是________；

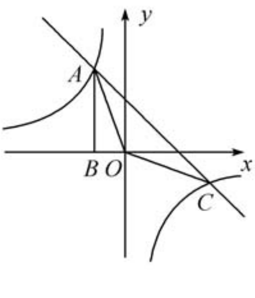
(2)如图 1，若 k 为大于 0 的任意实数，则矩形 $OMPN$ 的面积是________，$\triangle OMP$ 的面积是________；

(3)如图 2，若 $k=-6$，则矩形 $OMPN$ 的面积是________，$\triangle OMP$ 的面积是________；

(4)如图 2，若 k 为小于 0 的任意实数，则矩形 $OMPN$ 的面积是________，$\triangle OMP$ 的面积是________；

(5)若 k 为不为 0 的任意实数，则矩形 $OMPN$ 的面积是________，$\triangle OMP$ 的面积是________.

变式 1(等级一)　如图，$\mathrm{Rt}\triangle ABO$ 的顶点 A 是双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 与直线 $y=-x-(k+1)$ 在第二象限的交点，$AB\perp x$ 轴于点 B，且 $S_{\triangle ABO}=\frac{3}{2}$. 求：



(1)这两个函数的解析式；

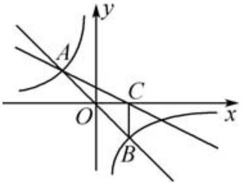
(2)直线与双曲线的两个交点 A,C 的坐标；

(3)$\triangle AOC$ 的面积.

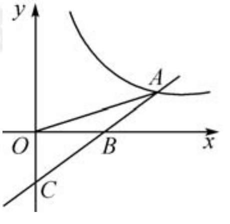
变式 2(等级二)　(2019·东营)如图,在平面直角坐标系中,直线 $y=mx$ 与双曲线 $y=\frac{n}{x}$ 相交于 $A(-2,a)$,B 两点,$BC\perp x$ 轴,垂足为 C,$\triangle AOC$ 的面积是 2.

(1)求 m,n 的值;

(2)求直线 AC 的解析式.



变式 3(等级二)　(2019·泰安改编)已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于点 A,与 x 轴交于点 $B(5,0)$.若 $OB=AB$,且 $S_{\triangle OAB}=\frac{15}{2}$,求反比例函数与一次函数的解析式.



第6课时　实际问题与反比例函数(1)

课本例1

变式1(等级一)　一定质量的氧气,它的密度 ρ(单位:kg/m^3)是它的体积 V(单位:m^3)的反比例函数,当 $V=10$ 时,$\rho=1.43$.

(1)求 ρ 关于 V 的函数解析式;

(2)求当 $V=2$ 时,氧气的密度 ρ.

变式2(等级一)　为了筹款支持希望工程,某献爱心小组决定利用暑假销售一批进价为10元的小商品,为寻求合适的销售价格,他们进行了4天的试销,试销情况如下表:

	第1天	第2天	第3天	第4天
日销售单价 x(元)	20	30	40	50
日销售量 y(个)	30	20	15	12

(1)猜测并确定 y 与 x 之间的函数解析式;

(2)若该小组计划每天的销售利润为450元,则其单价应为多少元?

变式 3(等级一)　某养鱼专业户准备挖一个面积为 2 000 平方米的长方形鱼塘.

(1)求鱼塘的长 y(单位:米)关于宽 x(单位:米)的函数解析式;

(2)由于受场地的限制,鱼塘的宽最多只能挖 20 米,当鱼塘的宽是 20 米时,鱼塘的长是多少米?

变式 4(等级二)　某公司从 2016 年开始投入资金改进技术,经技术改进后,其产品的成本不断降低,具体数据如下表:

年度	2016	2017	2018	2019
投入技改资金 x(万元)	2.5	3	4	4.5
产品成本 y(万元/件)	7.2	6	4.5	4

(1)请你认真分析表中数据,从一次函数和反比例函数中确定哪一个函数能表示其变化规律,给出理由,并求出其解析式;

(2)按照这种变化规律,若 2020 年已投入技改资金 5 万元.

①预计每件生产成本比 2019 年降低多少万元?

②若打算在 2020 年把每件产品的成本降低到 3.2 万元,则还需要投入技改资金多少万元?

课本例 2

变式 1(等级一)　王强家离工作单位的距离为 3 600 米,他每天骑自行车上班时的速度为 v(单位:米/分),所需时间为 t(单位:分).

(1)速度 v 与时间 t 之间有怎样的函数关系?

(2)若王强到单位需要 15 分钟,那么他骑车的平均速度是多少?

(3)如果王强骑车的速度最快为 300 米/分,那么他至少需要多少分钟才能到达单位?

变式 2(等级二)　某地计划用 120～180 天(含 120 天与 180 天)的时间建设一项水利工程,工程需要运送的土石方总量为 360 万立方米.

(1)写出运输公司完成任务所需的时间 y(单位:天)与平均每天的工作量 x(单位:万立方米)之间的函数解析式,并给出自变量 x 的取值范围;

(2)由于工程进度的需要,实际平均每天运送土石方比原计划多 5 000立方米,工期比原计划减少了 24 天.原计划和实际平均每天运送土石方各是多少万立方米?

变式 3(等级二)　去学校食堂就餐,经常会在一个买菜窗口前等待,经调查发现,学生的舒适度指数 y 与等待时间 x(分)之间满足反比例函数关系,如下表:

等待时间 x(分)	1	2	5	10	20
舒适度指数 y	100	50	20	10	5

已知学生等待时间不超过 30 分钟.

(1)求 y 与 x 的函数解析式,并写出自变量 x 的取值范围;

(2)当等待时间为 8 分钟时,求舒适度指数;

(3)舒适度指数不低于 10 时,学生才会感到舒适.请说明,作为食堂的管理员,让每个在窗口买菜的学生最多等待多少时间?

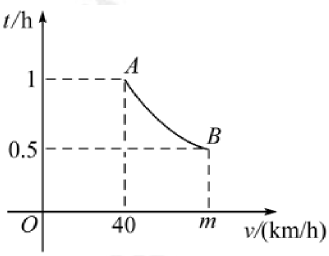
第 7 课时　实际问题与反比例函数(2)

课本例 3

变式 1(等级一)　一辆汽车匀速通过某段公路,所需时间 t(单位:h)与行驶速度 v(单位:km/h)满足函数关系 $t=\frac{k}{v}$,其图象为如图所示的一段曲线且端点为 $A(40,1)$和 $B(m,0.5)$.

(1)求 k 和 m 的值;

(2)若行驶速度不得超过 60 km/h,则汽车通过该路段最少需要多长时间?

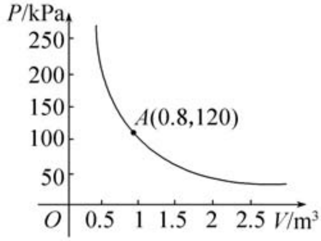


变式 2(等级一)　某气球内充满了一定量的气体,当温度不变时,气球内气体的气压 P(单位:kPa)是气体体积 V(单位:m^3)的反比例函数,其图象如图所示.

(1)求该反比例函数的解析式;

(2)当气体体积为 1 m^3 时,气球内气体的气压是多少?

(3)当气球内的气压大于 200 kPa 时,气球将爆炸.为确保气球不爆炸,气球内气体的体积应不少于多少?



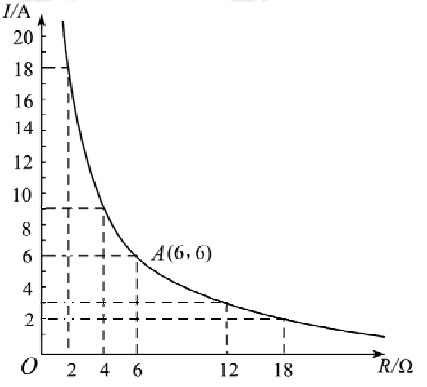
变式 3(等级二)　用洗衣粉洗衣物时,漂洗的次数与衣物中洗衣粉的残留量近似地满足反比例函数关系.小红、小敏晚饭后用同一种洗衣粉各自洗一件同样的衣服,漂洗时,小红每次用一盆水(约 10 升),小敏每次用半盆水(约 5 升).如果她们都用了 5 克洗衣粉,第一次漂洗后,小红的衣服中残留的洗衣粉还有 1.5 克,小敏的衣服中残留的洗衣粉还有 2 克.

(1)请帮助小红、小敏求出各自衣服中洗衣粉的残留量 y 与漂洗次数 x 的函数解析式;

(2)当衣服中洗衣粉的残留量降至 0.5 克时,便视为衣服漂洗干净.从节约用水的角度来看,你认为谁的漂洗方法更值得提倡,为什么?

课本例 4

变式 1(等级一)　在某一电路中,电源电压 U 保持不变,电流 I(单位:A)与电阻 R(单位:Ω)之间的函数图象如图所示.



(1)I 与 R 的函数解析式为________;

(2)结合图象回答:当电路中的电流不得超过 12 A 时,电路中电阻 R 的取值范围是________;

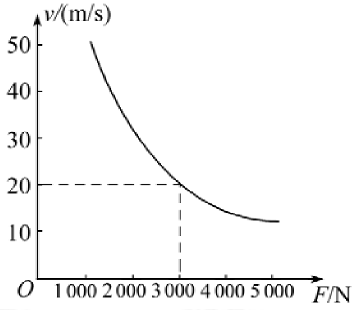
(3)当电流 $I=0.5$ A 时,求电阻 R 的值.

变式 2(等级二) 当某汽车的功率 P(单位:W)为一定值时,汽车行驶时的速度v(单位:m/s)与它所受的牵引力 F(单位:N)之间的函数关系如图所示.

(1)这辆汽车的功率是多少?请写出这一函数的解析式.

(2)当它所受牵引力为 2 400 N 时,汽车的速度为多少千米/时?

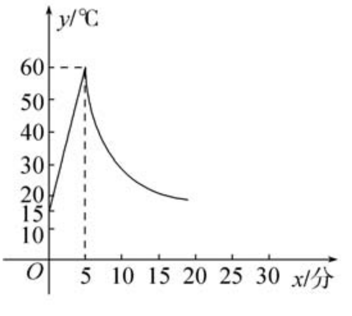
(3)如果限定汽车的速度不超过 30 m/s,则 F 在什么范围内?



变式 3(等级二) 制作一种产品,需先将材料加热达到 60 ℃后,再进行操作.设该材料温度为 y(单位:℃),从加热开始计算的时间为 x(单位:分).据了解,该材料加热时,温度 y 与时间 x 成一次函数关系;停止加热进行操作时,温度 y 与时间 x 成反比例关系.如图所示,已知该材料在操作加工前的温度为 15 ℃,加热 5 分钟后温度达到60 ℃.

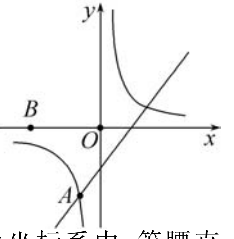
(1)分别求出将材料加热和停止加热进行操作时,y 与 x 的函数解析式;

(2)根据工艺要求,当材料的温度低于 15 ℃时,须停止操作,那么从开始加热到停止操作,共经历了多长时间?

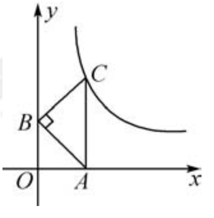


第 8 课时　反比例函数复习课

例1　如图，反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 与一次函数 $y=x-2$ 在第三象限交于点 A，点 B 的坐标为$(-3,0)$，点 P 是 y 轴左侧的一点. 若以 A,O,B,P 为顶点的四边形为平行四边形，则点 P 的坐标为________.



变式 1（等级一）　(2019·枣庄)如图，在平面直角坐标系中，等腰直角三角形 ABC 的顶点 A,B 分别在 x 轴、y 轴的正半轴上，$\angle ABC=90^\circ$，$CA\perp x$ 轴，点 C 在函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象上. 若 $AB=1$，则 k 的值为（　　）



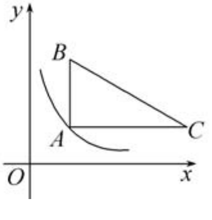
A. 1　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

变式 2（等级二）　如图，在直角坐标系中，Rt△ABC 位于第一象限，两条直角边 AC,AB 分别平行于 x 轴、y 轴，点 A 的坐标为$(1,1)$，$AB=2$，$AC=3$.

(1)求 BC 边所在直线的解析式；

(2)若反比例函数 $y=\frac{m}{x}(x>0)$ 的图象经过点 A，求 m 的值；

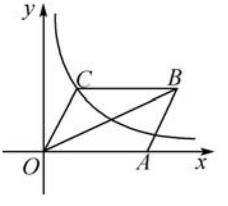
(3)若反比例函数 $y=\frac{n}{x}(x>0)$ 的图象与△ABC 有公共点，请直接写出 n 的取值范围.



变式 3（等级二）（2019·百色）如图，已知在平行四边形 $OABC$ 中，O 为坐标原点，点 $A(3,0)$，$C(1,2)$，函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象经过点 C.

(1)求 k 的值及直线 OB 的函数解析式；

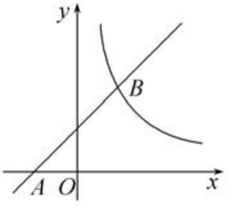
(2)求四边形 $OABC$ 的周长.



例2 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y=x+b$ 的图象经过点 $A(-2,0)$，与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象交于点 $B(a,4)$.

(1)求一次函数和反比例函数的解析式；

(2)设 M 是直线 AB 上一点，过 M 作 $MN\parallel x$ 轴，交反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象于点 N. 若以 A,O,M,N 为顶点的四边形为平行四边形，求点 M 的坐标.



变式 1(等级一) 已知反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$(k 为常数,$k\neq1$).

(1)其图象与正比例函数 $y=x$ 的图象的一个交点为 P,若点 P 的纵坐标是 2,求 k 的值;

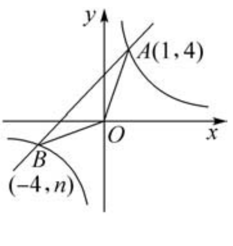
(2)若在其图象的每一支上,y 随 x 的增大而减小,求 k 的取值范围.

变式 2(等级二) 如图,已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y=x+b$ 的图象交于点 $A(1,4)$,$B(-4,n)$.

(1)求 k 和 b 的值;

(2)求$\triangle OAB$ 的面积;

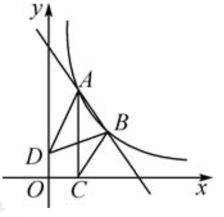
(3)直接写出一次函数值大于反比例函数值的自变量 x 的取值范围.



变式 3(等级二)　(2019・聊城)如图,点 $A\left(\frac{3}{2},4\right)$,$B(3,m)$是直线 AB 与反比例函数 $y=\frac{n}{x}(x>0)$图象的两个交点,$AC\perp x$ 轴,垂足为 C,已知 $D(0,1)$,连接 AD,BD,BC.

(1)求直线 AB 的解析式;

(2)$\triangle ABC$ 和$\triangle ABD$ 的面积分别为 S_1,S_2,求 S_2-S_1.



章末测试

一、选择题

1. 若点$(-2,y_1)$,$(-1,y_2)$,$(1,y_3)$都在反比例函数$y=-\dfrac{1}{x}$的图象上,则　　　　(　　)

A. $y_1>y_2>y_3$　　　　B. $y_2>y_1>y_3$

C. $y_3>y_1>y_2$　　　　D. $y_1>y_3>y_2$

2. 对于反比例函数$y=\dfrac{3}{x}$,下列说法正确的是　　　　(　　)

A. 图象分布在第二、四象限

B. 图象过点$(-6,-2)$

C. 图象与y轴的交点是$(0,3)$

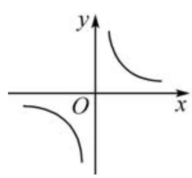
D. 当$x<0$时,y随x的增大而减小

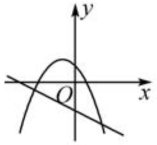
3. 反比例函数$y=\dfrac{k}{x}$的图象经过点$A(-1,2)$,则当$x>1$时,函数值y的取值范围是　　　　(　　)

A. $y>-1$　　　　B. $-1<y<0$

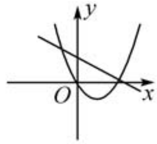
C. $y<-2$　　　　D. $-2<y<0$

4. (2019·青岛)已知反比例函数$y=\dfrac{ab}{x}$的图象如图所示,则二次函数$y=ax^2-2x$和一次函数$y=bx+a$在同一平面直角坐标系中的图象可能是　　　　(　　)

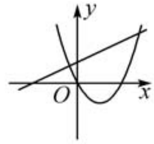




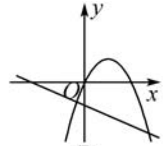
A.



B.



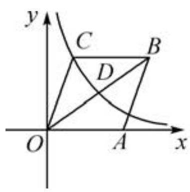
C.



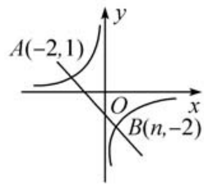
D.

5.（2019·滨州）如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OABC$ 的边 OA 在 x 轴的正半轴上，反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象经过对角线 OB 的中点 D 和顶点 C. 若菱形 $OABC$ 的面积为 12，则 k 的值为（　　）

A. 6　　B. 5　　C. 4　　D. 3



（第 5 题图）



（第 6 题图）

6. 如图，一次函数 $y=kx+b$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象交于 A，B 两点，当一次函数的值大于反比例函数的值时，自变量 x 的取值范围是（　　）

A. $-2<x<1$　　B. $0<x<1$

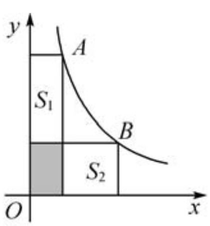
C. $x<-2$ 或 $0<x<1$　　D. $-2<x<1$ 和 $x>1$

二、填空题

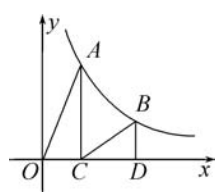
7. 在①$y=2x^{-1}$；②$y=-\frac{a}{x}$；③$y=5x-3$；④$y=\frac{1}{5x}$中，y 是 x 的反比例函数的有________（填序号）.

8. 已知反比例函数 $y=\frac{6}{x}$，当 $x>3$ 时，y 的取值范围是________.

9. 如图，A，B 是双曲线 $y=\frac{3}{x}$上的点，分别经过 A，B 两点向 x 轴、y 轴作垂线. 若 $S_{阴影}=1$，则 $S_1+S_2=$________.



（第 9 题图）



（第 10 题图）

10. 如图,A,B 是反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$图象上的两点,过点 A,B 分别作 $AC\perp x$ 轴于点 C,$BD\perp x$ 轴于点 D,连接 OA,BC.已知点 C 坐标为$(2,0)$,$BD=2$,$S_{\triangle BCD}=3$,则 $S_{\triangle AOC}=$________.

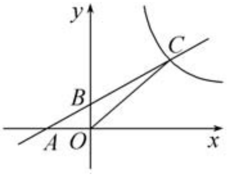
三、解答题

11. 已知函数 $y=(k-2)x^{k^2-5}$ 为反比例函数.

(1)求 k 的值;

(2)求出当$-2\leqslant x\leqslant -\frac{1}{2}$时,$y$ 的取值范围.

12. 如图,直线 AB 与坐标轴分别交于 $A(-2,0)$,$B(0,1)$两点,与反比例函数的图象在第一象限交于点 $C(4,n)$,求一次函数和反比例函数的解析式.



13. 某生态示范村种植基地计划用90～120亩(含90亩与120亩)的土地种植一批葡萄,原计划总产量要达到18万千克.设原计划种植亩数为y亩,平均亩产量为x万千克.

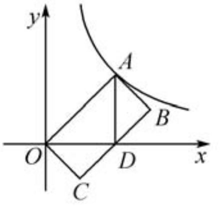
(1)列出y(单位:亩)与x(单位:万千克)之间的函数解析式,并求自变量x的取值范围;

(2)为了满足市场需求,现决定改良葡萄品种.改良后平均每亩产量是原计划的1.5倍,种植亩数减少了20亩,总产量比原计划增加了4.5万千克.原计划和改良后的平均每亩产量各是多少万千克?

14. (2019·辽阳)如图,在平面直角坐标系中,矩形$OABC$的边BC交x轴于点D,$AD\perp x$轴,反比例函数$y=\dfrac{k}{x}(x>0)$的图象经过点A,点D的坐标为$(3,0)$,$AB=BD$.

(1)求反比例函数的解析式;

(2)P为y轴上一动点,当$PA+PB$的值最小时,求出点P的坐标.

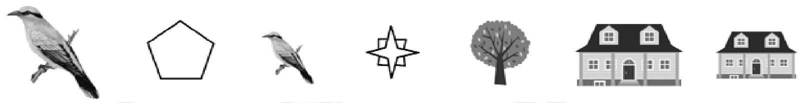


第二十七章　相似

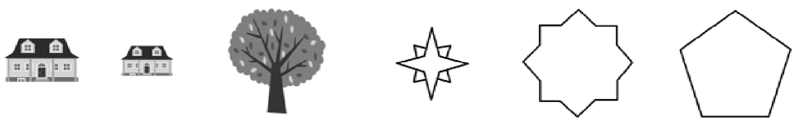
第1课时　图形的相似(1)

课本思考

变式1(等级一)　在实际生活和学习中,我们常常会看到许多形状相同的图形,下面形状相同的图形分别是__________、__________、__________、__________、__________.(填序号)



①　②　③　④　⑤　⑥　⑦



⑧　⑨　⑩　⑪　⑫　⑬

变式2(等级一)　下列四组图形中,不是相似图形的是　(　　)

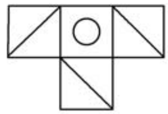
A.　B.　C.　D.

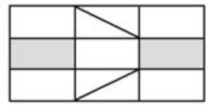
变式3(等级一)　下列四组图形中,是相似图形的是　(　　)

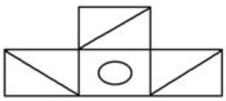
A.　B.　C.　D.

变式4(等级二)　观察下面图形,并指出(1)～(9)中的图形哪些与给出的图形(a)(b)(c)形状相同.

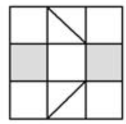

(a)


(b)

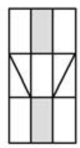

(c)

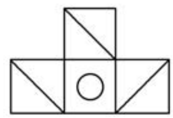

(1)

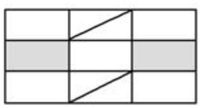

(2)


(3)

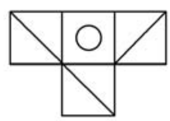

(4)


(5)


(6)


(7)

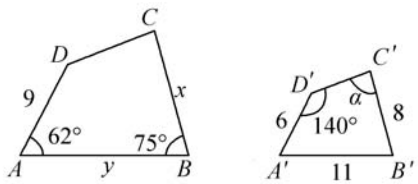

(8)


(9)

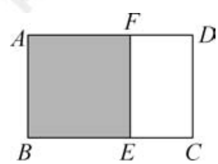
第 2 课时　图形的相似(2)

课本例

变式 1(等级一)　如图,四边形 $ABCD$∽四边形 $A'B'C'D'$,求边 x,y 的长度和角 α 的大小.

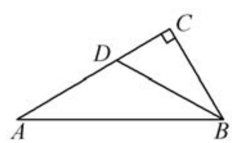


变式 2(等级二)　如图,已知矩形纸片 $ABCD$ 中,$AB=1$,剪去正方形 $ABEF$,得到的矩形 $ECDF$ 与矩形 $ABCD$ 相似,求 AD 的长.



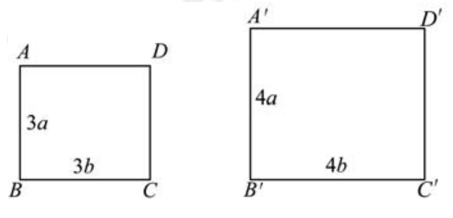
变式 3(等级二)　如图,在 Rt△ABC 中,$\angle C=90°$,D 是 AC 边上的一点,$AB=5$,$AC=4$.若△ABC∽△BDC,则 CD 的长为　(　　)

A. 2　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $\frac{4}{3}$　　D. $\frac{9}{4}$



变式 4(等级二)　已知一个矩形的长和宽分别为 8 cm 和 4 cm,与它相似的矩形的一条边长为 12 cm,求与它相似的这个矩形的面积.

变式 5(等级二)　如图是两个相似矩形,如果它们的相似比是 3∶4,求证它们面积的比是 3^2∶4^2.



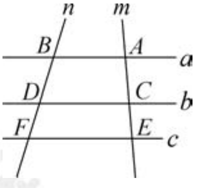
第3课时　相似三角形的判定(1)

课本探究

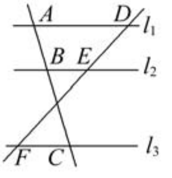
变式1(等级一)　如图，$a\parallel b\parallel c$.

(1)若 $AC=6$ cm，$EC=4$ cm，$BD=8$ cm，则线段 DF 的长度是多少厘米？

(2)若 $AE:EC=5:2$，$DB=5$ cm，则线段 DF 的长度是多少厘米？

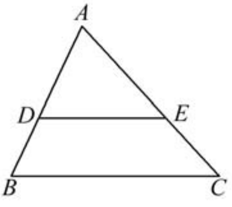


变式2(等级二)　如图，$l_1\parallel l_2\parallel l_3$，$AB=3$，$BC=5$，$DF=12$. 求 DE 和 EF 的长.

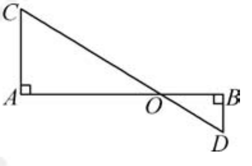


课本思考

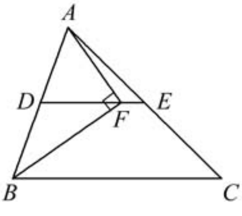
变式 1（等级一） 如图，$DE\parallel BC$，$AD=3.6$，$DB=2.4$，$AC=7$. 求 EC 的长.



变式 2（等级一） 如图，已知 $AC\perp AB$，$BD\perp AB$，$AB=5$ cm，$AC=1.5$ cm，$BD=1$ cm. 求 OB 的长.



变式 3（等级二） 如图，在$\triangle ABC$ 中，BF 平分$\angle ABC$，$AF\perp BF$ 于点 F，D 为 AB 的中点，连接 DF 并延长交 AC 于点 E. 若 $AB=10$，$BC=16$，求 EF 的长.

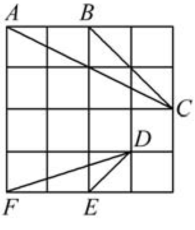


第 4 课时 相似三角形的判定(2)

课本探究

变式 1(等级一) 在$\triangle ABC$和$\triangle A_1B_1C_1$中,已知$AB=6$ cm,$BC=8$ cm,$AC=11$ cm,$A_1B_1=18$ cm,$B_1C_1=24$ cm,$A_1C_1=33$ cm.求证$\triangle ABC\backsim\triangle A_1B_1C_1$.

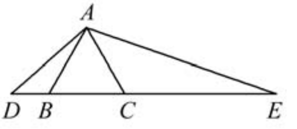
变式 2(等级二) 如图,在4×4的正方形方格中,$\triangle ABC$和$\triangle DEF$的顶点都在边长为 1 的小正方形的顶点上.试判断$\triangle ABC$与$\triangle DEF$是否相似,并证明你的结论.



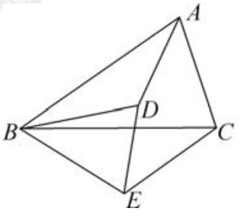
变式 3(等级二) 已知$\triangle ABC$的三边长分别为 12,15,18,$\triangle DEF$的一边长是 8,当$\triangle DEF$的另两条边长分别是多少时,这两个三角形相似?

课本例 1

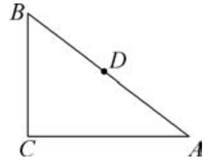
变式 1(等级一)　如图,在$\triangle ABC$中,已知$AB=AC$,D,B,C,E在同一条直线上,且$AB^2=BD\cdot CE$.求证:$\triangle ABD\backsim\triangle ECA$.



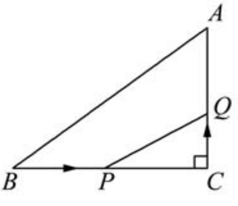
变式 2(等级二)　如图,$\dfrac{AB}{BD}=\dfrac{BC}{BE}=\dfrac{CA}{ED}$,那么$\triangle ABD$与$\triangle BCE$相似吗?为什么?



变式 3（等级二）　如图，在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$AC=8$，$BC=6$，D是边AB的中点，现有一点P位于边AC上，使得$\triangle ADP$与$\triangle ABC$相似，求线段AP的长.



变式 4（等级三）　如图，在$\triangle ABC$中，$BC=16$ cm，$AC=12$ cm，$\angle C=90^\circ$，点P从点B出发沿BC以 2 cm/s 的速度向点C移动，点Q从点C出发，以 1 cm/s 的速度向点A移动. 若P，Q分别从B，C同时出发，设运动时间为t s，当t为何值时，$\triangle CPQ$与$\triangle CBA$相似？



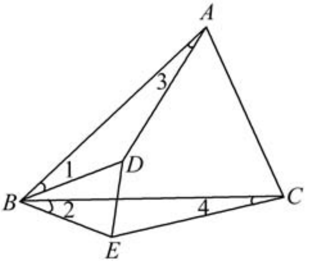
第5课时　相似三角形的判定(3)

课本例2

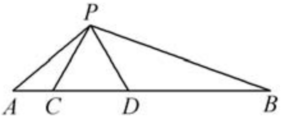
变式1(等级一)　如图,D为$\triangle ABC$内的一点,E为$\triangle ABC$外的一点,且$\angle 1=\angle 2$,$\angle 3=\angle 4$.求证:

(1)$\triangle ABD\backsim\triangle CBE$;

(2)$\triangle ABC\backsim\triangle DBE$.



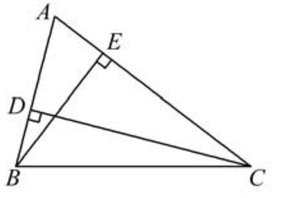
变式2(等级一)　如图,点C,D在线段AB上,$\triangle PCD$是等边三角形,$\angle APB=120°$.求证:$\triangle ACP\backsim\triangle PDB$.



变式 3(等级二)　如图,在锐角$\triangle ABC$中,CD,BE分别是AB,AC边上的高,垂足为D,E.

(1)求证:$\triangle ACD \backsim \triangle ABE$;

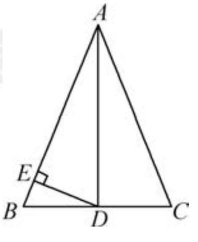
(2)将D,E连接起来,$\triangle AED$与$\triangle ABC$相似吗?说说你的理由.



变式 4(等级二)　如图,在$\triangle ABC$中,$AB=AC$,AD为BC边上的中线,$DE \perp AB$于点E.

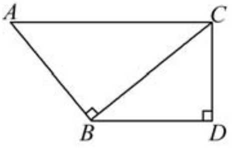
(1)求证:$\triangle BDE \backsim \triangle CAD$;

(2)若$AB=13$,$BC=10$,求线段DE的长.

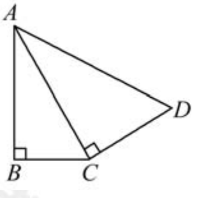


课本思考

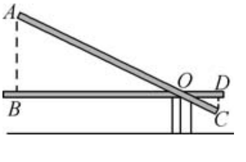
变式 1(等级一) 如图,$\angle ABC=\angle CDB=90^{\circ}$,$AC=a$,$BC=b$,当 BD 与 a,b 之间满足怎样的关系时,$\triangle ABC\backsim\triangle CDB$?



变式 2(等级一) 如图,$AB\perp BC$ 于点 B,$AC\perp CD$ 于点 C,请添加一个适当的条件使$\triangle ABC$ 与$\triangle ACD$ 相似.



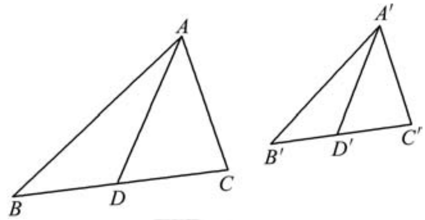
变式 3(等级一) 如图,学校门口的栏杆从水平位置 BD 绕点 O 旋转到 AC 位置,已知 $AB\perp BD$,$CD\perp BD$,垂足分别为 B,D,$AO=4\ \text{m}$,$AB=1.6\ \text{m}$,$CO=1\ \text{m}$.求栏杆 C 端下降的垂直距离 CD 为多少.



第 6 课时　相似三角形的性质

课本探究

变式 1（等级一）　如图，$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$，相似比为 k，AD，$A'D'$ 分别是边 BC，$B'C'$ 上的中线，求证：$\frac{AD}{A'D'}=k$.



变式 2（等级一）　已知$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$，若$\triangle ABC$ 与$\triangle DEF$ 的相似比为$\frac{3}{4}$，则$\triangle ABC$ 与$\triangle DEF$ 对应角平分线的比为　（　　）

A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{9}{16}$　　D. $\frac{16}{9}$

变式 3（等级一）　已知$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$，$AB=4$，$A'B'=12$，

(1)求它们对应边上的高的比；

(2)若 BC 边上的中线为 1.5，求 $B'C'$边上的中线 $A'D'$.

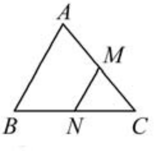
课本思考

变式 1(等级一)　已知$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$,$\frac{DE}{AB}=\frac{2}{3}$,$\triangle ABC$的周长是12 cm,面积是30 cm^2.

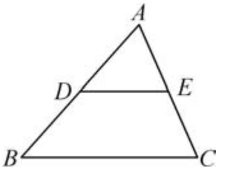
(1)求$\triangle DEF$的周长;

(2)求$\triangle DEF$的面积.

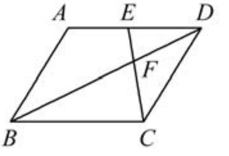
变式 2(等级一)　如图,在$\triangle ABC$中,M,N分别为AC,BC的中点.若$S_{\triangle CMN}=1$,则$S_{四边形ABNM}=$________.



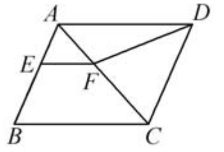
变式 3(等级二)　如图,$\triangle ABC$的面积为12,D,E分别是边AB,AC的中点,则四边形$BCED$的面积为________.



变式 4(等级二)　如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,点 E 是边 AD 的中点,EC 交对角线 BD 于点 F,则 $S_{\triangle EDF}:S_{\triangle BFC}:S_{\triangle BCD}$ 等于________.



变式 5(等级二)　如图,在▱$ABCD$ 中,AC 是一条对角线,$EF\parallel BC$,且 EF 与 AB 相交于点 E,与 AC 相交于点 F,$3AE=2EB$,连接 DF. 若 $S_{\triangle AEF}=1$,则 $S_{\triangle ADF}$ 的值为________.



课本例 3

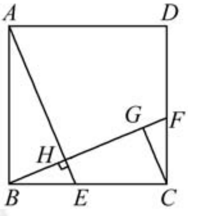
变式(等级一)　如果一个三角形的某一条边长是 3 cm,这条边上的高是 2 cm,把它按 5∶1 的比例放大,得到的图形面积是多少?

第 7 课时　相似三角形性质与判定的综合应用

例　如图，在正方形 $ABCD$ 中，E 是 BC 上的一点，连接 AE，作 $BF\perp AE$，垂足为 H，交 CD 于点 F，作 $CG\parallel AE$，交 BF 于点 G. 求证：

(1) $CG=BH$；

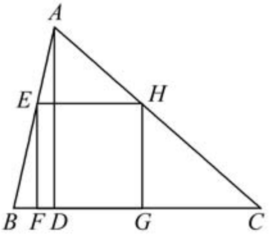
(2) $FC^2=BF\cdot GF$.



变式 1（等级一）　如图，$\triangle ABC$ 为锐角三角形，AD 是 BC 边上的高，正方形 $EFGH$ 的一边 FG 在 BC 上，顶点 E，H 分别在 AB，AC 上，已知 $BC=40$ cm，$AD=30$ cm.

(1) 求证：$\triangle AEH\backsim\triangle ABC$；

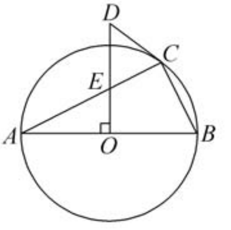
(2) 求这个正方形的边长与面积.



变式 2(等级二)　如图,$\triangle ABC$内接于$\odot O$,且AB为$\odot O$的直径,$OD\perp AB$,与AC交于点E,与过点C的$\odot O$的切线交于点D.

(1)若$AC=4$,$BC=2$,求OE的长;

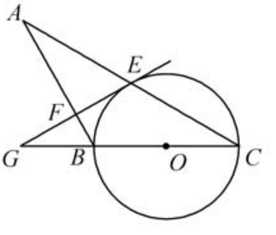
(2)试判断$\angle A$与$\angle CDE$的数量关系,并说明理由.



变式 3(等级二)　(2019·菏泽)如图,BC是$\odot O$的直径,CE是$\odot O$的弦,过点E作$\odot O$的切线,交CB的延长线于点G,过点B作$BF\perp GE$于点F,交CE的延长线于点A.

(1)求证:$\angle ABG=2\angle C$;

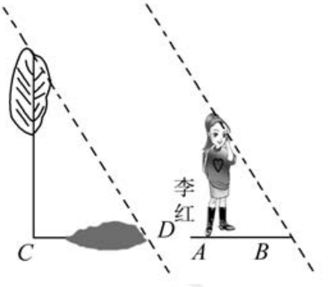
(2)若$GF=3\sqrt{3}$,$GB=6$,求$\odot O$的半径.



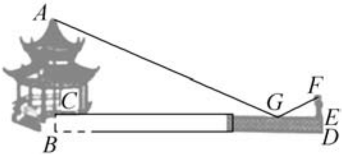
第 8 课时　相似三角形应用举例(1)

课本例 4

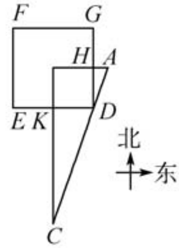
变式 1(等级一)　张芳和身高为 1.65 m 的李红两位同学在人民广场上玩.张芳测得李红的影长为 1 m,并立即测得小树的影长为 1.5 m,请你估算小树的高度.



变式 2(等级一)　如图,小明为了测量一座凉亭的高度 AB(顶端 A 到水平地面 BD 的距离),在凉亭的旁边放置一个与凉亭台阶 BC 等高的台阶 DE($DE=BC=0.5$ 米,A,B,C 三点共线),把一面镜子水平放置在平台上的点 G 处,测得 $CG=15$ 米,然后沿直线 CG 后退到点 E 处,这时恰好在镜子里看到凉亭的顶端 A,测得 $EG=3$ 米,小明身高 1.6 米,求凉亭的高度 AB.



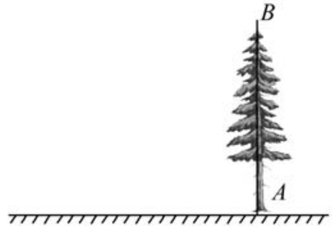
变式 3(等级一)　《九章算术》是我国古代重要的数学著作,在“勾股”章中有这样一个问题:“今有邑方二百步,各中开门,出东门一十五步有木,问出南门几何步而见木?”用今天的话说,大意是:如图,$DEFG$ 是一座边长为 200 步(“步”是古代的长度单位)的正方形小城,东门 H 位于 GD 的中点,南门 K 位于 ED 的中点,出东门 15 步的 A 处有一棵树,问出南门多少步能恰好看到位于 A 处的树(即点 D 在直线 AC 上).



变式 4(等级二)　阳光明媚的一天,数学兴趣小组的同学们去测量一棵树的高度(这棵树底部可以到达,顶部不易到达),他们带了以下测量工具:皮尺,标杆,一副三角尺,小平面镜. 请你在他们提供的测量工具中选出所需工具,设计一种测量方案.

(1)所需的测量工具是:____________________________;

(2)请在下图中画出测量示意图;

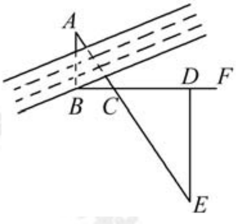


(3)设树高 AB 的长度为 x,请用所测数据(用小写字母表示)求出 x.

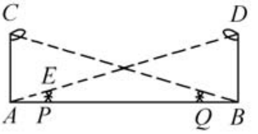
第 9 课时　相似三角形应用举例(2)

课本例 5

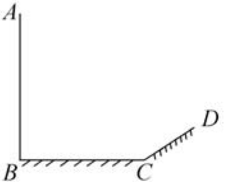
变式 1(等级一)　如图,要测量河两岸相对的 A,B 两点间的距离,可以在 AB 的垂线 BF 上取两点 C,$D(CD\neq BC)$,再作 BF 的垂线 DE,使 A,C,E 三点在同一直线上.量得 $BC=10$ m,$CD=20$ m,$DE=30$ m,你能求出 A,B 间的距离吗?



变式 2(等级二)　如图,丁轩同学晚上由路灯 AC 走向路灯 BD,当他走到点 P 时,发现身后他影子的顶部刚好接触到路灯 AC 的底部,当他向前再步行 20 m 到达 Q 点时,发现身前他影子的顶部刚好接触到路灯 BD 的底部.已知丁轩同学的身高是 1.5 m,两个路灯的高度都是 9 m,求两路灯之间的距离.



变式 3(等级二)　如图,小阳发现电线杆 AB 的影子落在土坡的坡面 CD 和地面 BC 上. 量得 $CD=8$ 米,$BC=20$ 米,CD 与地面成 $30°$ 角,且此时测得 1 米杆的影长为 2 米,求电线杆的高度.

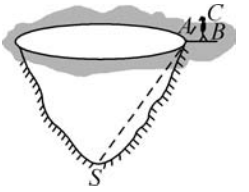


变式 4(等级二)　一天,某校数学课外活动小组的同学们带着皮尺去测量某河道因挖沙形成的圆锥形坑的深度,以便于评估这些深坑对河的影响. 下图是同学们选择的测量对象(确保测量过程中无安全隐患),测量方案如下:

①先测量出沙坑坑沿圆周的周长约为 34.54 米;

②甲同学直立于沙坑坑沿圆周所在平面上,经过适当调整自己所处的位置,当他位于点 B 时,他的视线恰好经过沙坑坑沿圆周上的一点 A 看到坑底 S(甲同学的视线起点 C 与点 A,点 S 三点共线),经测量 $AB=1.2$ 米,$BC=1.6$ 米.

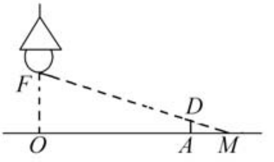
根据以上测量数据,求圆锥形坑的深度(即圆锥的高)(π 取 3.14,结果精确到 0.1 米).



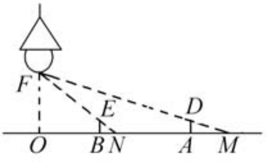
第10课时　相似三角形应用举例(3)

课本例6

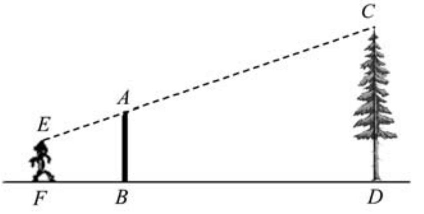
变式1(等级一)　如图,路灯距地面8米,身高1.6米的小明站在距离灯的底部(点O)20米的A处,则小明的影子AM长为________米.



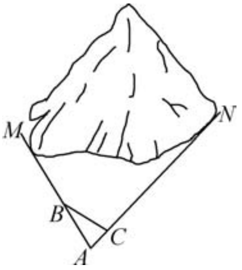
变式2(等级二)　如图,路灯距地面8米,身高1.6米的小明从距离灯底(点O)20米的点A处,沿AO所在直线行走12米到达点B时,求小明身影的变化.



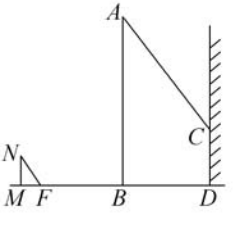
变式3(等级二)　如图,为了测量大树的高度,小华在B处垂直竖立起一根长为2.5 m的木杆,当他站在点F处时,他的眼睛E,木杆的顶端A,树的顶端C恰好在同一条直线上,量得$BF=3$ m,$BD=9$ m,小华的眼睛E与地面的距离EF为1.5 m,求大树的高度.



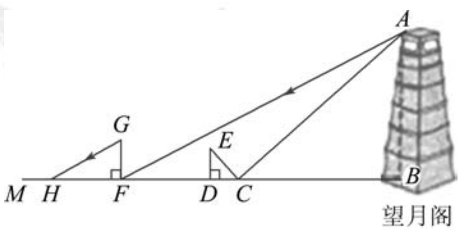
变式 4(等级二)　如图,M,N 为山两侧的两个村庄,为了两村交通方便,决定打一条直线隧道. 工程人员为了计算工程量,必须计算 M,N 两点之间的直线距离,选择测量点 A,B,C,点 B,C 分别在 AM,AN 上,现测得 $AM=1$ 千米,$AN=1.8$ 千米,$AB=54$ 米,$BC=45$ 米,$AC=30$ 米,求 M,N 两点之间的直线距离.



变式 5(等级二)　如图,一电线杆 AB 的影子分别落在了地上和墙上. 同一时刻,小明竖起 1 米高的直杆 MN,量得其影长 MF 为 0.5 米,量得电线杆 AB 落在地上的影子 BD 的长为 3 米,落在墙上的影子 CD 的高为 2 米. 请利用小明测量的数据算出电线杆 AB 的高.



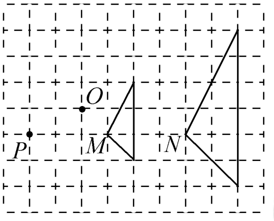
变式 6(等级二) 如图,小芳在小亮和“望月阁”之间的直线 BM 上平放一平面镜,在镜面上做了一个标记,这个标记在直线 BM 上的对应位置为点 C,镜子不动.小亮看着镜面上的标记,他来回走动,走到点 D 时,看到“望月阁”顶点 A 在镜面中的像与镜面上的标记重合,这时,测得小亮眼睛与地面的高度 $ED=1.5$ m,$CD=2$ m;然后,在阳光下,他们用测影长的方法进行了第二次测量,方法如下:如图,小亮从点 D 沿 DM 方向走了 16 m,到达“望月阁”影子的末端点 F 处,此时,测得小亮身高 FG 的影长 $FH=2.5$ m,$FG=1.65$ m.已知 $AB\perp BM$,$ED\perp BM$,$GF\perp BM$,其中,测量时所使用的平面镜的厚度忽略不计,请你根据题中提供的相关信息,求出“望月阁”的高 AB 的长度.



第11课时　位似(1)

课本思考

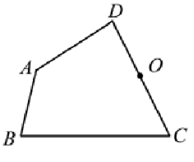
变式(等级一)　图中的两个三角形是位似图形,它们的位似中心是　　(　　)



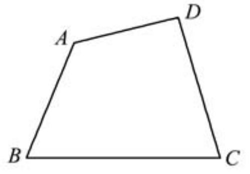
A. 点 P　　B. 点 O　　C. 点 M　　D. 点 N

课本探究

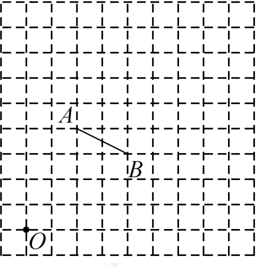
变式1(等级一)　如图,O是CD的中点,以点O为位似中心,用直尺和圆规作四边形$ABCD$的一个位似图形,使四边形$ABCD$的边长放大为原来的2倍(保留作图痕迹,不必写出作法).



变式 2(等级二)　利用作位似图形的方法把四边形 $ABCD$ 缩小为原来的$\frac{1}{2}$.



变式 3(等级二)　如图,在由边长为 1 个单位长度的小正方形组成的 10×10 网格中,已知 O,A,B 均为网格线的交点.

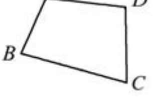


(1)在给定的网格中,以点 O 为位似中心,将线段 AB 放大为原来的 2 倍,得到线段 A_1B_1(点 A,B 的对应点分别为 A_1,B_1),画出线段 A_1B_1;

(2)将线段 A_1B_1 绕点 B_1 逆时针旋转 $90°$ 得到线段 A_2B_1,画出线段 A_2B_1;

(3)以 A,A_1,B_1,A_2 为顶点的四边形 $AA_1B_1A_2$ 的面积是________个平方单位.

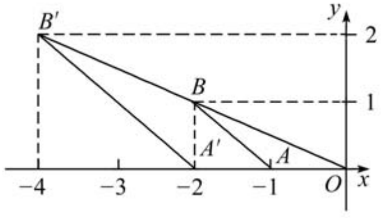
变式 4(等级二)　利用作位似图形的方法把四边形 $ABCD$ 放大为原来的 2 倍,并使新四边形 $A'B'C'D'$ 与原图形分别在对称中心的两旁.



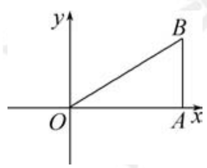
第12课时　位似(2)

课本探究

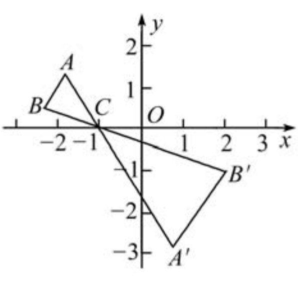
变式1(等级一)　如图,$\triangle OAB$以点O为位似中心放大1倍到$\triangle OA'B'$,写出变化前后各顶点的坐标,并指出坐标的变化规律.



变式2(等级二)　如图,在平面直角坐标系中,已知点$A(6,0)$,$B(6,3)$,以原点O为位似中心,将$\triangle ABO$缩小为原来的$\frac{1}{3}$得到$\triangle CDO$,并写出C,D的坐标.(画出所有情况)



变式3(等级二)　如图,在$\triangle ABC$中,A,B两点在x轴的上方,点C的坐标是$(-1,0)$.以点C为位似中心,在x轴的下方作$\triangle ABC$的位似图形$\triangle A'B'C$,并把$\triangle ABC$的边长放大到原来的2倍.设点B的对应点B'的横坐标是2,求点B的横坐标.

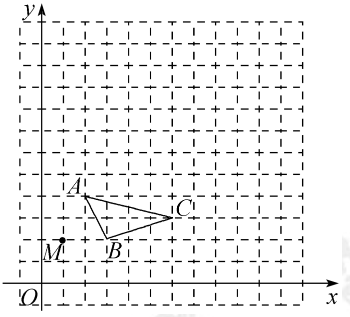


课本例

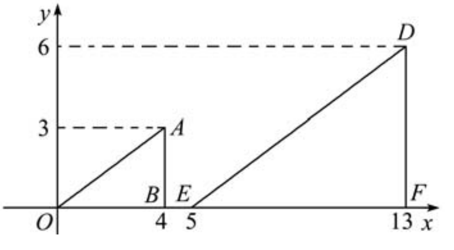
变式 1(等级一)　在 13×13 的网格图中,已知△ABC 和点 $M(1,2)$.

(1)以点 M 为位似中心,相似比为 2,画出△ABC 的位似图形△$A'B'C'$;

(2)写出△$A'B'C'$的各顶点坐标.



变式 2(等级一)　如图,在平面直角坐标系中,点 A,B,E,D,F 的坐标分别是 $A(4,3)$,$B(4,0)$,$E(5,0)$,$D(13,6)$,$F(13,0)$,△DEF 是由△AOB 经过位似变换得到的,求位似中心的坐标.

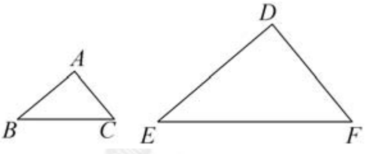


第13课时　相似复习课

例1　如图,已知$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$,$AB:DE=1:2$,则下列等式一定成立的是　　(　　)

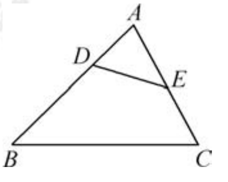
A. $\frac{BC}{DF}=\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\angle A\text{ 的度数}}{\angle D\text{ 的度数}}=\frac{1}{2}$

C. $\frac{\triangle ABC\text{ 的面积}}{\triangle DEF\text{ 的面积}}=\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\triangle ABC\text{ 的周长}}{\triangle DEF\text{ 的周长}}=\frac{1}{2}$

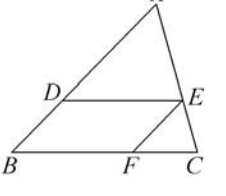


变式1(等级一)　(2019·赤峰)如图,D,E分别是$\triangle ABC$边AB,AC上的点,$\angle ADE=\angle ACB$.若$AD=2$,$AB=6$,$AC=4$,则AE的长是　　(　　)

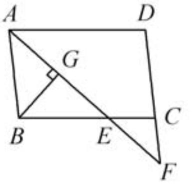
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4



变式2(等级二)　如图,在$\triangle ABC$中,$DE\parallel BC$,$\angle ADE=\angle EFC$,$AD:BD=5:3$,$CF=6$,求DE的长.



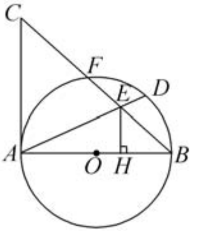
变式 3(等级二) 如图,在▱$ABCD$ 中,$AB=6$,$AD=9$,$\angle BAD$ 的平分线交 BC 于点 E,交 DC 的延长线于点 F,$BG\perp AE$,垂足为 G.若 $BG=4$,求$\triangle CEF$ 的面积.



例2 如图,已知 AB 为⊙O 直径,AC 是⊙O 的切线,连接 BC 交⊙O 于点 F,取弧 BF 的中点 D,连接 AD 交 BC 于点 E,过点 E 作 $EH\perp AB$ 于点 H.

(1)求证:$\triangle HBE\backsim\triangle ABC$;

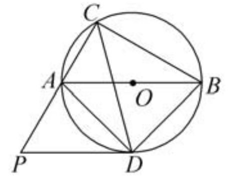
(2)若 $CF=4$,$BF=5$,求 AC 和 EH 的长.



变式 1(等级二)　如图,已知 AB 是$\odot O$ 的直径,C 是$\odot O$ 上一点,$\angle ACB$ 的平分线交$\odot O$ 于点 D,作 $PD /\!/ AB$,交 CA 的延长线于点 P. 连接 AD,BD. 求证:

(1)PD 是$\odot O$ 的切线;

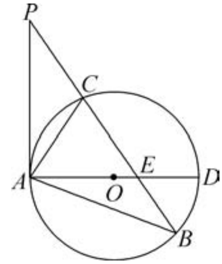
(2)$\triangle PAD \backsim \triangle DBC$.



变式 2(等级三)　如图,已知在$\triangle ABP$ 中,C 是 BP 边上一点,$\angle PAC=\angle PBA$,$\odot O$ 是$\triangle ABC$ 的外接圆,AD 是$\odot O$ 的直径,且交 BP 于点 E.

(1)求证:PA 是$\odot O$ 的切线;

(2)过点 C 作 $CF \perp AD$,垂足为点 F,延长 CF 交 AB 于点 G,若 $AG \cdot AB=12$,求 AC 的长.

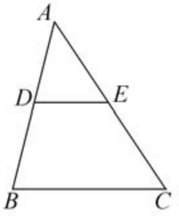


章末测试

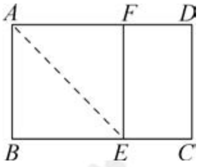
一、选择题

1. 如图，D，E 分别是$\triangle ABC$ 的边 AB，AC 的中点，如果$\triangle ADE$ 的周长是 6，则$\triangle ABC$ 的周长是 （　　）

A. 6　　B. 12　　C. 18　　D. 24



（第 1 题图）



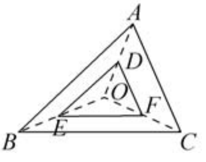
（第 2 题图）

2. 如图，已知在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，在 BC 上取一点 E，沿 AE 将$\triangle ABE$ 向上折叠，使点 B 落在 AD 上的点 F 处. 若四边形 $EFDC$ 与矩形 $ABCD$ 相似，则 $AD=$ （　　）

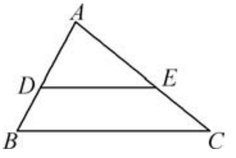
A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{5}+1$　　C. 4　　D. $2\sqrt{3}$

3. 如图，$\triangle DEF$ 是由$\triangle ABC$ 经过位似变换得到的，点 O 是位似中心，D，E，F 分别是 OA，OB，OC 的中点，则$\triangle DEF$ 与$\triangle ABC$ 的面积比是 （　　）

A. $1:2$　　B. $1:4$　　C. $1:5$　　D. $1:6$



（第 3 题图）



（第 4 题图）

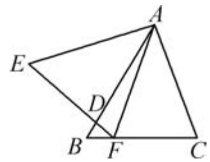
4. 如图，平行于 BC 的直线 DE 把$\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分，则$\dfrac{BD}{AD}$的值为 （　　）

A. 1　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $\sqrt{2}+1$

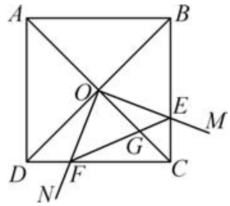
5. 如图，在$\triangle ABC$ 与$\triangle AEF$ 中，$AB=AE$，$BC=EF$，$\angle B=\angle E$，AB 交 EF 于点 D. 给出下列结论：①$\angle C=\angle E$；②$\triangle ADE\backsim\triangle FDB$；

③$\angle AFE=\angle AFC$；④$FD=FB$. 其中正确的结论是　（　　）

A. ①③　　B. ②③　　C. ①④　　D. ②④



（第 5 题图）



（第 6 题图）

6.（2019·东营）如图，在正方形 $ABCD$ 中，O 是对角线 AC，BD 的交点，过点 O 作射线 OM，ON 分别交 BC，CD 于点 E，F，且 $\angle EOF=90^\circ$，OC，EF 交于点 G. 给出下列结论：

①$\triangle COE\cong\triangle DOF$；②$\triangle OGE\backsim\triangle FGC$；③四边形 $CEOF$ 的面积为正方形 $ABCD$ 面积的 $\frac{1}{4}$；④$DF^2+BE^2=OG\cdot OC$.

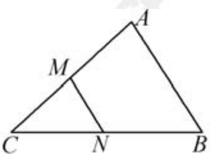
其中正确的是　（　　）

A. ①②③④　　B. 仅①②③

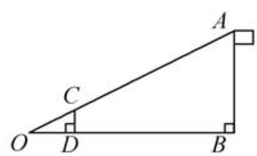
C. 仅①②④　　D. 仅③④

二、填空题

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 M，N 分别为 AC，BC 的中点. 若 $S_{四边形ABNM}=6$，则 $S_{\triangle CMN}=$________.



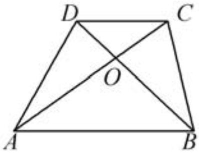
（第 7 题图）



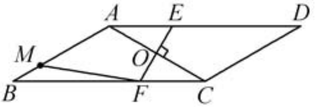
（第 8 题图）

8. 如图，数学活动小组为了测量学校旗杆 AB 的高度，使用长为 2 m 的竹竿 CD 作为测量工具. 移动竹竿，使竹竿顶端的影子与旗杆顶端的影子在地面 O 处重合，测得 $OD=4$ m，$BD=14$ m，则旗杆 AB 的高为________m.

9. 如图，已知梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel CD$，对角线 AC，BD 相交于点 O. 如果 $S_{\triangle AOB}=2S_{\triangle AOD}$，$AB=10$，那么 CD 的长是________.

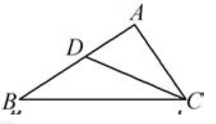


10. 如图，在▱$ABCD$中，$\angle B=30^{\circ}$，$AB=AC$，O是两条对角线的交点，过点O作AC的垂线分别交边AD，BC于点E，F，点M是边AB的一个三等分点，则$\triangle AOE$与$\triangle BMF$的面积比为________.



三、解答题

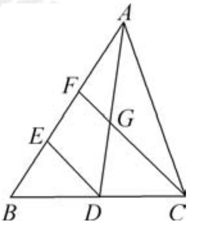
11. 如图，点D在$\triangle ABC$的边AB上，$\angle ACD=\angle B$，$AD=6$ cm，$DB=8$ cm，求AC的长.



12. 如图，在$\triangle ABC$中，AD是BC边上的中线，点E，F在AB边上，连接DE，CF交AD于点G，E是BF的中点.

(1)求证：$\triangle AFG\backsim\triangle AED$；

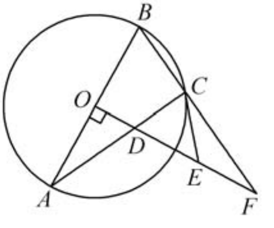
(2)若$FG=2$，G为AD的中点，求CG的长.



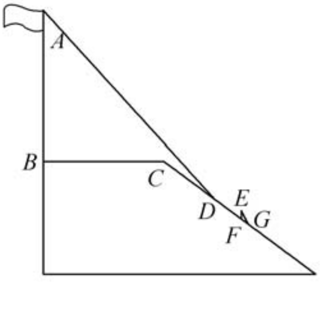
13. (2019・聊城)如图,$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$,AB 为直径,作 $OD\perp AB$ 交 AC 于点 D,延长 BC,OD 交于点 F,过点 C 作$\odot O$ 的切线 CE,交 OF 于点 E.

(1)求证:$EC=ED$;

(2)如果 $OA=4$,$EF=3$,求弦 AC 的长.



14. 某中心广场上有一根旗杆,某学校兴趣小组想知道该旗杆的高度.如图,在某一时刻,旗杆 AB 的影子一部分落在平台上,另一部分落在斜坡上,测得落在平台上的影长 BC 为 16 米,落在斜坡上的影长 CD 为 8 米,$AB\perp BC$;同一时刻,太阳光线与水平面的夹角为 45°,一根 1 米的标杆 EF 竖立在斜坡上的影长 FG 为 2 米.该兴趣小组能根据这些数据求出旗杆的高度吗?

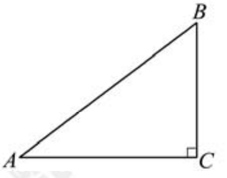


第二十八章　锐角三角函数

第1课时　锐角三角函数(1)

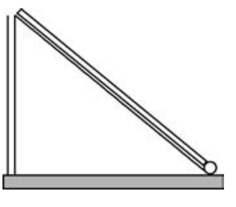
课本例1

变式1(等级一)　如图,在 Rt$\triangle ABC$ 中,若$\angle C=90^\circ$,$BC=6$,$AC=8$,求 $\sin A$ 和 $\sin B$ 的值.



变式2(等级一)　在 Rt$\triangle ABC$ 中,$\angle B=90^\circ$.若 $AC=2BC$,求 $\sin C$ 的值.

变式3(等级一)　(2019·赤峰)如图,一根竖直的木杆在离地面 3.1 m 处折断,木杆顶端落在地面上,且与地面成 38°角,则木杆折断之前高度约为________m.(参考数据:$\sin 38^\circ\approx0.62$,$\cos 38^\circ\approx0.79$,$\tan 38^\circ\approx0.78$)



参考答案

第二十六章　反比例函数

第1课时　反比例函数

课本思考

变式1　B　**解析:** 由题意得 $vt=80\times4$,则 $v=\frac{320}{t}$.故选B.

变式2　D

变式3　由题意,得 $y=\frac{90}{x}$,y 是 x 的反比例函数.

变式4　(1)设三角形的面积为 S,底边长为 a,底边上的高为 h,则 $S=\frac{1}{2}ah$,当 a 一定,即 $a=\frac{2S}{h}$ 一定,S 是 h 的正比例函数.

(2)设物体所受的压力为 F,物体的压强与受力面积分别为 p,S.根据物理学知识,得 $p=\frac{F}{S}$,所以 p 是 S 的反比例函数.

(3)设矩形的周长为 C,该矩形的长与宽分别为 a,b,则 $C=2(a+b)$,当矩形的周长一定时,该矩形的长与宽不成反比例.

课本例1

变式1　(1)$y=\frac{3}{x}$.

(2)当 $x=2$ 时,$y=\frac{3}{2}$.

变式2　(1)设 $y=\frac{k}{x+1}$(k 为常数,$k\neq0$).

因为当 $x=1$ 时,$y=2$,

所以 $2=\frac{k}{1+1}$.所以 $k=4$.

所以 y 关于 x 的函数解析式为 $y=\frac{4}{x+1}$.

(2)当 $x=-2$ 时,

$y=\frac{4}{x+1}=\frac{4}{-2+1}=\frac{4}{-1}=-4$.

(3)当 $y=1$ 时,$1=\frac{4}{x+1}$,

解得 $x=3$.

变式3　(1)设 $y-1=\frac{k}{x}$(k 为常数,$k\neq0$).

因为当 $x=1$ 时,$y=4$,所以 $4-1=\frac{k}{1}$,解得 $k=3$.

所以 $y-1=\frac{3}{x}$.

所以 y 关于 x 的函数解析式为 $y=\frac{3}{x}+1$.

(2)当 $x=-6$ 时,$y=\frac{3}{-6}+1=\frac{1}{2}$.

(3)当 $y=2$ 时,$2=\frac{3}{x}+1$,解得 $x=3$.

变式4　设 $y_1=k_1(x+1)$,$y_2=\frac{k_2}{x}$.

$\because y=2y_1-y_2$,

$\therefore y=2k_1(x+1)-\frac{k_2}{x}$.

$\therefore \begin{cases}4=4k_1-k_2,\\3=6k_1-\frac{k_2}{2},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k_1=\frac{1}{4},\\k_2=-3.\end{cases}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x+1)-\frac{-3}{x}$,

即 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{x}+\frac{1}{2}$.

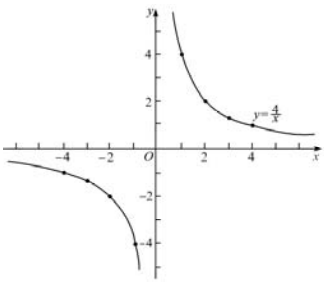
第2课时　反比例函数的图象和性质(1)

课本例2

变式1　列表：

x	…	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	…
y	…	-1	$-\frac{4}{3}$	-2	-4	4	2	$\frac{4}{3}$	1	…

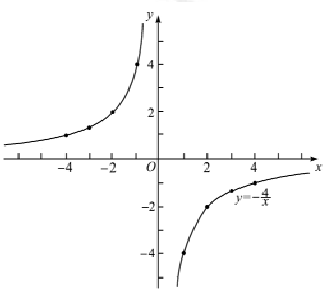
描点连线：



变式2　列表：

x	…	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	…
y	…	1	$\frac{4}{3}$	2	4	-4	-2	$-\frac{4}{3}$	-1	…

描点连线：



课本思考

变式1　第一、第三　减小

变式2　(1)C　(2)C

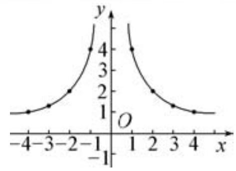
变式3　$m>5$　三

课本探究

变式1　第二、第四　增大　增大

变式2　$(1,-3)$　二　四

变式3　(1)如图：



(2)图象关于y轴对称；图象在x轴的上方.

第3课时　反比例函数的图象和性质(2)

课本例3

变式1　D

变式2　(1)-2

(2)∵$k=-2$，∴反比例函数的解析式为$y=\frac{-2}{x}$.

∵当$x=-2$时，$y=\frac{-2}{-2}=1\neq4$，

∴点$B(-2,4)$不在这个函数的图象上.

(3)增大

变式3　(1)∵顶点A的坐标是$(0,2)$，顶点C的纵坐标是-4，

∴$AE=6$.

又▱$ABCD$的面积是24，

∴$AD=BC=4$.

∴点D的坐标为$(4,2)$.

∵$y=\frac{k}{x}$经过点D，

∴$k=4\times2=8$.

∴反比例函数的解析式为$y=\frac{8}{x}$.

(2)由题意知点B的纵坐标为-4，∴其横坐标为-2.

∴点B的坐标为$(-2,-4)$.

设AB所在直线的函数解析式为$y=kx+b$.

将$A(0,2)$，$B(-2,-4)$代入，

得$\begin{cases}b=2,\\-2k+b=-4,\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=3,\\b=2.\end{cases}$

所以 AB 所在直线的函数解析式为 $y=3x+2$.

课本例 4

变式 1　B

变式 2　(1)∵反比例函数图象的两个分支分别位于第一、第三象限，

∴$k-1>0$，解得 $k>1$.

(2)$k>1$，可取 $k=2$，则反比例函数的解析式为 $y=\frac{1}{x}$，把 $x=-6$ 代入得，$y=\frac{1}{-6}=-\frac{1}{6}$.

变式 3　∵反比例函数 $y=\frac{m^2}{x}$ 的图象经过点$(-3,-12)$，

∴$-12=\frac{m^2}{-3}$，即 $m^2=36$.

∴$m=\pm6$.

∵反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图象位于第二、第四象限，

∴$m<0$. ∴$m=-6$.

第 4 课时　反比例函数与一次函数、二次函数的综合(1)

例 1　根据题意，得

$\begin{cases}m+1\neq0,\\m^2+3m+1=-1,\end{cases}$

解得 $m=-2$.

变式 1　根据题意，得

$\begin{cases}m^2-24=1,\\2m+1<0,\end{cases}$解得 $m=-5$.

则该函数的解析式是 $y=-\frac{9}{x}$.

变式 2　由题意，可得

$\begin{cases}m^2+2m-1=-1,\\m+1>0,\end{cases}$

即$\begin{cases}m^2+2m=0,\\m>-1,\end{cases}$解得 $m=0$.

变式 3　由题意，得

$\begin{cases}\frac{1}{2}k^2+k-1=-1,\\k+1<0,\end{cases}$

即$\begin{cases}\frac{1}{2}k^2+k=0,\\k<-1,\end{cases}$解得 $k=-2$.

变式 4　(1)当函数 $y=(5m-3)\cdot x^{2-n}+(n+m)$是一次函数时，$\begin{cases}2-n=1,\\5m-3\neq0,\end{cases}$解得$\begin{cases}n=1,\\m\neq\frac{3}{5}.\end{cases}$

(2)当函数 $y=(5m-3)x^{2-n}+(n+m)$是正比例函数时，

$\begin{cases}2-n=1,\\n+m=0,\\5m-3\neq0,\end{cases}$解得$\begin{cases}n=1,\\m=-1.\end{cases}$

(3)当函数 $y=(5m-3)x^{2-n}+(n+m)$是反比例函数时，

$\begin{cases}2-n=-1,\\n+m=0,\\5m-3\neq0,\end{cases}$解得$\begin{cases}n=3,\\m=-3.\end{cases}$

例 2　(1)将 $A(1,2)$代入双曲线解析式，解得 $k_2=2$，即双曲线解析式为 $y=\frac{2}{x}$.

将 $B(m,-1)$代入双曲线解析式，解得 $m=-2$，即 B 点坐标为$(-2,-1)$.

将点 A 与点 B 的坐标分别代入直线解析式得$\begin{cases}k_1+b=2,\\-2k_1+b=-1,\end{cases}$

解得$\begin{cases}k_1=1,\\b=1.\end{cases}$

∴直线解析式为 $y=x+1$.

(2)∵$x_1<0<x_2<x_3$，且在第一象限内，y 随着 x 的增大而减小，∴$y_2>y_3>0$，$y_1<0$，则 $y_2>y_3>y_1$.

(3)由 $A(1,2)$,$B(-2,-1)$,利用函数图象得:

①不等式 $k_1x+b<\frac{k_2}{x}$ 的解集为 $x<-2$ 或 $0<x<1$;

②不等式 $k_1x+b>\frac{k_2}{x}$ 的解集为 $-2<x<0$ 或 $x>1$.

变式 1 (1)把 $A(m,2)$ 代入 $y=-2x$,得 $-2m=2$,解得 $m=-1$,∴A 点坐标为$(-1,2)$.

把 $A(-1,2)$ 代入 $y=\frac{k}{x}$,得 $k=-1\times2=-2$,

∴反比例函数的解析式为 $y=-\frac{2}{x}$.

∵点 B 为 $y=-2x$ 与 $y=-\frac{2}{x}$ 的交点,令 $-2x=-\frac{2}{x}$,解得 $x_1=-1$,$x_2=1$.

∴点 B 的坐标为$(1,-2)$.

(2)当 $x<-1$ 或 $0<x<1$ 时,一次函数的图象都在反比例函数图象的上方,即 $-2x>\frac{k}{x}$.

∴当 $-2x>\frac{k}{x}$ 时 x 的取值范围为 $x<-1$ 或 $0<x<1$.

变式 2 D

变式 3 当 $x<-1$ 或 $0<x<1$ 或 $x>2$ 时,$y_1>y_2$;

当 $x=-1$ 或 $x=1$ 或 $x=2$ 时,$y_1=y_2$;

当 $-1<x<0$ 或 $1<x<2$ 时,$y_1<y_2$.

第 5 课时 反比例函数与一次函数、二次函数的综合(2)

例 (1)6 3 (2)k $\frac{1}{2}k$ (3)6 3 (4)$-k$ $-\frac{1}{2}k$

(5)$|k|$ $\frac{1}{2}|k|$

变式 1 (1)设 A 点坐标为(x,y),且 $x<0$,$y>0$,则 $S_{\triangle ABO}=\frac{1}{2}\cdot|OB|\cdot|AB|=\frac{1}{2}\cdot(-x)\cdot y=\frac{3}{2}$,∴$xy=-3$.

又∵$y=\frac{k}{x}$,∴$k=-3$.

∴所求的两个函数的解析式分别为 $y=-\frac{3}{x}$,$y=-x+2$.

(2)由题意得,A,C 两点的坐标满足 $\begin{cases}y=-\frac{3}{x},\\y=-x+2,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x_1=-1,\\y_1=3,\end{cases}$ $\begin{cases}x_2=3,\\y_2=-1.\end{cases}$

∴A 点坐标为$(-1,3)$,C 点坐标为$(3,-1)$.

(3)设直线与 y 轴的交点为 D.由 $y=-x+2$,令 $x=0$,得 $y=2$.

∴直线 $y=-x+2$ 与 y 轴的交点 D 的坐标为$(0,2)$.

∴$\triangle ADO$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times2\times1=1$,$\triangle CDO$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times2\times3=3$,即$\triangle AOC$ 的面积为 4.

变式 2 (1)∵直线 $y=mx$ 与双曲线 $y=\frac{n}{x}$ 相交于 $A(-2,a)$,B 两点,∴点 B 的横坐标为 2.

∵$BC\perp x$ 轴,

∴点 C 的坐标为$(2,0)$.

∵$\triangle AOC$ 的面积为 2,

∴$\frac{1}{2}\times2a=2$.∴$a=2$.

∴点 A 的坐标为$(-2,2)$.

将 $A(-2,2)$分别代入 $y=mx$，$y=\frac{n}{x}$，

∴$-2m=2$，$\frac{n}{-2}=2$.

∴$m=-1$，$n=-4$.

(2)设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$.

∵$y=kx+b$ 经过点 $A(-2,2)$，$C(2,0)$，

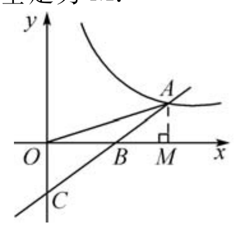
∴$\begin{cases}-2k+b=2,\\2k+b=0,\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=-\frac{1}{2},\\b=1.\end{cases}$

∴直线 AC 的解析式为

$y=-\frac{1}{2}x+1$.

变式 3 如图，过点 A 作 $AM\perp x$ 轴，垂足为 M.



∵$B(5,0)$，$OB=AB$，∴$OB=AB=5$.

∵$S_{\triangle OAB}=\frac{15}{2}$，∴$\frac{1}{2}\times 5\cdot AM=\frac{15}{2}$.

∴$AM=3$.

在 $\text{Rt}\triangle AMB$ 中，$BM=\sqrt{AB^2-AM^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$.

∴点 A 的坐标是$(9,3)$.

将 $A(9,3)$代入 $y=\frac{m}{x}$，得

$3=\frac{m}{9}$，∴$m=27$.

∴反比例函数的解析式是

$y=\frac{27}{x}$.

将 $A(9,3)$，$B(5,0)$代入 $y=kx+b$，得

$\begin{cases}9k+b=3,\\5k+b=0,\end{cases}$

解得$\begin{cases}k=\frac{3}{4},\\b=-\frac{15}{4}.\end{cases}$

∴一次函数的解析式是

$y=\frac{3}{4}x-\frac{15}{4}$.

第 6 课时　实际问题与反比例函数(1)

课本例 1

变式 1 (1)设 $\rho=\frac{k}{V}(k\neq 0)$，

当 $V=10$ 时，$\rho=1.43$，

所以 $1.43=\frac{k}{10}$，即 $k=14.3$.

所以 ρ 关于 V 的函数解析式是 $\rho=\frac{14.3}{V}$.

(2)当 $V=2$ 时，$\rho=\frac{14.3}{2}=7.15(\text{kg/m}^3)$. 所以当 $V=2$ 时，氧气的密度 ρ 为 $7.15\ \text{kg/m}^3$.

变式 2 (1)由表中数据得 $xy=600$，∴$y=\frac{600}{x}$.

∴y 是 x 的反比例函数，函数解析式为 $y=\frac{600}{x}$.

(2)由题意得$(x-10)y=450$.

把 $y=\frac{600}{x}$代入，得

$(x-10)\cdot\frac{600}{x}=450$,

解得 $x=40$.

经检验,$x=40$ 是原方程的根,且符合题意.

所以,若该小组计划每天的销售利润为 450 元,则其单价应为 40 元.

变式 3 (1)由长方形鱼塘的面积为 2 000 平方米,得

$xy=2\ 000$,即 $y=\frac{2\ 000}{x}$.

(2)当 $x=20$ 时,$y=\frac{2\ 000}{20}=100$.

变式 4 (1)设其为一次函数,解析式为 $y=kx+b$.当 $x=2.5$ 时,$y=7.2$,当 $x=3$ 时,$y=6$,

∴ $\begin{cases}2.5k+b=7.2,\\3k+b=6,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-2.4,\\b=13.2.\end{cases}$

∴一次函数解析式为 $y=-2.4x+13.2$.

把 $x=4$,$y=4.5$ 代入此函数解析式,左边≠右边,

∴其不是一次函数.

设其为反比例函数,解析式为 $y=\frac{k}{x}$.

当 $x=2.5$ 时,$y=7.2$,

可得 $7.2=\frac{k}{2.5}$,解得 $k=18$.

∴反比例函数是 $y=\frac{18}{x}$.

验证:当 $x=3$ 时,$y=\frac{18}{3}=6$,符合反比例函数.

同理可验证 $x=4$,$y=4.5$ 和 $x=4.5$,$y=4$ 成立.

所以可用反比例函数 $y=\frac{18}{x}$ 表示其变化规律.

(2)①当 $x=5$ 时,$y=3.6$.

$4-3.6=0.4$(万元),

∴每件生产成本比 2019 年降低 0.4 万元.

②当 $y=3.2$ 时,$3.2=\frac{18}{x}$,

∴$x=5.625$.

∴$5.625-5=0.625$(万元).

∴还需投入技改资金 0.625 万元.

课本例 2

变式 1 (1)v 与 t 具有反比例函数关系,函数解析式为 $v=\frac{3\ 600}{t}(t>0)$.

(2)当 $t=15$ 时,$v=\frac{3\ 600}{t}=\frac{3\ 600}{15}=240$(米/分).

因此,王强骑车的平均速度是 240 米/分.

(3)当 $v=300$ 时,$300=\frac{3\ 600}{t}$,

解得 $t=12$(分).

因此,王强至少需要 12 分钟才能到达单位.

变式 2 (1)由题意得 $y=\frac{360}{x}$.

把 $y=120$ 代入 $y=\frac{360}{x}$,得 $x=3$;

把 $y=180$ 代入 $y=\frac{360}{x}$,得 $x=2$.

∴自变量 x 的取值范围为 $2\leqslant x\leqslant 3$.

∴$y=\frac{360}{x}(2\leqslant x\leqslant 3)$.

(2)设原计划平均每天运送土石

方 x 万立方米，则实际平均每天运送土石方 $(x+0.5)$ 万立方米，

根据题意得 $\frac{360}{x}-\frac{360}{x+0.5}=24$，

解得 $x=2.5$ 或 $x=-3$.

经检验 $x=2.5$ 或 $x=-3$ 均为原方程的根，但 $x=-3$ 不符合题意，故舍去.

因此，原计划每天运送土石方 2.5 万立方米，实际每天运送土石方 3 万立方米.

变式 3 (1)观察表格发现：$1\times100=2\times50=5\times20=\cdots$.

$\therefore xy=100$.

$\therefore y=\frac{100}{x}(0<x\leqslant30)$.

(2)当 $x=8$ 时，舒适度指数 $y=\frac{100}{8}=12.5$.

(3)舒适度指数不低于 10，即 $y\geqslant10$，则 $0<x\leqslant10$.

所以，作为食堂的管理员，让每个在窗口买菜的学生最多等待 10 分钟.

第 7 课时　实际问题与反比例函数(2)

课本例 3

变式 1 (1)$\because t=\frac{k}{v}$ 的图象为如题图所示的一段曲线且端点为 $A(40,1)$ 和 $B(m,0.5)$，

$\therefore \begin{cases}1=\frac{k}{40},\\0.5=\frac{k}{m},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=40,\\m=80.\end{cases}$

(2)$\because k=40$，$\therefore t=\frac{40}{v}$.

$\because$ 行驶速度不得超过 60 km/h，

$\therefore v=\frac{40}{t}\leqslant60$，解得 $t\geqslant\frac{2}{3}$.

$\therefore$ 汽车通过该路段最少需要 $\frac{2}{3}$ 小时.

变式 2 (1)设 $P=\frac{k}{V}$，由题意知 $120=\frac{k}{0.8}$，所以 $k=96$.

故 $P=\frac{96}{V}(V>0)$.

(2)当 $V=1\ \text{m}^3$ 时，$P=96$ kPa.

$\therefore$ 当气体体积为 $1\ \text{m}^3$ 时，气球内气体的气压是 96 kPa.

(3)当 $P=200$ kPa 时，$V=\frac{96}{200}=\frac{12}{25}\ \text{m}^3$.

所以，为确保气球不爆炸，气球内气体的体积应不少于 $\frac{12}{25}\ \text{m}^3$.

变式 3 (1)设小红、小敏衣服中洗衣粉的残留量与漂洗次数的函数解析式分别为 $y_1=\frac{k_1}{x}$，$y_2=\frac{k_2}{x}$.

将 $\begin{cases}x_1=1,\\y_1=1.5\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x_2=1,\\y_2=2\end{cases}$ 分别代入两个解析式得

$1.5=\frac{k_1}{1}$，$2=\frac{k_2}{1}$，

解得 $k_1=1.5$，$k_2=2$.

$\therefore$ 小红衣服中洗衣粉的残留量与漂洗次数的函数解析式是 $y_1=\frac{3}{2x}$，小敏衣服中洗衣粉的残留量与漂洗次数的函数解析式是 $y_2=\frac{2}{x}$.

(2)把 $y=0.5$ 分别代入两个函数解析式得 $\frac{3}{2x}=0.5$，$\frac{2}{x}=0.5$，

解得 $x_1=3$，$x_2=4$.
∵$10\times3=30$(升)，
$5\times4=20$(升)，
∴小敏的方法更值得提倡.

课本例 4

变式 1 (1)$I=\frac{36}{R}$

(2)$R\geqslant3\ \Omega$

(3)当 $I=0.5$ A 时，$0.5=\frac{36}{R}$，
∴$R=72(\Omega)$.
∴电阻 R 的值为 72 Ω.

变式 2 (1)由题知 v 与 F 之间的函数解析式为 $v=\frac{P}{F}$，
把(3 000，20)代入 $v=\frac{P}{F}$得，
$P=60\ 000$(W)，
∴这辆汽车的功率是 60 000 W.
函数的解析式为 $v=\frac{60\ 000}{F}$.

(2)把 $F=2\ 400$ 代入 $v=\frac{60\ 000}{F}$，
得 $v=\frac{60\ 000}{2\ 400}=25$(m/s)，
∴汽车的速度是 $3\ 600\times25\div1\ 000=90$(km/h).

(3)把 $v\leqslant30$ 代入 $v=\frac{60\ 000}{F}$，得 $F\geqslant2\ 000$，
∴F 的范围是 $F\geqslant2\ 000$ N.

变式 3 (1)材料加热时，设 $y=ax+15$.
由题意，有 $60=5a+15$，解得 $a=9$.
∴材料加热时，y 与 x 的函数解析式为 $y=9x+15(0\leqslant x\leqslant5)$.
停止加热时，设 $y=\frac{k}{x}$.
由题意，有 $60=\frac{k}{5}$，解得 $k=300$.
∴停止加热进行操作时，y 与 x 的函数解析式为 $y=\frac{300}{x}(5\leqslant x\leqslant20)$.

(2)把 $y=15$ 代入 $y=\frac{300}{x}$，解得 $x=20$.
所以，从开始加热到停止操作，共经历了 20 分钟.

第 8 课时　反比例函数复习课

例 1 $(-4,-3)$或$(-2,3)$

变式 1 A

变式 2 (1)∵Rt△ABC 位于第一象限，两条直角边 AC，AB 分别平行于 x 轴、y 轴，点 A 的坐标为(1，1)，$AB=2$，$AC=3$，
∴B 点坐标为(1，3)，C 点坐标为(4，1).
设直线 BC 的解析式为 $y=kx+b(k\neq0)$，
∴$\begin{cases}k+b=3,\\4k+b=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-\frac{2}{3},\\b=\frac{11}{3}.\end{cases}$
∴BC 边所在直线的解析式为 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{11}{3}$.

(2)∵反比例函数 $y=\frac{m}{x}(x>0)$ 的图象经过点 $A(1,1)$，
∴$m=1$.

(3)∵反比例函数 $y=\frac{n}{x}(x>0)$ 的图象与△ABC 有公共点，
∴当函数经过点 $A(1,1)$时，n 有最小值，此时 $n=1$；
当函数图象与 BC 边相切时，n 有最大值，此时 $n=\frac{121}{24}$.

$\therefore 1\leqslant n\leqslant\frac{121}{24}$.

变式 3 (1)依题意知,点 $C(1,2)$ 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上,

$\therefore k=xy=2$.

$\because A(3,0)$,$\therefore CB=OA=3$.

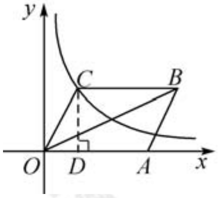
又 $CB/\!/x$ 轴,$\therefore B(4,2)$.

设直线 OB 的函数解析式为 $y=ax$.

$\therefore 2=4a$. $\therefore a=\frac{1}{2}$.

$\therefore$ 直线 OB 的函数解析式为 $y=\frac{1}{2}x$.

(2)过点 C 作 $CD\perp OA$ 于点 D.



在 $\mathrm{Rt}\triangle ODC$ 中,$OC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

在平行四边形 $OABC$ 中,

$CB=OA=3$,$AB=OC=\sqrt{5}$,

$\therefore$ 四边形 $OABC$ 的周长为 $6+2\sqrt{5}$.

例 2 (1)$\because$ 一次函数 $y=x+b$ 的图象经过点 $A(-2,0)$,

$\therefore -2+b=0$,解得 $b=2$.

$\therefore$ 一次函数的解析式为 $y=x+2$.

$\because$ 一次函数 $y=x+2$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象交于点 $B(a,4)$,

$\therefore 4=a+2$,解得 $a=2$.

$\therefore 4=\frac{k}{2}$,解得 $k=8$,

即反比例函数解析式为 $y=\frac{8}{x}(x>0)$.

(2)$\because$ 点 A 坐标为$(-2,0)$,

$\therefore OA=2$.

设点 M 点坐标为$(m-2,m)$,点 N 坐标为$\left(\frac{8}{m},m\right)$,

$\because MN/\!/AO$,$\therefore$ 当且仅当 $MN=AO$ 时,以 A,O,M,N 为顶点的四边形是平行四边形.

$\therefore \left|\frac{8}{m}-(m-2)\right|=2$,

解得 $m=2\sqrt{2}$ 或 $m=2\sqrt{3}+2$.

$\therefore$ 点 M 的坐标为$(2\sqrt{2}-2,2\sqrt{2})$或$(2\sqrt{3},2\sqrt{3}+2)$.

变式 1 (1)由题意,设点 P 的坐标为$(m,2)$.

$\because$ 点 P 在正比例函数 $y=x$ 的图象上,$\therefore 2=m$,即 $m=2$.

$\therefore$ 点 P 的坐标为$(2,2)$.

$\because$ 点 P 在反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象上,

$\therefore 2=\frac{k-1}{2}$,解得 $k=5$.

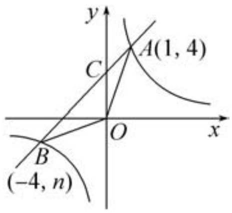
(2)$\because$ 在反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$ 的图象的每一支上,y 随 x 的增大而减小,

$\therefore k-1>0$,解得 $k>1$.

变式 2 (1)把点 $A(1,4)$分别代入反比例函数 $y=\frac{k}{x}$,一次函数 $y=x+b$,得 $k=1\times4$,$1+b=4$,解得 $k=4$,$b=3$. $\therefore$ 反比例函数的解析式是 $y=\frac{4}{x}$,一次函数

的解析式是 $y=x+3$.

(2)如图,设直线 $y=x+3$ 与 y 轴的交点为 C.



当 $x=-4$ 时,$n=-1$,

$\therefore B$ 点坐标为$(-4,-1)$,

当 $x=0$ 时,$y=3$,

$\therefore C$ 点坐标为$(0,3)$.

$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle BOC}=\frac{1}{2}\times 3\times 1+\frac{1}{2}\times 3\times 4=\frac{15}{2}$.

(3)$\because B$ 点坐标为$(-4,-1)$,A 点坐标为$(1,4)$,$\therefore$根据图象可知:当 $x>1$ 或 $-4<x<0$ 时,一次函数值大于反比例函数值.

变式 3 (1)$\because$点 A 在反比例函数 $y=\frac{n}{x}(x>0)$的图象上,

$\therefore 4=\frac{n}{\frac{3}{2}}$,解得 $n=6$.

$\therefore$反比例函数的解析式为 $y=\frac{6}{x}(x>0)$.

将点 $B(3,m)$代入 $y=\frac{6}{x}(x>0)$,得 $m=2$. $\therefore B(3,2)$.

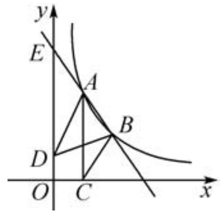
设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$.

$\therefore \begin{cases}4=\frac{3}{2}k+b,\\ 2=3k+b,\end{cases}$解得$\begin{cases}k=-\frac{4}{3},\\ b=6.\end{cases}$

$\therefore$直线 AB 的解析式为 $y=-\frac{4}{3}x+6$.

(2)由点 A,B 的坐标得 $AC=4$,点 B 到 AC 的距离为 $3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$,$\therefore S_1=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{3}{2}=3$.

设 AB 与 y 轴的交点为 E,可得 $E(0,6)$,如图所示.



$\therefore DE=6-1=5$.

由点 $A\left(\frac{3}{2},4\right)$,点 $B(3,2)$知,点 A,点 B 到 DE 的距离分别为 $\frac{3}{2}$,3.

$\therefore S_2=S_{\triangle BDE}-S_{\triangle AED}=\frac{1}{2}\times 5\times 3-\frac{1}{2}\times 5\times\frac{3}{2}=\frac{15}{4}$.

$\therefore S_2-S_1=\frac{15}{4}-3=\frac{3}{4}$.

章末测试

1. B **2.** D **3.** D **4.** C

5. C **6.** C **7.** ①④

8. $0<y<2$ **9.** 4

10. 5 **11.** (1)$k=-2$.

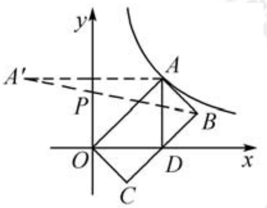
(2)当 $-2\leqslant x\leqslant -\frac{1}{2}$ 时,$2\leqslant y\leqslant 8$.

12. 一次函数的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+1$;反比例函数的解析式为 $y=\frac{12}{x}$.

13. (1)$y=\frac{18}{x}$,$\frac{3}{20}\leqslant x\leqslant\frac{1}{5}$.

(2)原计划的平均每亩产量是 0.15 万千克,改良后的平均每亩产量是 0.225 万千克.

14. (1)∵四边形 $OABC$ 是矩形，
∴$\angle OAB=\angle B=90°$.
∵$AB=BD$，∴$\angle BAD=45°$.
又 $AD\perp x$ 轴，
∴$\angle OAD=\angle AOD=45°$.
∴$AD=OD$.
∵点 D 的坐标为(3,0)，
∴$OD=AD=3$.
∴点 A 的坐标是(3,3).
把点 $A(3,3)$ 代入解析式 $y=\frac{k}{x}$，得 $k=9$.
∴反比例函数的解析式是 $y=\frac{9}{x}$.
(2)如图所示.



作点 A 关于 y 轴的对称点 A'，连接 $A'B$，交 y 轴于点 P，则 $PA+PB$ 的值最小. 易求得点 B 的坐标是(4.5,1.5)，点 A' 的坐标是(−3,3).
设直线 $A'B$ 的解析式是 $y=kx+b$，则 $\begin{cases}-3k+b=3,\\4.5k+b=1.5,\end{cases}$
解得 $\begin{cases}k=-0.2,\\b=2.4.\end{cases}$
所以直线 $A'B$ 的解析式是 $y=-0.2x+2.4$.
当 $x=0$ 时，$y=2.4$，所以点 P 的坐标是(0,2.4).

第二十七章　相似

第1课时　图形的相似(1)

课本思考

变式1　①③　②⑬　④⑪　⑤⑩　⑥⑦⑧⑨

变式2　D

变式3　C

变式4　与给出的图形(a)形状相同的是(2)(4)(8)；
与给出的图形(b)形状相同的是(6)；
与给出的图形(c)形状相同的是(5).

第2课时　图形的相似(2)

课本例

变式1　∵四边形 $ABCD\backsim$ 四边形 $A'B'C'D'$，
∴$\frac{x}{8}=\frac{y}{11}=\frac{9}{6}$，$\angle C=\alpha$，$\angle D=140°$.
∴$x=12$，$y=\frac{33}{2}$，$\alpha=\angle C=360°-\angle A-\angle B-\angle D=360°-62°-75°-140°=83°$.

变式2　设 $AD=x$.
∵四边形 $ABEF$ 为正方形，
∴$AF=AB=EF=1$.
∴$FD=x-1$.
∵矩形 $ECDF$ 与矩形 $ABCD$ 相似，
∴$DF:AB=EF:AD$，
即 $(x-1):1=1:x$.
整理得 $x^2-x-1=0$.
解得 $x_1=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，$x_2=\frac{1-\sqrt{5}}{2}$(舍去).
∴AD 的长为$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

变式3　D

变式4　设与它相似的矩形的另一条边长为 x cm.
①当矩形的长为 12 cm 时，$\frac{12}{8}=$

$\frac{x}{4}$,解得 $x=6$,此时这个矩形的面积为 $12\times6=72(cm^2)$;

②当矩形的宽为 12 cm 时,$\frac{12}{4}=\frac{x}{8}$,解得 $x=24$,此时这个矩形的面积为 $12\times24=288(cm^2)$.

综上所述,这个矩形的面积为 72 cm^2 或 288 cm^2.

变式 5 矩形 $ABCD$ 的面积是 $3a\cdot3b=3^2ab$,

矩形 $A'B'C'D'$ 的面积是 $4a\cdot4b=4^2ab$,

$3^2ab:4^2ab=3^2:4^2$.

第 3 课时 相似三角形的判定(1)

课本探究

变式 1 (1)$\because a/\!/b/\!/c$,

$\therefore \frac{BD}{DF}=\frac{AC}{EC}$,即$\frac{8}{DF}=\frac{6}{4}$,

解得 $DF=\frac{16}{3}$ cm.

(2)$\because a/\!/b/\!/c$,

$\therefore \frac{BF}{DF}=\frac{AE}{EC}=\frac{5}{2}$,

即$\frac{5+DF}{DF}=\frac{5}{2}$,

解得 $DF=\frac{10}{3}$ cm.

变式 2 $\because l_1/\!/l_2/\!/l_3$,

$\therefore AB:BC=DE:EF$.

$\because AB=3,BC=5,DF=12$,

$\therefore 3:5=DE:(12-DE)$.

$\therefore DE=4.5$.

$\therefore EF=12-4.5=7.5$.

课本思考

变式 1 $\because AD=3.6,DB=2.4$,

$\therefore AB=AD+DB=6$.

$\because DE/\!/BC$,

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$.

$\therefore \frac{DB}{AB}=\frac{EC}{AC}$,即$\frac{2.4}{6}=\frac{EC}{7}$.

$\therefore EC=2.8$,即 EC 的长是 2.8.

变式 2 $\because AC\perp AB,BD\perp AB$,

$\therefore AC/\!/BD$.

$\therefore OB:OA=BD:AC$.

$\because AB=5$ cm,$AC=1.5$ cm,$BD=1$ cm,

$\therefore OB:(5-OB)=1:1.5$.

$\therefore OB=2$ cm.

变式 3 $\because AF\perp BF$,$\therefore \angle AFB=90°$.

$\because AB=10$,D 为 AB 的中点,

$\therefore DF=\frac{1}{2}AB=AD=BD=5$.

$\therefore \angle ABF=\angle BFD$.

$\because BF$ 平分$\angle ABC$,

$\therefore \angle ABF=\angle CBF$.

$\therefore \angle CBF=\angle BFD$.

$\therefore DE/\!/BC$.

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

$\therefore \frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}$,

即$\frac{DE}{16}=\frac{5}{10}$.

解得 $DE=8$.

$\therefore EF=DE-DF=3$.

第 4 课时 相似三角形的判定(2)

课本探究

变式 1 $\because AB=6$ cm,$BC=8$ cm,$AC=11$ cm,$A_1B_1=18$ cm,$B_1C_1=24$ cm,$A_1C_1=33$ cm,

$\therefore \frac{A_1B_1}{AB}=\frac{B_1C_1}{BC}=\frac{A_1C_1}{AC}=3$.

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle A_1B_1C_1$.

变式 2 $\triangle ABC\backsim\triangle DEF$,证明如下:

$\because AB=2$，$BC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$，
$DE=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$EF=2$，
$DF=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，
$\therefore \frac{AB}{DE}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，$\frac{BC}{EF}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$，$\frac{AC}{DF}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{10}}=\sqrt{2}$.
$\therefore \frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}=\frac{AC}{DF}$.
$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DEF$.

变式 3 设$\triangle DEF$的另两条边长分别是x，y.
①当$\triangle DEF$中长为8的边与$\triangle ABC$中长为12的边是对应边时，$\frac{8}{12}=\frac{x}{15}=\frac{y}{18}$，解得$x=10$，$y=12$；
②当$\triangle DEF$中长为8的边与$\triangle ABC$中长为15的边是对应边时，$\frac{8}{15}=\frac{x}{12}=\frac{y}{18}$，解得$x=6.4$，$y=9.6$；
③当$\triangle DEF$中长为8的边与$\triangle ABC$中长为18的边是对应边时，$\frac{8}{18}=\frac{x}{12}=\frac{y}{15}$，
解得$x=\frac{16}{3}$，$y=\frac{20}{3}$.
综上所述，当$\triangle DEF$的另两条边长分别是10和12或6.4和9.6或$\frac{16}{3}$和$\frac{20}{3}$时，这两个三角形相似.

课本例 1

变式 1 $\because AB=AC$，
$\therefore \angle ABC=\angle ACB$.
$\therefore \angle ABD=\angle ACE$.
$\because AB^2=BD\cdot CE$，
$\therefore \frac{AB}{CE}=\frac{BD}{AB}$，即$\frac{AB}{CE}=\frac{BD}{CA}$.
$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle ECA$.

变式 2 $\because \frac{AB}{BD}=\frac{BC}{BE}=\frac{CA}{ED}$，
$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DBE$.
$\therefore \angle ABC=\angle DBE$.
$\therefore \angle ABC-\angle DBC=\angle DBE-\angle DBC$，即$\angle ABD=\angle CBE$.
$\because \frac{AB}{BD}=\frac{BC}{BE}$，$\therefore \frac{AB}{BC}=\frac{BD}{BE}$.
$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle CBE$.

变式 3 $\because$在$\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$AC=8$，$BC=6$，
$\therefore AB=\sqrt{8^2+6^2}=10$.
$\because D$是边AB的中点，
$\therefore AD=5$.
当$\triangle ADP\backsim\triangle ABC$时，$\frac{AD}{AB}=\frac{AP}{AC}$，即$\frac{5}{10}=\frac{AP}{8}$，解得$AP=4$；
当$\triangle ADP\backsim\triangle ACB$时，$\frac{AD}{AC}=\frac{AP}{AB}$，即$\frac{5}{8}=\frac{AP}{10}$，解得$AP=\frac{25}{4}$.
综上所述，线段AP的长为4或$\frac{25}{4}$.

变式 4 由题意得，$CP=(16-2t)$ cm，$CQ=t$ cm.
当CP是CB的对应边时，$\triangle CPQ\backsim\triangle CBA$，
所以$\frac{CP}{CB}=\frac{CQ}{CA}$，即$\frac{16-2t}{16}=\frac{t}{12}$，
解得$t=\frac{24}{5}$；
当CP是CA的对应边时，$\triangle CPQ\backsim\triangle CAB$，
所以$\frac{CP}{CA}=\frac{CQ}{CB}$，即$\frac{16-2t}{12}=\frac{t}{16}$，

解得 $t=\frac{64}{11}$.

综上所述,当 $t=\frac{24}{5}$ s 或 $\frac{64}{11}$ s 时,$\triangle CPQ$ 与 $\triangle CBA$ 相似.

第5课时　相似三角形的判定(3)

课本例2

变式1　(1)$\because \angle 1=\angle 2,\angle 3=\angle 4$,

$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle CBE$.

(2)$\because \triangle ABD\backsim\triangle CBE$,

$\therefore \frac{BA}{BC}=\frac{BD}{BE}$,即 $\frac{BA}{BD}=\frac{BC}{BE}$.

$\because \angle 1=\angle 2$,

$\therefore \angle ABC=\angle DBE$.

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle DBE$.

变式2　$\because \triangle PCD$ 为等边三角形,$\therefore \angle PCD=\angle PDC=60°$.

$\therefore \angle ACP=\angle PDB=120°$.

$\because \angle APB=120°$,

$\therefore \angle A+\angle B=60°$.

$\because \angle PDB=120°$,

$\therefore \angle DPB+\angle B=60°$.

$\therefore \angle A=\angle DPB$.

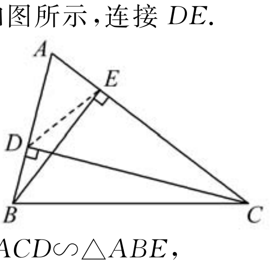
$\therefore \triangle ACP\backsim\triangle PDB$.

变式3　(1)$\because CD,BE$ 分别是 AB,AC 边上的高,垂足为 D,E. $\therefore \angle ADC=\angle AEB=90°$.

又$\because \angle A=\angle A$,

$\therefore \triangle ACD\backsim\triangle ABE$.

(2)$\triangle AED\backsim\triangle ABC$,理由如下:如图所示,连接 DE.



$\because \triangle ACD\backsim\triangle ABE$,

$\therefore \frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AE}$. $\therefore \frac{AE}{AB}=\frac{AD}{AC}$.

又$\because \angle A=\angle A$,

$\therefore \triangle AED\backsim\triangle ABC$.

变式4　(1)$\because AB=AC,BD=CD$,

$\therefore AD\perp BC,\angle B=\angle C$.

又$\because DE\perp AB$,

$\therefore \angle DEB=\angle ADC=90°$.

$\therefore \triangle BDE\backsim\triangle CAD$.

(2)在 $\mathrm{Rt}\triangle ADB$ 中,

$BD=\frac{1}{2}BC=5$,

$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}$

$=\sqrt{13^2-5^2}=12$.

$\because \frac{1}{2}\cdot AD\cdot BD=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot DE$,

$\therefore DE=\frac{60}{13}$.

课本思考

变式1　当 $BD=\frac{b^2}{a}$ 时,$\triangle ABC\backsim\triangle CDB$. 理由如下:

$\because BC=b,BD=\frac{b^2}{a}$,

$\therefore CD^2=BC^2-BD^2$

$=\frac{b^2}{a^2}(a^2-b^2)$

$=\frac{b^2}{a^2}AB^2$.

$\therefore CD=\frac{b}{a}AB$,即 $\frac{CD}{AB}=\frac{b}{a}$.

又$\because \frac{BD}{BC}=\frac{\frac{b^2}{a}}{b}=\frac{b}{a},\angle ABC=\angle CDB=90°$,

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle CDB$.

即当 $BD=\frac{b^2}{a}$ 时,

$\triangle ABC\backsim\triangle CDB$.

变式 2 $\because AB\perp BC, AC\perp CD$,
$\therefore \angle ABC=\angle ACD=90^\circ$.
$\therefore$添加以下条件均可使$\triangle ABC$与$\triangle ACD$相似：$\angle BAC=\angle CAD$；$\angle ACB=\angle ADC$；$\angle BAC=\angle ADC$；$\angle ACB=\angle DAC$；AC平分$\angle BAD$；$\frac{BC}{CD}=\frac{AC}{AD}=\frac{AB}{AC}$；$\frac{AB}{AC}=\frac{BC}{CD}$.

变式 3 $\because AB\perp BD, CD\perp BD$,
$\therefore \angle ABO=\angle CDO=90^\circ$.
又$\because \angle AOB=\angle COD$,
$\therefore \triangle ABO\backsim\triangle CDO$.
$\therefore \frac{AO}{CO}=\frac{AB}{CD}$，即$\frac{4}{1}=\frac{1.6}{CD}$.
解得 $CD=0.4$ m.

第 6 课时　相似三角形的性质

课本探究

变式 1 $\because \triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$,
$\therefore \frac{AB}{A'B'}=\frac{BC}{B'C'}=\frac{AC}{A'C'}=k$，$\angle B=\angle B'$.
又$\because AD, A'D'$分别是边BC，$B'C'$上的中线，
$\therefore \frac{BD}{B'D'}=\frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}B'C'}=\frac{BC}{B'C'}=k$.
$\therefore \frac{AB}{A'B'}=\frac{BD}{B'D'}$.
又$\because \angle B=\angle B'$,
$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle A'B'D'$.
$\therefore \frac{AD}{A'D'}=\frac{AB}{A'B'}=k$.

变式 2 A

变式 3 (1)$\because \triangle ABC\backsim\triangle A'B'C'$，$AB=4$，$A'B'=12$,
$\therefore$相似比$k=\frac{AB}{A'B'}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.
$\therefore$它们对应边上的高的比是$\frac{1}{3}$.
(2)$\because$相似比$k=\frac{1}{3}$,
$\therefore$它们对应边上的中线的比是$\frac{1}{3}$.
$\because BC$边上的中线为1.5,
$\therefore B'C'$上的中线$A'D'=1.5\div\frac{1}{3}=4.5$.

课本思考

变式 1 (1)$\because \frac{DE}{AB}=\frac{2}{3}$,
$\therefore \frac{C_{\triangle DEF}}{C_{\triangle ABC}}=\frac{DE}{AB}=\frac{2}{3}$.
又$\because \triangle ABC$的周长是 12 cm,
$\therefore \triangle DEF$的周长$=12\times\frac{2}{3}=8$ (cm).
(2)$\because \frac{DE}{AB}=\frac{2}{3}$,
$\therefore \frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{DE}{AB}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2$.
又$\because \triangle ABC$的面积是 30 cm^2,
$\therefore \triangle DEF$的面积$=30\times\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{40}{3}(cm^2)$.

变式 2 3

变式 3 9

变式 4 1∶4∶6　**解析**：$\because$四边形$ABCD$为平行四边形，
$\therefore AD\parallel BC, AD=BC$.
$\because$点E是边AD的中点，
$\therefore DE=\frac{1}{2}BC$.
$\because DE\parallel BC$,
$\therefore \triangle EDF\backsim\triangle CBF$，相似比为$\frac{EF}{CF}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$.

$\therefore \frac{S_{\triangle EDF}}{S_{\triangle BFC}}=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$.

又$\because \triangle EDF$与$\triangle CDF$等高，

$\therefore \frac{S_{\triangle EDF}}{S_{\triangle CDF}}=\frac{EF}{CF}=\frac{1}{2}$.

$\therefore S_{\triangle EDF}:S_{\triangle BFC}:S_{\triangle BCD}=1:4:6$.

变式 5 $\frac{5}{2}$ **解析：**$\because 3AE=2EB$，

$\therefore$可设$AE=2a$，$BE=3a$.

$\because EF/\!/BC$，

$\therefore \triangle AEF\backsim\triangle ABC$.

$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}=(\frac{AE}{AB})^2=(\frac{2a}{2a+3a})^2=\frac{4}{25}$.

$\because S_{\triangle AEF}=1$，$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{25}{4}$.

$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore S_{\triangle ADC}=S_{\triangle ABC}=\frac{25}{4}$.

$\because EF/\!/BC$，

$\therefore \frac{AF}{FC}=\frac{AE}{BE}=\frac{2a}{3a}=\frac{2}{3}$.

$\therefore \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle CDF}}=\frac{AF}{CF}=\frac{2}{3}$.

$\therefore S_{\triangle ADF}=\frac{2}{5}S_{\triangle ADC}=\frac{2}{5}\times\frac{25}{4}=\frac{5}{2}$.

课本例 3

变式 设原三角形为$\triangle ABC$，放大后的三角形为$\triangle DEF$，

由题意可知$\triangle ABC\backsim\triangle DEF$，且相似比为$\frac{1}{5}$，

$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DEF}}=\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{1}{25}$.

又$\because \triangle ABC$的某一条边长为3 cm，这条边上的高是2 cm，

$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times3\times2=3(\text{cm}^2)$.

$\therefore \frac{3}{S_{\triangle DEF}}=\frac{1}{25}$.

解得$S_{\triangle DEF}=75\ \text{cm}^2$，

即放大后的图形的面积为$75\ \text{cm}^2$.

第 7 课时 相似三角形性质与判定的综合应用

例 (1)$\because BF\perp AE$，$CG/\!/AE$，

$\therefore CG\perp BF$.

$\because$在正方形$ABCD$中，$\angle ABH+\angle CBG=90^\circ$，$\angle CBG+\angle BCG=90^\circ$，

$\angle BAH+\angle ABH=90^\circ$，

$\therefore \angle BAH=\angle CBG$，

$\angle ABH=\angle BCG$，

$AB=BC$.

$\therefore \triangle ABH\cong\triangle BCG$.

$\therefore CG=BH$.

(2)$\because \angle BFC=\angle CFG$，$\angle BCF=\angle CGF=90^\circ$，

$\therefore \triangle CFG\backsim\triangle BFC$.

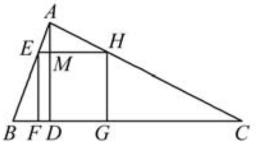
$\therefore \frac{FC}{BF}=\frac{GF}{FC}$，

即$FC^2=BF\cdot GF$.

变式 1 (1)$\because$四边形$EFGH$是正方形，$\therefore EH/\!/BC$.

$\therefore \triangle AEH\backsim\triangle ABC$.

(2)如图，设AD与EH交于点M.



$\because \angle EFD=\angle FEM=\angle FDM=90^\circ$，

$\therefore$四边形$EFDM$是矩形.

$\therefore EF=DM$.

设正方形$EFGH$的边长为

x cm.

$\because \triangle AEH \backsim \triangle ABC$,

$\therefore \dfrac{EH}{BC}=\dfrac{AM}{AD}$,即$\dfrac{x}{40}=\dfrac{30-x}{30}$.

$\therefore x=\dfrac{120}{7}$.

$\therefore$ 正方形 $EFGH$ 的边长为 $\dfrac{120}{7}$ cm,面积为$\dfrac{14\ 400}{49}$ cm^2.

变式 2 (1)$\because AB$ 为$\odot O$ 的直径,$\therefore \angle ACB=90°$.

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,由勾股定理得 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

$\therefore OA=\dfrac{1}{2}AB=\sqrt{5}$.

$\because OD\perp AB$,

$\therefore \angle AOE=\angle ACB=90°$.

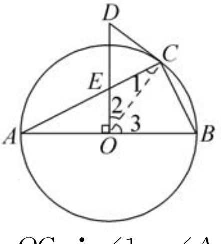
又$\because \angle A=\angle A$,

$\therefore \triangle AOE\backsim\triangle ACB$.

$\therefore \dfrac{OE}{BC}=\dfrac{OA}{AC}$,即$\dfrac{OE}{2}=\dfrac{\sqrt{5}}{4}$.

$\therefore OE=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

(2)$\angle CDE=2\angle A$,理由如下:如图所示,连接 OC.



$\because OA=OC$,$\therefore \angle 1=\angle A$.

$\because CD$ 是$\odot O$ 的切线,

$\therefore OC\perp CD$. $\therefore \angle OCD=90°$.

$\therefore \angle 2+\angle CDE=90°$.

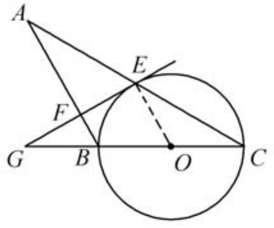
$\because OD\perp AB$,$\therefore \angle 2+\angle 3=90°$.

$\therefore \angle 3=\angle CDE$.

$\because \angle 3=\angle A+\angle 1=2\angle A$,

$\therefore \angle CDE=2\angle A$.

变式 3 (1)连接 OE.



$\because EG$ 是$\odot O$ 的切线,

$\therefore OE\perp EG$.

$\because BF\perp GE$,$\therefore OE /\!/ AB$.

$\therefore \angle A=\angle OEC$.

$\because OE=OC$,$\therefore \angle OEC=\angle C$.

$\therefore \angle A=\angle C$.

$\because \angle ABG=\angle A+\angle C$,

$\therefore \angle ABG=2\angle C$.

(2)$\because BF\perp GE$,

$\therefore \angle BFG=90°$.

$\because GF=3\sqrt{3}$,$GB=6$,

$\therefore BF=\sqrt{BG^2-GF^2}=3$.

$\because BF /\!/ OE$,

$\therefore \triangle BGF\backsim\triangle OGE$.

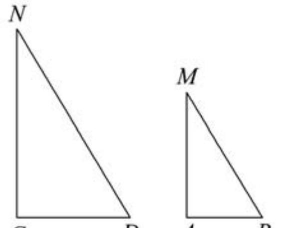
$\therefore \dfrac{BF}{OE}=\dfrac{BG}{OG}$. $\therefore \dfrac{3}{OE}=\dfrac{6}{6+OE}$.

$\therefore OE=6$. $\therefore \odot O$ 的半径为 6.

第 8 课时 相似三角形应用举例(1)

课本例 4

变式 1 如图所示.



设树高为 NC,$CD=1.5$ m,$MA=1.65$ m,$AB=1$ m,

$\because \triangle NCD \backsim \triangle MAB$，

$\therefore \dfrac{NC}{MA}=\dfrac{CD}{AB}$，即$\dfrac{NC}{1.65}=\dfrac{1.5}{1}$.

$\therefore NC=2.475$ m.

∴小树的高约为 2.475 m.

变式 2 由题意，得 $\angle AGC=\angle FGE$.

$\because \angle ACG=\angle FEG=90^{\circ}$，

$\therefore \triangle ACG \backsim \triangle FEG$.

$\therefore \dfrac{AC}{EF}=\dfrac{CG}{EG}$. $\therefore \dfrac{AC}{1.6}=\dfrac{15}{3}$.

$\therefore AC=8$(米).

$\therefore AB=AC+BC=8+0.5=8.5$(米).

变式 3 由题意，得 $DH=100$，$DK=100$，$AH=15$.

$\because AH \parallel DK$，

$\therefore \angle CDK=\angle A$.

又$\angle CKD=\angle AHD=90^{\circ}$，

$\therefore \triangle CDK \backsim \triangle DAH$.

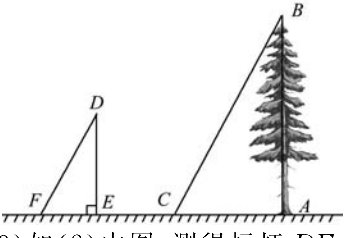
$\therefore \dfrac{CK}{DH}=\dfrac{DK}{AH}$，即$\dfrac{CK}{100}=\dfrac{100}{15}$.

$\therefore CK=\dfrac{2\ 000}{3}$.

所以，出南门$\dfrac{2\ 000}{3}$步能恰好看到位于 A 处的树.

变式 4 (1)皮尺，标杆

(2)测量示意图如图所示.



(3)如(2)中图，测得标杆 $DE=a$，树和标杆的影长分别为 $AC=b$，$EF=c$.

$\because \triangle DEF \backsim \triangle BAC$，

$\therefore \dfrac{DE}{BA}=\dfrac{FE}{CA}$，即$\dfrac{a}{x}=\dfrac{c}{b}$.

$\therefore x=\dfrac{ab}{c}$.

第 9 课时 相似三角形应用举例(2)

课本例 5

变式 1 由题意得 $AB \perp BD$，$ED \perp BD$，$\therefore AB \parallel ED$.

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle EDC$.

$\therefore \dfrac{AB}{ED}=\dfrac{BC}{DC}$.

又$\because BC=10$ m，$CD=20$ m，$DE=30$ m，

$\therefore \dfrac{AB}{30}=\dfrac{10}{20}$. $\therefore AB=15$(m).

即 A，B 间的距离为 15 m.

变式 2 由题意可得 $EP \parallel BD$，$AP=BQ$.

$\therefore \triangle AEP \backsim \triangle ADB$.

$\therefore \dfrac{AP}{AP+PQ+BQ}=\dfrac{EP}{BD}$.

$\because EP=1.5$，$BD=9$，

$\therefore \dfrac{1.5}{9}=\dfrac{AP}{2AP+20}$.

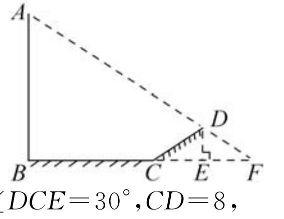
解得 $AP=5$(m).

$\because AP=BQ$，$PQ=20$ m，

$\therefore AB=AP+BQ+PQ=5+5+20=30$(m).

即两路灯之间的距离为 30 m.

变式 3 如图，连接 AD 并延长 AD 交 BC 的延长线于点 F，过点 D 作 $DE \perp BC$ 的延长线于点 E.



$\because \angle DCE=30^{\circ}$，$CD=8$，

$\therefore DE=4.$

根据勾股定理，得 $CE=4\sqrt{3}$.

设 $AB=x$ 米，$EF=y$ 米.

$\because DE\perp BF, AB\perp BF,$

$\therefore \triangle DEF\backsim\triangle ABF.$

$\therefore \dfrac{DE}{AB}=\dfrac{EF}{BF},$

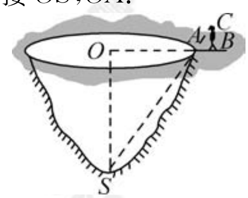
即 $\dfrac{4}{x}=\dfrac{y}{20+4\sqrt{3}+y}$. ①

$\because$ 1 米杆的影长为 2 米，

$\therefore \dfrac{1}{2}=\dfrac{x}{20+4\sqrt{3}+y}$. ②

①②联立，解得 $x=14+2\sqrt{3}$. 即电线杆的高度为 $(14+2\sqrt{3})$ 米.

变式 4 取圆锥底面圆的圆心 O，连接 OS，OA.



$\because \angle O=\angle ABC=90^\circ,$

$\therefore OS\parallel BC.$

$\therefore \angle ACB=\angle ASO.$

又 $\angle OAS=\angle CAB,$

$\therefore \triangle SOA\backsim\triangle CBA.$

$\therefore \dfrac{OS}{BC}=\dfrac{OA}{BA}.$

$\because OA=\dfrac{34.54}{2\pi}\approx5.5, BC=1.6, AB=1.2,$

$\therefore OS=\dfrac{OA\cdot BC}{BA}=\dfrac{5.5\times1.6}{1.2}\approx7.3.$

即圆锥形坑的深度约为 7.3 米.

第 10 课时 相似三角形应用举例(3)

课本例 6

变式 1 5

变式 2 $\because OF\perp OM, DA\perp OM, \therefore OF\parallel AD.$

$\therefore \triangle ADM\backsim\triangle OFM.$

$\therefore \dfrac{AM}{AM+OA}=\dfrac{AD}{OF},$

即 $\dfrac{AM}{20+AM}=\dfrac{1.6}{8},$

解得 $AM=5$(米).

同理可得 $\triangle BNE\backsim\triangle ONF$，

$\therefore \dfrac{BN}{OA-AB+BN}=\dfrac{BE}{OF},$

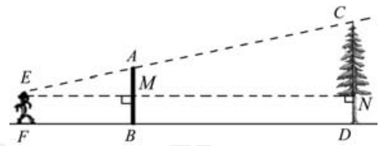
即 $\dfrac{BN}{20-12+BN}=\dfrac{1.6}{8},$

解得 $BN=2$(米).

$\therefore AM-BN=5-2=3$(米).

所以小明身影长减少了 3 米.

变式 3 如图所示，过点 E 作 $EN\perp CD$ 于点 N，交 AB 于点 M.



$\because AB\perp FD, CD\perp FD,$

$\therefore CD\parallel AB.$

$\therefore \triangle AEM\backsim\triangle CEN.$

$\therefore \dfrac{AM}{CN}=\dfrac{EM}{EN},$

即 $\dfrac{AB-BM}{CD-DN}=\dfrac{EM}{EM+MN}.$

$\because DN=BM=EF=1.5\text{ m}, EM=BF=3\text{ m}, MN=BD=9\text{ m}, AB=2.5\text{ m},$

$\therefore \dfrac{2.5-1.5}{CD-1.5}=\dfrac{3}{3+9}.$

$\therefore CD=5.5(\text{m}).$

$\therefore$ 大树的高为 5.5 m.

变式 4 连接 MN.

$\because \dfrac{AC}{AM}=\dfrac{30}{1\ 000}=\dfrac{3}{100},$

$\frac{AB}{AN}=\frac{54}{1\ 800}=\frac{3}{100}$,

$\therefore \frac{AC}{AM}=\frac{AB}{AN}$.

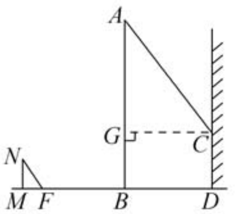
又$\because \angle BAC=\angle NAM$,

$\therefore \triangle BAC\backsim\triangle NAM$.

$\therefore \frac{BC}{MN}=\frac{AC}{AM}$,即$\frac{45}{MN}=\frac{3}{100}$.

$\therefore MN=1\ 500$(米).

变式 5 如图,过点 C 作 $CG\perp AB$ 于点 G.



由题意,得 $GC=BD=3$ 米,$GB=CD=2$ 米.

$\because \angle NMF=\angle AGC=90^\circ$, $NF\parallel AC$,

$\therefore \angle NFM=\angle ACG$.

$\therefore \triangle NMF\backsim\triangle AGC$.

$\therefore \frac{NM}{AG}=\frac{MF}{GC}$.

$\therefore AG=\frac{NM\cdot GC}{MF}=\frac{1\times 3}{0.5}=6$.

$\therefore AB=AG+GB=6+2=8$(米).

所以,电线杆 AB 的高为 8 米.

变式 6 $\because \angle ABC=\angle EDC=\angle GFH=90^\circ$, $\angle ACB=\angle ECD$,$\angle AFB=\angle GHF$,

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle EDC$, $\triangle ABF\backsim\triangle GFH$.

$\therefore \frac{AB}{ED}=\frac{BC}{DC}$,$\frac{AB}{GF}=\frac{BF}{FH}$,

即$\frac{AB}{1.5}=\frac{BC}{2}$,$\frac{AB}{1.65}=\frac{BC+18}{2.5}$.

解得 $AB=99$(m).

即“望月阁”的高 AB 的长度为 99 m.

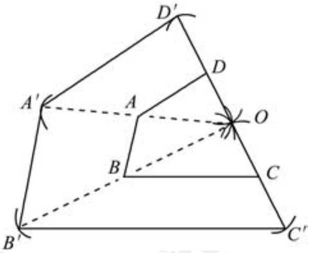
第 11 课时 位似(1)

课本思考

变式 A

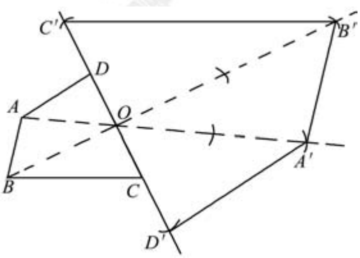
课本探究

变式 1 方法一:按照规定的位似中心将图形在位似中心的同侧放大,画图如下.



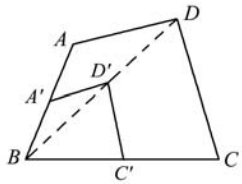
四边形 $A'B'C'D'$ 即所求.

方法二:按照规定的位似中心将图形在位似中心的异侧放大,画图如下.



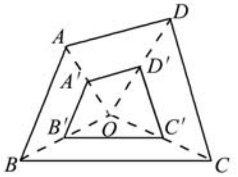
四边形 $A'B'C'D'$ 即所求.

变式 2 方法一:以点 B 为位似中心,作图如下.



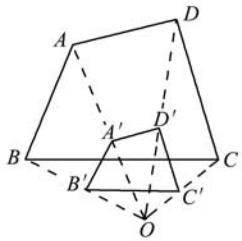
四边形 $A'BC'D'$ 即所求.

方法二:取图形内一点 O 为位似中心,作图如下.



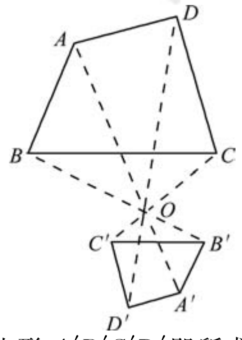
四边形 $A'B'C'D'$ 即所求.

方法三:取图形外一点 O 为位似中心,作图如下.



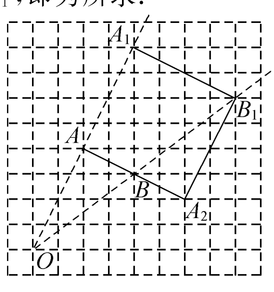
∴四边形 $A'B'C'D'$ 即所求.

方法四:取图形外一点 O 为位似中心,作图如下.



∴四边形 $A'B'C'D'$ 即所求.

变式 3 (1)如图所示,线段 A_1B_1,即为所求.



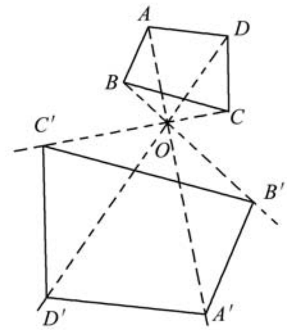
(2)如(1)中图所示,线段 A_2B_1 即为所求.

(3)20 **解析:**结合网格特点易得四边形 $AA_1B_1A_2$ 是正方形,

$AA_1=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

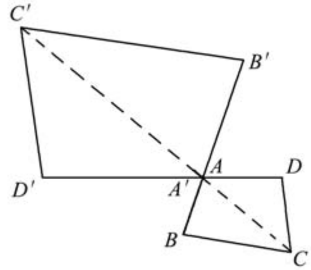
所以四边形 $AA_1B_1A_2$ 的面积为 $(2\sqrt{5})^2=20$.

变式 4 方法一:以原图形外的一点为对称中心作图如下.



则四边形 $A'B'C'D'$ 即所求.

方法二:以原图形的顶点为对称中心作图如下.



则四边形 $A'B'C'D'$ 即所求.

第 12 课时 位似(2)

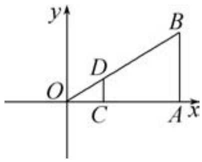
课本探究

变式 1 $O(0,0)$,$A(-1,0)$,$B(-2,1)$,$A'(-2,0)$,$B'(-4,2)$.

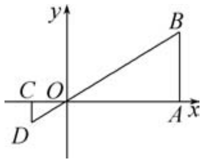
变换后的点的横坐标和纵坐标都是变换前的点的横坐标和纵坐标的 2 倍.

变式 2 如图所示：

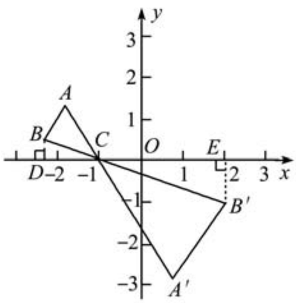
若在第一象限，C 点坐标为$(2,0)$，D 点坐标为$(2,1)$；



若在第三象限，C 点坐标为$(-2,0)$，D 点坐标为$(-2,-1)$.



变式 3 如图，过点 B，B' 分别作 $BD\perp x$ 轴于点 D，$B'E\perp x$ 轴于点 E，



$\therefore\angle BDC=\angle B'EC=90^\circ$.

$\because\triangle ABC$ 的位似图形是$\triangle A'B'C$，

$\therefore$点 B，C，B' 在一条直线上，

$\therefore\angle BCD=\angle B'CE$.

$\therefore\triangle BCD\backsim\triangle B'CE$.

$\therefore\dfrac{CD}{CE}=\dfrac{BC}{B'C}$.

又$\because\dfrac{BC}{B'C}=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore\dfrac{CD}{CE}=\dfrac{1}{2}$.

又$\because$点 B' 的横坐标是 2，点 C 的坐标是$(-1,0)$，

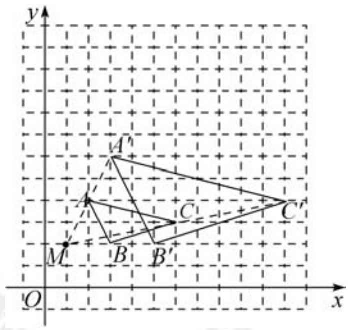
$\therefore CE=3$.

$\therefore CD=\dfrac{3}{2}$. $\therefore OD=\dfrac{5}{2}$.

$\therefore$点 B 的横坐标为$-\dfrac{5}{2}$.

课本例

变式 1 (1)如图所示，$\triangle A'B'C'$ 即为所求.



(2)$\triangle A'B'C'$ 的各顶点坐标分别为 $A'(3,6)$，$B'(5,2)$，$C'(11,4)$.

变式 2 连接 DA，并延长交 x 轴负半轴于点 P，则点 P 即为位似中心.

根据题意，得$\triangle DEF$ 与$\triangle AOB$ 位似，且相似比为$\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$.

则$\dfrac{PB}{PF}=\dfrac{1}{2}$，即$\dfrac{PO+4}{PO+13}=\dfrac{1}{2}$，

解得 $PO=5$.

故位似中心的坐标为 $P(-5,0)$.

第 13 课时 相似复习课

例 1 D

变式 1 C

变式 2 $\because DE/\!/BC$，

$\therefore\angle ADE=\angle B$.

$\because\angle ADE=\angle EFC$，

$\therefore\angle B=\angle EFC$.

$\therefore BD/\!/EF$.

$\therefore$四边形 $BDEF$ 为平行四边

形. ∴ $DE=BF$.

∵ $DE\parallel BC$,

∴ $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$.

∴ $\dfrac{DE}{BC}=\dfrac{AD}{AB}=\dfrac{AD}{AD+BD}=\dfrac{5}{8}$.

∴ $BC=\dfrac{8}{5}DE$.

∴ $CF=BC-BF=\dfrac{3}{5}DE=6$.

∴ $DE=10$.

变式 3 ∵ $BG\perp AE$,

∴ $\angle AGB=90^\circ$.

∴ $AG=\sqrt{AB^2-BG^2}$

$=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$.

∵ AF 平分 $\angle BAD$,

∴ $\angle BAE=\angle FAD$.

∵ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $AD\parallel BC$, $BC=AD=9$.

∴ $\angle FAD=\angle AEB$.

∴ $\angle BAE=\angle AEB$.

∴ $BE=AB=6$, $AE=2AG=4\sqrt{5}$.

∴ $CE=BC-BE=3$,

$S_{\triangle ABE}=\dfrac{1}{2}\cdot AE\cdot BG=8\sqrt{5}$.

∵ $AB\parallel CD$,

∴ $\triangle ABE\backsim\triangle FCE$.

∴ $\dfrac{S_{\triangle FCE}}{S_{\triangle ABE}}=\left(\dfrac{CE}{BE}\right)^2=\left(\dfrac{3}{6}\right)^2=\dfrac{1}{4}$. ∴ $S_{\triangle CEF}=2\sqrt{5}$.

例 2 (1) ∵ AC 是⊙O 的切线, AB 为⊙O 的直径,

∴ $AC\perp AB$.

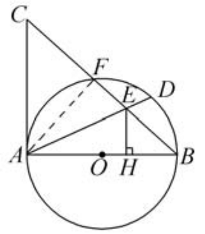
∵ $HE\perp AB$,

∴ $\angle CAB=\angle EHB=90^\circ$.

∵ $\angle ABC=\angle HBE$,

∴ $\triangle HBE\backsim\triangle ABC$.

(2) 连接 AF.



∵ AB 是直径, ∴ $\angle AFB=90^\circ$.

∴ $\angle CFA=\angle CAB$.

∵ $\angle C=\angle C$,

∴ $\triangle CAF\backsim\triangle CBA$.

∴ $\dfrac{AC}{CF}=\dfrac{CB}{AC}$.

∵ $CF=4$, $BC=CF+BF=4+5=9$,

∴ $\dfrac{AC}{4}=\dfrac{9}{AC}$, 解得 $AC=6$.

∵ D 为弧 BF 的中点,

∴ $\angle FAD=\angle BAD$.

∵ $EH\perp AB$, $EF\perp AF$,

∴ $EF=EH$.

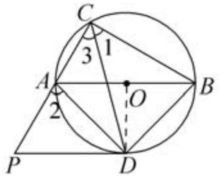
设 $EH=x$, 则 $EF=x$, $BE=5-x$.

∵ $\triangle HBE\backsim\triangle ABC$,

∴ $\dfrac{HE}{AC}=\dfrac{BE}{BC}$. ∴ $\dfrac{x}{6}=\dfrac{5-x}{9}$,

∴ $x=2$, 即 $EH=2$.

变式 1 (1) 如图, 连接 OD.



∵ CD 平分 $\angle ACB$,

∴ $\angle 1=\angle 3$.

∴ $AD=BD$. ∴ $OD\perp AB$.

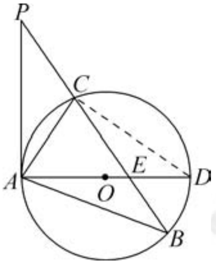
∵ $PD\parallel AB$, ∴ $OD\perp PD$.

∴ PD 是⊙O 的切线.

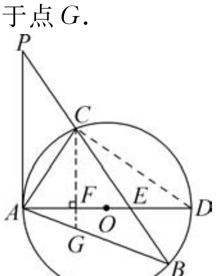
(2) ∵ 四边形 $ADBC$ 是圆的内接四边形,

$\therefore \angle CAD+\angle CBD=180^\circ$.
$\because \angle 2+\angle CAD=180^\circ$,
$\therefore \angle 2=\angle CBD$.
$\because AB$ 是圆的直径，
$\therefore \angle ADO+\angle BDO=90^\circ$,
$\angle 1+\angle 3=90^\circ$，即$\angle 1=45^\circ$.
$\because AD=BD, OD\perp AB$,
$\therefore \angle ADO=45^\circ$.
$\because \angle ADO+\angle ADP=90^\circ$,
$\therefore \angle ADP=45^\circ=\angle 1$.
$\therefore \triangle PAD\backsim\triangle DBC$.

变式 2 (1)如图，连接 CD.



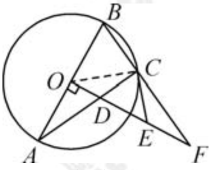
$\because AD$ 是$\odot O$ 的直径，
$\therefore \angle ACD=90^\circ$.
$\therefore \angle CAD+\angle ADC=90^\circ$.
又$\because \angle PAC=\angle PBA$,
$\angle ADC=\angle PBA$,
$\therefore \angle PAC=\angle ADC$.
$\therefore \angle CAD+\angle PAC=90^\circ$.
$\therefore PA\perp OA$，OA 是半径.
$\therefore PA$ 是$\odot O$ 的切线.
(2)过点 C 作 $CG\perp AD$ 于点 F，交 AB 于点 G.



$\because CF\perp AD, PA\perp AD$,
$\therefore CF\parallel PA$.
$\therefore \angle GCA=\angle PAC$.
又$\because \angle PAC=\angle PBA$,
$\therefore \angle GCA=\angle PBA$.
又$\because \angle CAG=\angle BAC$,
$\therefore \triangle CAG\backsim\triangle BAC$.
$\therefore \dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AG}{AC}$,
即 $AC^2=AG\cdot AB$.
$\because AG\cdot AB=12=AC^2$,
$\therefore AC=2\sqrt{3}$.

章末测试

1. B **2.** B **3.** B **4.** C **5.** B
6. B **7.** 2 **8.** 9 **9.** 5 **10.** 3∶4
11. $AC=2\sqrt{21}$ cm.
12. (1)证明略. (2) $CG=6$.
13. (1)连接 OC.



$\because CE$ 与$\odot O$ 相切，OC 是$\odot O$ 的半径，$\therefore OC\perp CE$.
$\therefore \angle OCA+\angle ACE=90^\circ$.
$\because OA=OC$，$\therefore \angle A=\angle OCA$.
$\therefore \angle ACE+\angle A=90^\circ$.
$\because OD\perp AB$,
$\therefore \angle ODA+\angle A=90^\circ$.
又$\because \angle ODA=\angle CDE$,
$\therefore \angle CDE+\angle A=90^\circ$.
$\therefore \angle CDE=\angle ACE$.
$\therefore EC=ED$.
(2)$\because AB$ 为$\odot O$ 的直径，
$\therefore \angle ACB=90^\circ$.
在 Rt$\triangle DCF$ 中，
$\angle DCE+\angle ECF=90^\circ$,
$\angle DCE=\angle CDE$,
$\therefore \angle CDE+\angle ECF=90^\circ$.
又$\because \angle CDE+\angle F=90^\circ$,
$\therefore \angle ECF=\angle F$. $\therefore EC=EF$.

$\because EF=3$，$\therefore EC=DE=3$.
在 Rt$\triangle OCE$ 中，$OC=4$，$CE=3$，
$\therefore OE=\sqrt{OC^2+EC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$.
$\therefore OD=OE-DE=2$.
在 Rt$\triangle OAD$ 中，
$AD=\sqrt{OA^2+OD^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.
在 Rt$\triangle AOD$ 和 Rt$\triangle ACB$ 中，
$\because \angle A=\angle A$，
$\angle ACB=\angle AOD$，
$\therefore$ Rt$\triangle AOD\backsim$Rt$\triangle ACB$.
$\therefore \frac{OA}{AC}=\frac{AD}{AB}$，即$\frac{4}{AC}=\frac{2\sqrt{5}}{8}$.
$\therefore AC=\frac{16\sqrt{5}}{5}$.

14. 20 米.

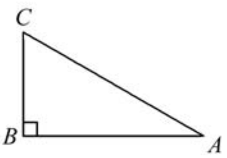
第二十八章　锐角三角函数

第 1 课时　锐角三角函数(1)

课本例 1

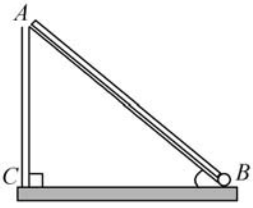
变式 1　$\because \angle C=90°$，$BC=6$，$AC=8$，
$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$.
$\therefore \sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$，$\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$.

变式 2　如图所示.



$\because AC=2BC$，
$\therefore$ 设 $BC=x$，则 $AC=2x$.
由勾股定理知，$AB=\sqrt{3}x$.
$\therefore \sin C=\frac{AB}{AC}=\frac{\sqrt{3}x}{2x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

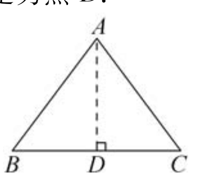
变式 3　8.1　**解析：**如图所示.



由题意知 $AC=3.1$ m，$\angle B=38°$.
$\therefore AB=\frac{AC}{\sin B}\approx\frac{3.1}{0.62}=5$.
$\therefore$ 木杆折断之前的高度$=AC+AB=3.1+5=8.1$(m).

变式 4　在 Rt$\triangle ABC$ 中，根据勾股定理可得
$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}$
$=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=3$.
$\because \angle B+\angle BCD=90°$，$\angle ACD+\angle BCD=90°$，
$\therefore \angle B=\angle ACD$.
$\therefore \sin\angle ACD=\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

变式 5　如图，过点 A 作 $AD\perp BC$，垂足为点 D.

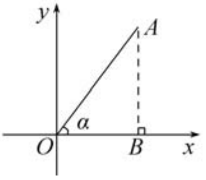


在 Rt$\triangle ABD$ 中，$AB=5$，
$\because \sin\angle ABC=\frac{AD}{AB}=0.8$，
$\therefore AD=4$.
根据勾股定理可得 $BD=\sqrt{AB^2-AD^2}=3$.

$\because AB=AC, AD\perp BC$,

$\therefore BC=2BD=6$.

变式 6 过点 A 作 $AB\perp x$ 轴于点 B.



在 Rt△ABO 中，$\sin\alpha=\dfrac{AB}{OA}=\dfrac{2}{3}$.

$\because A$ 点坐标为$(t,4)$，$\therefore AB=4$.

$\therefore OA=6$.

又$\because$点 A 在第一象限，

$\therefore t=2\sqrt{5}$.

第 2 课时　锐角三角函数(2)

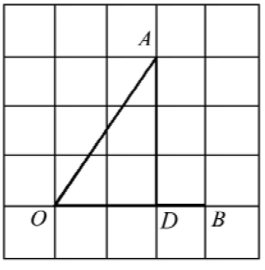
课本例 2

变式 1 如图，建立合适的直角三角形 AOD，得两直角边分别为 2，3，再根据勾股定理得斜边为 $\sqrt{13}$.

所以可得 $\sin\angle AOB=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$，

$\cos\angle AOB=\dfrac{2}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$，

$\tan\angle AOB=\dfrac{3}{2}$.



变式 2 $\because \sin A=\dfrac{12}{13}=\dfrac{BC}{AB}$，

$\therefore$设 $AB=13x, BC=12x$.

由勾股定理得，$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}$

$=\sqrt{(13x)^2-(12x)^2}=5x$.

$\therefore \cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{5}{13}$，$\sin B=\dfrac{AC}{AB}$

$=\dfrac{5}{13}$，$\tan B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{5}{12}$.

变式 3 $\because CD$ 是斜边 AB 上的中线，且 $CD=5$，

$\therefore AB=2CD=10$.

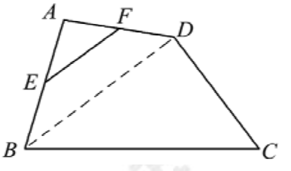
根据勾股定理得，$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$.

$\therefore \sin B=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$，

$\cos B=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$，

$\tan B=\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$.

变式 4 如图，连接 BD.



$\because E, F$ 分别是 AB, AD 的中点，

$\therefore BD=2EF=4$.

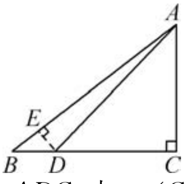
$\because BC=5, CD=3, 4^2+3^2=5^2$，

$\therefore$△BCD 是$\angle BDC=90^\circ$的直角三角形.

$\therefore \sin C=\dfrac{BD}{BC}=\dfrac{4}{5}$，$\cos C=\dfrac{CD}{BC}$

$=\dfrac{3}{5}$，$\tan C=\dfrac{BD}{CD}=\dfrac{4}{3}$.

变式 5 如图，过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E.



在 Rt△ADC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle ADC=45^\circ$，

初中数学例题变式训练

九年级下册

责任编辑：王贵男
装帧设计：王其宝
刘羽珂

ISBN 978-7-5333-3350-8

定价：10.50元