

义务教育教科书最新配套用书 **B**

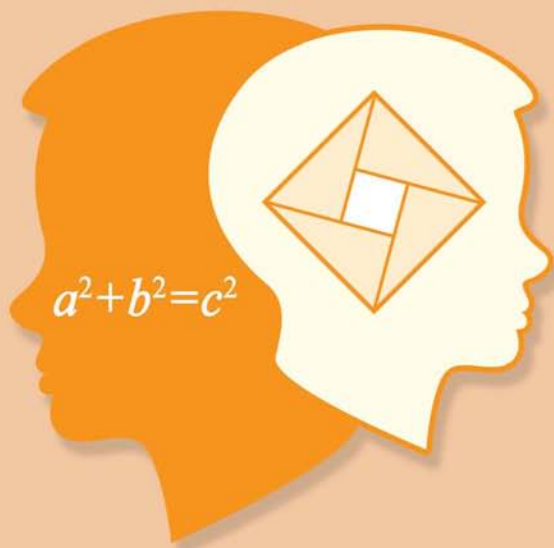
八年级下册数学

# 例题变式

BANIANJI XIACE SHUXUE LITI BIANSHI XUNLIAN

训练

《初中数学例题变式训练》编写组 编



齊魯書社

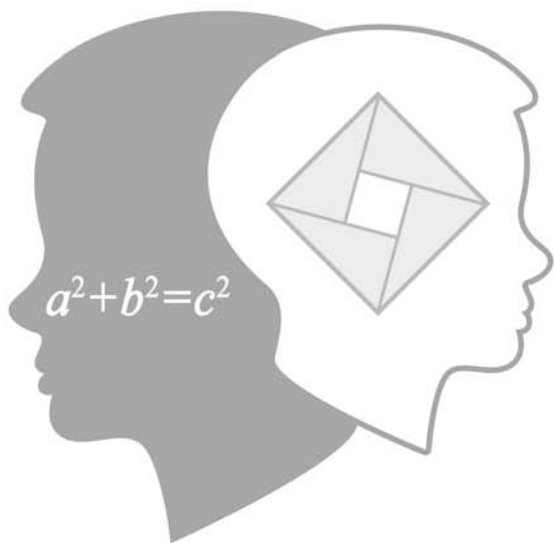
八年级下册数学

# 例题变式

BANIANJI XIACE SHUXUE LITI BIANSHI XUNLIAN

训练

《初中数学例题变式训练》编写组 编



齊魯書社

## 图书在版编目(CIP)数据

八年级下册数学例题变式训练 / 《初中数学例题变式训练》编写组编. -- 济南 : 齐鲁书社, 2016.1  
(2020.1 重印)

ISBN 978 - 7 - 5333 - 3452 - 9

I. ①八… II. ①初… III. ①中学数学课—初中—习题集 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 280690 号

## 八年级下册数学例题变式训练

《初中数学例题变式训练》编写组 编

---

主管单位 山东出版传媒股份有限公司

出 版 齐鲁书社

社 址 济南市英雄山路 189 号

邮 编 250002

网 址 www.qlss.com.cn

电子邮箱 qilupress@126.com

发 行 山东新华书店集团有限公司

印 刷 莱芜市凤城印务有限公司

开 本 880mm×1230mm 1/32

印 张 4.5

字 数 120 千字

版 次 2016 年 1 月第 1 版

印 次 2020 年 1 月第 5 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5333 - 3452 - 9

定 价 10.50 元

---

# 目 录

## 第一章 三角形的证明

第 1 课时	等腰三角形(1) .....	( 1 )
第 2 课时	等腰三角形(2) .....	( 3 )
第 3 课时	等腰三角形(3) .....	( 5 )
第 4 课时	等腰三角形(4) .....	( 7 )
第 5 课时	直角三角形(1) .....	( 9 )
第 6 课时	直角三角形(2) .....	(11)
第 7 课时	线段的垂直平分线(1) .....	(13)
第 8 课时	线段的垂直平分线(2) .....	(15)
第 9 课时	角平分线(1) .....	(17)
第 10 课时	角平分线(2) .....	(19)
章末测试	.....	(21)

## 第二章 一元一次不等式与一元一次不等式组

第 1 课时	不等关系 .....	(24)
第 2 课时	不等式的基本性质 .....	(26)
第 3 课时	不等式的解集 .....	(27)
第 4 课时	一元一次不等式(1) .....	(28)
第 5 课时	一元一次不等式(2) .....	(30)
第 6 课时	一元一次不等式与一次函数(1) .....	(32)
第 7 课时	一元一次不等式与一次函数(2) .....	(34)
第 8 课时	一元一次不等式组(1) .....	(37)
第 9 课时	一元一次不等式组(2) .....	(39)
章末测试	.....	(42)

## 第三章 图形的平移与旋转

第 1 课时	图形的平移(1) .....	(45)
第 2 课时	图形的平移(2) .....	(47)
第 3 课时	图形的平移(3) .....	(49)
第 4 课时	图形的旋转 .....	(52)

第 5 课时	中心对称 .....	(54)
第 6 课时	简单的图案设计 .....	(56)

## 第四章 因式分解

第 1 课时	因式分解 .....	(58)
第 2 课时	提公因式法(1) .....	(60)
第 3 课时	提公因式法(2) .....	(62)
第 4 课时	公式法(1) .....	(64)
第 5 课时	公式法(2) .....	(66)

## 第五章 分式与分式方程

第 1 课时	认识分式(1) .....	(68)
第 2 课时	认识分式(2) .....	(70)
第 3 课时	分式的乘除法 .....	(72)
第 4 课时	分式的加减法(1) .....	(74)
第 5 课时	分式的加减法(2) .....	(76)
第 6 课时	分式的加减法(3) .....	(78)
第 7 课时	分式方程(1) .....	(80)
第 8 课时	分式方程(2) .....	(83)
第 9 课时	分式方程(3) .....	(85)
章末测试	.....	(89)

## 第六章 平行四边形

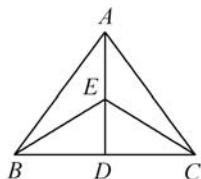
第 1 课时	平行四边形的性质(1) .....	(92)
第 2 课时	平行四边形的性质(2) .....	(94)
第 3 课时	平行四边形的判定(1) .....	(96)
第 4 课时	平行四边形的判定(2) .....	(98)
第 5 课时	平行四边形的判定(3) .....	(100)
第 6 课时	三角形的中位线 .....	(102)
第 7 课时	多边形的内角和与外角和(1) .....	(104)
第 8 课时	多边形的内角和与外角和(2) .....	(106)
章末测试	.....	(107)
参考答案	.....	(111)

## 第一章 三角形的证明

## 第 1 课时 等腰三角形(1)

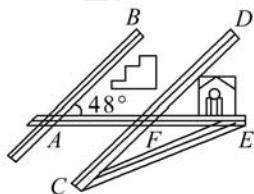
## 课本定理

**变式 1(等级一)** 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ , $AD$ 是角平分线,点 $E$ 在 $AD$ 上.请写出图中的全等三角形,并选择其中的一对加以证明.

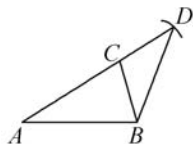


**变式 2(等级二)** 某城市几条道路的位置关系如图所示,已知 $AB \parallel CD$ , $AE$ 与 $AB$ 的夹角为 $48^\circ$ .若 $CF$ 与 $EF$ 的长度相等,则 $\angle C$ 的度数为 ( )

A.  $48^\circ$       B.  $40^\circ$       C.  $30^\circ$       D.  $24^\circ$



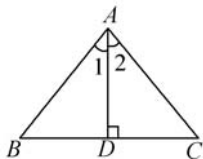
**变式 3(等级二)** 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ ,以点 $C$ 为圆心,以 $CB$ 长为半径作圆弧,交 $AC$ 的延长线于点 $D$ ,连接 $BD$ .若 $\angle A=32^\circ$ ,则 $\angle CDB$ 的大小为 \_\_\_\_\_ 度.



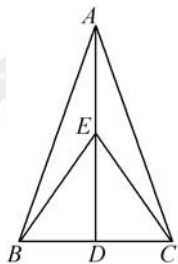
### 课本推论

**变式 1(等级一)** 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ , $AD \perp BC$ 于点 $D$ .下列结论不一定成立的是 ( )

- A.  $AD=BD$                       B.  $BD=CD$   
 C.  $\angle 1 = \angle 2$                   D.  $\angle B = \angle C$



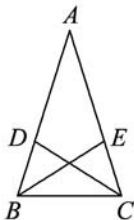
**变式 2(等级二)** 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ , $AD$ 为 $BC$ 边的中线,点 $E$ 为 $AD$ 上任意一点.求证: $BE=CE$ .



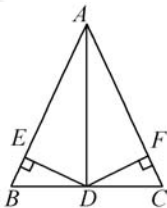
## 第 2 课时 等腰三角形(2)

## 课本例 1

变式 1(等级一) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ ,点  $D, E$  分别在  $AB, AC$  上, $AD=2BD, AE=2CE$ . 求证: $\angle ACD=\angle ABE, CD=BE$ .



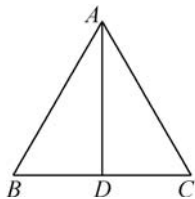
变式 2(等级一) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$ ,点  $D$  是  $BC$  的中点, $DE \perp AB$  于点  $E, DF \perp AC$  于点  $F$ . 求证: $DE=DF$ .



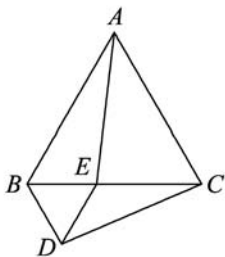


**课本想一想**

变式 1(等级一) 如图,在等边三角形  $ABC$  中,点  $D$  是边  $BC$  的中点,则  $\angle BAD =$  \_\_\_\_\_.



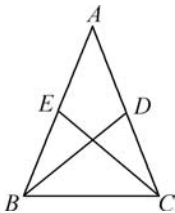
变式 2(等级二) 如图,  $\triangle ABC$  和  $\triangle BDE$  都是等边三角形. 求证:  $AE = CD$ .



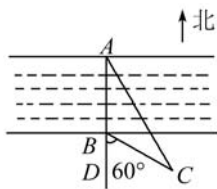
## 第3课时 等腰三角形(3)

## 课本例2

变式1(等级一) 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 $D, E$ 分别在边 $AC, AB$ 上,  
 $BD=CE, \angle DBC=\angle ECB$ . 求证: $AB=AC$ .

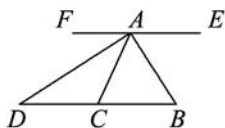


变式2(等级一) 如图,我国驻西藏某部队的一名战士欲测量河宽,他选择河流北岸的一棵树(点 $A$ )为目标,然后在这棵树的正南岸(点 $B$ )插一小旗作标志,从点 $B$ 沿南偏东 $60^\circ$ 方向走一段距离到达 $C$ 处,使 $\angle ACB=30^\circ$ ,这时测得 $BC$ 的长度就是河宽. 他的做法正确吗? 为什么?

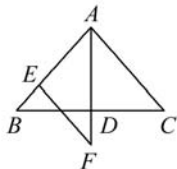


八年级下册数学例题变式训练

变式 3(等级二) 已知  $EF \parallel BD$ ,  $AD$  平分  $\angle FAC$ ,  $AB$  平分  $\angle EAC$ ,  $AC$  交  $BD$  于点  $C$ . 求证:  $CD = BC$ .



变式 4(等级二) [2019·重庆(B)改编] 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$ . 若点  $E$  在边  $AB$  上,  $EF \parallel AC$  交  $AD$  的延长线于点  $F$ . 求证:  $AE = FE$ .



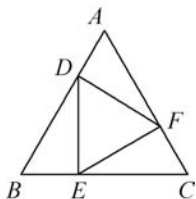
课本例 3

变式(等级一) 用反证法证明: 在三角形中最大的内角不小于  $60^\circ$ .

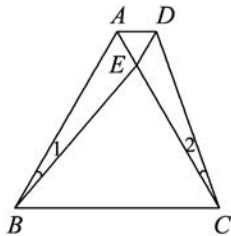
## 第 4 课时 等腰三角形(4)

## 课本定理

变式 1(等级一) 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形, 点  $D, E, F$  分别是各边上的一点, 且  $DE \perp BC, EF \perp AC, FD \perp AB$ . 求证:  $\triangle DEF$  是等边三角形.

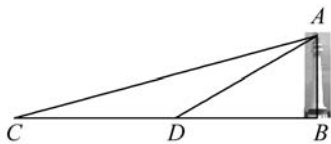


变式 2(等级二) 如图, 点  $E$  是等边三角形  $ABC$  中  $AC$  边上的点,  $\angle 1 = \angle 2, BE = CD$ . 求证:  $\triangle ADE$  是等边三角形.

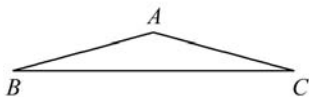


**课本例 4**

**变式 1(等级一)** 2016 年 4 月 5 日,渚碧灯塔在我国南海渚碧礁正式启用,为过往船舶提供定位参考、航路指引、航海安全信息等导航助航服务.如图,设  $AB$  为灯塔,一艘商船在  $C$  处测得  $\angle ACB = 15^\circ$ ,商船沿  $CB$  方向行驶了 110 米到达  $D$  处,测得  $\angle ADB = 30^\circ$ ,求灯塔的高度.



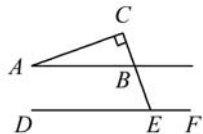
**变式 2(等级二)** 某市在“旧城改造”中计划在如图所示的一块等腰三角形( $AB=AC=20$  m,  $\angle B=15^\circ$ )空地上种草皮以美化环境.已知这种草皮的价格为  $a$  元/平方米,购买这种草皮至少需要多少钱?



## 第5课时 直角三角形(1)

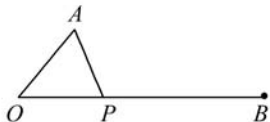
## 课本定理

变式 1(等级一) (1)如图,  $AB \parallel DF$ ,  $AC \perp CE$  于点  $C$ ,  $CE$  与  $DF$  交于点  $E$ . 若  $\angle A = 20^\circ$ , 则  $\angle CEF$  等于 \_\_\_\_\_.

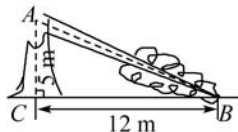


(2)在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ,  $BC = 4$  cm,  $AB$  的长为 \_\_\_\_\_.

变式 2(等级一) 如图,  $\angle AOB = 50^\circ$ , 点  $P$  是边  $OB$  上的一个动点 (不与点  $O$  重合). 当  $\angle A$  的度数为 \_\_\_\_\_ 时,  $\triangle AOP$  为直角三角形.



变式 3(等级一) 2019 年 7 月 3 日, 辽宁省开原市遭遇龙卷风袭击, 许多居民的房屋被损坏, 许多大树被刮断. 其中一棵大树在离地面 5 m 处被刮断, 树梢落在离树根 12 m 处 (如图所示). 求这棵大树在折断之前的高度.



**变式 4(等级二)** 在等腰三角形  $ABC$  中,  $AB=AC$ , 点  $D$  是  $BC$  边的中点,  $BC=12, AB=8$ , 则  $S_{\triangle ABC} =$  \_\_\_\_\_.

### 课本定理

**变式 1(等级一)** 下列四组线段中, 可以构成直角三角形的是 ( )

A. 4, 5, 6

B. 1.5, 2, 2.5

C. 2, 3, 4

D.  $1, \sqrt{2}, 3$

**变式 2(等级二)** 已知  $a, b, c$  是  $\triangle ABC$  的三边, 且满足  $(a+b)^2 = c^2 + 2ab$ , 则  $\triangle ABC$  是 \_\_\_\_\_.

### 课本议一议

**变式(等级一)** 说出下列命题的逆命题, 并判断逆命题的真假.

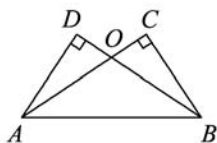
- (1) 等角的补角相等;
- (2) 两直线平行, 内错角相等;
- (3) 如果  $ab \neq 0$ , 那么  $a \neq 0$  且  $b \neq 0$ .

## 第 6 课时 直角三角形(2)

## 课本例

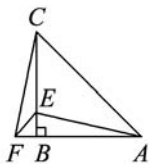
变式 1(等级一) 如图,  $AC \perp BC$ ,  $BD \perp AD$ ,  $AC$  与  $BD$  交于点  $O$ ,  $AC = BD$ . 求证:

- (1)  $BC = AD$ ;  
 (2)  $\triangle OAB$  是等腰三角形.



变式 2(等级二) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = CB$ ,  $\angle ABC = 90^\circ$ , 点  $F$  为  $AB$  延长线上一点, 点  $E$  在  $BC$  上, 且  $AE = CF$ . 求证:

- (1)  $\text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle CBF$ ;  
 (2)  $\angle ACF + \angle EAC = 90^\circ$ .



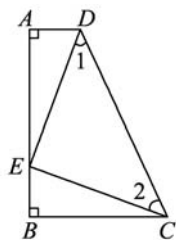


八年级下册数学例题变式训练

变式 3(等级二) 如图,  $\angle A = \angle B = 90^\circ$ , 点  $E$  是  $AB$  上的一点, 且  $AE = BC$ ,  $\angle 1 = \angle 2$ .

(1)  $\text{Rt}\triangle ADE$  与  $\text{Rt}\triangle BEC$  全等吗? 请说明理由.

(2)  $\triangle CDE$  是不是直角三角形? 请说明理由.

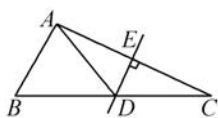


## 第 7 课时 线段的垂直平分线(1)

## 课本定理

变式 1(等级一) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $DE$ 是 $AC$ 的垂直平分线,且分别交 $BC,AC$ 于点 $D$ 和点 $E$ , $\angle B=60^\circ$ , $\angle C=25^\circ$ ,则 $\angle BAD$ 为

( )

A.  $50^\circ$ B.  $70^\circ$ C.  $75^\circ$ D.  $80^\circ$ 

变式 2(等级二) (1)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC$ 的垂直平分线分别交 $AC,BC$ 于 $E,D$ 两点, $EC=4$ , $\triangle ABC$ 的周长为 23,则 $\triangle ABD$ 的周长为

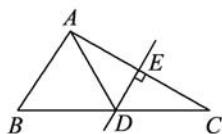
( )

A. 13

B. 15

C. 17

D. 19



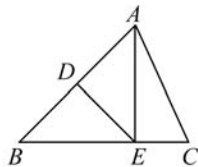
(2)(2019·南充)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB$ 的垂直平分线交 $AB$ 于点 $D$ ,交 $BC$ 于点 $E$ .若 $BC=6,AC=5$ ,则 $\triangle ACE$ 的周长为( )

A. 8

B. 11

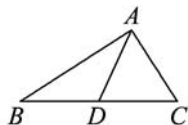
C. 16

D. 17

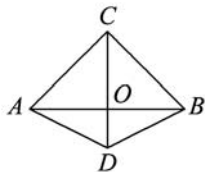


**课本例 1**

**变式 1(等级一)** 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知点  $D$  在  $BC$  上,且  $BD + AD = BC$ . 求证:点  $D$  在  $AC$  的垂直平分线上.



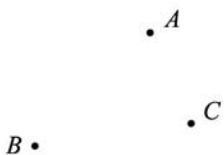
**变式 2(等级二)** 如图,点  $C, D$  是线段  $AB$  外的两点,  $AB$  与  $CD$  相交于点  $O$ ,且  $AC = BC, AO = BO$ . 求证:  $\angle CAD = \angle CBD$ .



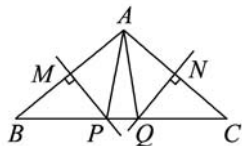
## 第 8 课时 线段的垂直平分线(2)

## 课本例 2

变式 1(等级一) 某区政府为了方便居民的生活,计划在三个住宅小区  $A, B, C$  之间修建一个购物中心. 请问该购物中心应建于何处, 才能使得它到三个小区的距离相等?

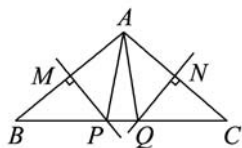


变式 2(等级一) 在  $\triangle ABC$  中,  $PM, QN$  分别垂直平分  $AB, AC$ . 若  $\angle BAC = 100^\circ$ , 则  $\angle PAQ =$  \_\_\_\_\_.



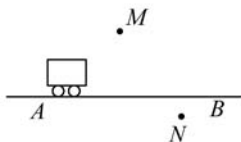
### 八年级下册数学例题变式训练

**变式 3(等级一)** 在 $\triangle ABC$ 中, $PM, QN$ 分别垂直平分 $AB, AC$ ,交 $BC$ 于点 $P, Q, BC=8$ ,求 $\triangle APQ$ 的周长.

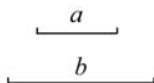


### 课本例 3

**变式 1(等级一)** 如图,一辆汽车在笔直的公路 $AB$ 上由 $A$ 向 $B$ 行驶,两个村庄 $M, N$ 分别位于公路 $AB$ 两侧.当汽车行驶到哪个位置时,到村庄 $M, N$ 的距离相等?



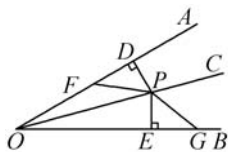
**变式 2(等级一)** 已知线段 $a, b$ ,求作 $\text{Rt}\triangle ABC$ ,使直角边 $AB=a$ ,斜边 $AC=b$ .



## 第9课时 角平分线(1)

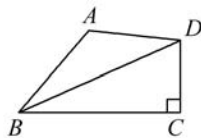
## 课本定理

**变式 1(等级一)** 如图,点  $P$  是  $OC$  上一点,  $PD \perp OA$  于点  $D$ ,  $PE \perp OB$  于点  $E$ , 点  $F, G$  分别是  $OA, OB$  上的点, 且  $PF = PG, DF = EG$ . 求证:  $OC$  是  $\angle AOB$  的平分线.



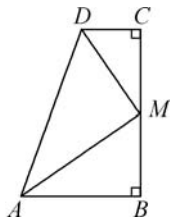
**变式 2(等级二)** (2019·湖州) 如图, 已知在四边形  $ABCD$  中,  $\angle BCD = 90^\circ$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ ,  $AB = 6, BC = 9, CD = 4$ , 则四边形  $ABCD$  的面积是 ( )

- A. 24      B. 30      C. 36      D. 42



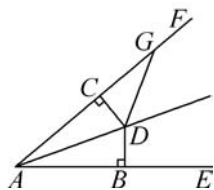
**变式 3(等级二)** 如图,  $\angle B = \angle C = 90^\circ$ , 点  $M$  是  $BC$  的中点,  $DM$  平分  $\angle ADC$ , 且  $\angle ADC = 110^\circ$ , 则  $\angle MAB =$  ( )

- A.  $30^\circ$       B.  $35^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $60^\circ$

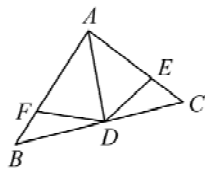


**课本例 1**

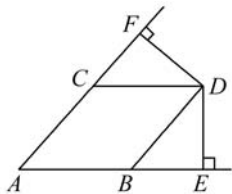
**变式 1(等级一)** 如图,  $DB \perp AE$  于点  $B$ ,  $DC \perp AF$  于点  $C$ , 且  $DB = DC = 2$ ,  $\angle BAC = 40^\circ$ ,  $\angle ADG = 130^\circ$ , 求  $DG$  的长.



**变式 2(等级二)** 如图, 点  $D, E, F$  分别是  $\triangle ABC$  三边上的点,  $BF = CE$ ,  $\triangle DCE$  和  $\triangle DBF$  的面积相等. 求证:  $AD$  平分  $\angle BAC$ .



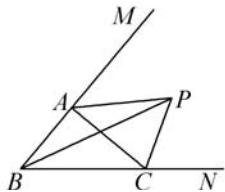
**变式 3(等级二)** 如图, 点  $B, C$  分别在  $\angle A$  的两边上, 点  $D$  是  $\angle A$  内一点,  $DE \perp AB$ ,  $DF \perp AC$ , 垂足分别为  $E, F$ , 且  $AB = AC$ ,  $DE = DF$ . 求证:  $BD = CD$ .



## 第 10 课时 角平分线(2)

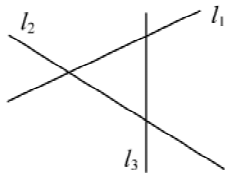
## 课本例 2

变式 1(等级一) 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACB$ 的外角的平分线相交于点 $P$ ,连接 $AP$ . 求证: $PA$ 平分 $\angle CAM$ .



变式 2(等级二) 直线 $l_1, l_2, l_3$ 表示三条相互交叉的公路,现要建一个货物中转站,要求它到三条公路的距离相等,则可供选择的地址有 ( )

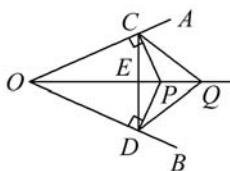
- A. 一处      B. 两处      C. 三处      D. 四处



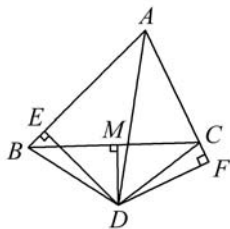


**课本例 3**

**变式 1(等级一)** 如图,  $P, Q$  是  $\angle AOB$  平分线上的点,  $PC \perp OA$ ,  $PD \perp OB$ , 垂足分别为  $C, D$ . 求证:  $CQ = DQ$ .



**变式 2(等级二)** 如图,  $AB > AC$ ,  $\angle A$  的平分线与  $BC$  的垂直平分线相交于点  $D$ , 过点  $D$  作  $DE \perp AB$  于点  $E$ ,  $DF \perp AC$  交  $AC$  的延长线于点  $F$ . 求证:  $BE = CF$ .



## 章末测试

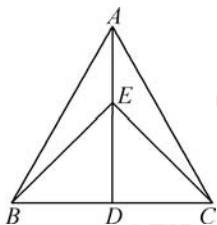
## 一、选择题

1. 若等腰三角形的周长为 10 cm, 其中一边长为 2 cm, 则该等腰三角形的底边长为 ( )

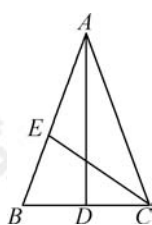
A. 2 cm      B. 4 cm      C. 6 cm      D. 8 cm

2. 如图, 等边三角形  $ABC$  中,  $AD \perp BC$ , 垂足为  $D$ , 点  $E$  在线段  $AD$  上,  $\angle EBC = 45^\circ$ , 则  $\angle ACE$  等于 ( )

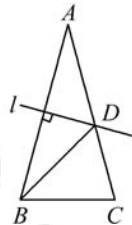
A.  $15^\circ$       B.  $30^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $60^\circ$



第 2 题图



第 3 题图



第 4 题图

3. 如图,  $AD, CE$  分别是  $\triangle ABC$  的中线和角平分线. 若  $AB = AC$ ,  $\angle CAD = 20^\circ$ , 则  $\angle ACE$  的度数是 ( )

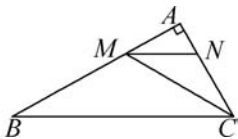
A.  $20^\circ$       B.  $35^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $70^\circ$

4. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AB$  的垂直平分线交  $AC$  于点  $D$ , 则  $\angle CBD$  的度数为 ( )

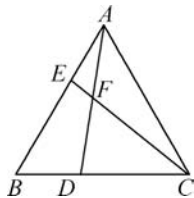
A.  $30^\circ$       B.  $45^\circ$       C.  $50^\circ$       D.  $75^\circ$

5. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $CM$  平分  $\angle ACB$  交  $AB$  于点  $M$ , 过点  $M$  作  $MN \parallel BC$  交  $AC$  于点  $N$ , 且  $MN$  平分  $\angle AMC$ . 若  $AN = 1$ , 则  $BC$  的长为 ( )

A. 4      B. 6      C.  $4\sqrt{3}$       D. 8



第 5 题图



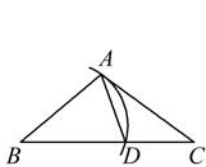
第 6 题图

## 八年级下册数学例题变式训练

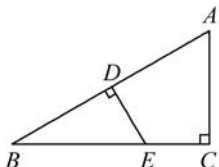
6. 如图,在等边三角形  $ABC$  中,点  $D, E$  分别在边  $BC, AB$  上,且  $BD = AE$ ,  $AD$  与  $CE$  交于点  $F$ ,则  $\angle DFC$  的度数为 ( )
- A.  $75^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $45^\circ$       D.  $30^\circ$

### 二、填空题

7. 如图,以  $\triangle ABC$  的顶点  $B$  为圆心、 $BA$  长为半径画弧,交  $BC$  边于点  $D$ ,连接  $AD$ . 若  $\angle B = 40^\circ$ ,  $\angle C = 36^\circ$ ,则  $\angle DAC$  的度数为 \_\_\_\_\_.

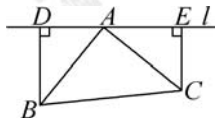


第 7 题图

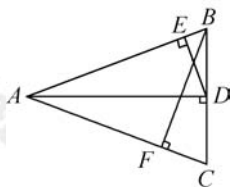


第 8 题图

8. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AB$  的垂直平分线分别交  $AB, BC$  于点  $D, E$ . 若  $\angle B = 30^\circ$ ,  $BC = 10$ ,则  $CE =$  \_\_\_\_\_.
9. 如图,在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ ,  $BD \perp$  直线  $l$  于点  $D$ ,  $CE \perp$  直线  $l$  于点  $E$ . 若  $BD = 5$  cm,  $CE = 4$  cm,则  $DE =$  \_\_\_\_\_.



第 9 题图

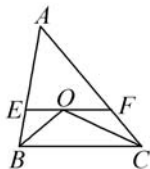


第 10 题图

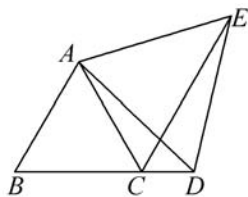
10. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$ ,  $DE \perp AB$  于点  $E$ ,  $BF \perp AC$  于点  $F$ ,  $DE = 3$  cm,则  $BF =$  \_\_\_\_\_ cm.

### 三、解答题

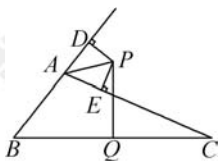
11. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $BO$  平分  $\angle ABC$ ,  $CO$  平分  $\angle ACB$ . 若过点  $O$  作直线  $EF$  和  $BC$  平行,与  $AB$  交于点  $E$ ,与  $AC$  交于点  $F$ ,则线段  $EF$  和  $EB, FC$  之间有怎样的数量关系? 请说明理由.



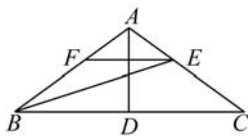
12. 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形, 点  $D$  在  $BC$  的延长线上,  $CE$  平分  $\angle ACD$ , 且  $CE=BD$ . 求证:  $\triangle ADE$  是等边三角形.



13. 如图,  $\triangle ABC$  的外角  $\angle DAC$  的平分线交  $BC$  边的垂直平分线于点  $P$ ,  $PD \perp AB$  于点  $D$ ,  $PE \perp AC$  于点  $E$ .
- (1) 求证:  $BD=CE$ ;
- (2) 若  $AB=6$  cm,  $AC=10$  cm, 求  $AD$  的长.



14. [2019 · 重庆(A)] 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ , 点  $D$  是  $BC$  边上的中点, 连接  $AD$ .  $BE$  平分  $\angle ABC$  交  $AC$  于点  $E$ , 过点  $E$  作  $EF \parallel BC$  交  $AB$  于点  $F$ .
- (1) 若  $\angle C=36^\circ$ , 求  $\angle BAD$  的度数;
- (2) 求证:  $FB=FE$ .



## 第二章 一元一次不等式与 一元一次不等式组

### 第 1 课时 不等关系

#### 课本做一做

变式 1(等级一) 用适当的符号表示下列关系:

(1)  $x$  的  $\frac{1}{3}$  与  $x$  的 2 倍的和是非正数;

(2) 一枚炮弹的杀伤半径不小于 300 米;

(3) 三件同样的上衣与四条同样的长裤的总价钱不高于 268 元;

(4) 明天下雨的可能性不小于 70%;

(5) 小明的体重不比小刚轻.

变式 2(等级二) 在某市棚户区改造的过程中,一个工程队计划要在 6 天内完成 300 土方的任务,第一天已经完成了 60 土方,现在要比原计划至少提前两天完成任务. 请列出以后几天平均每天至少要完成的土方数  $x$  应满足的关系式\_\_\_\_\_.

**变式 3(等级二)** 某校两名教师带若干名学生去旅游,联系了两家标价相同的旅游公司(学生、成人收费标准相同).经洽谈后,甲公司的优惠条件是 1 名教师全额收费,其余师生七五折收费;乙公司的优惠条件是师生全部八折收费.请问当学生人数超过多少时,甲旅游公司比乙旅游公司更优惠?(只列关系式即可)

**变式 4(等级二)** 某班 50 名学生上体育课,老师出了一道题目:现在拿来一些篮球,如果每 5 人一组玩一个篮球,就会有些同学没有球玩;如果每 6 人一组玩一个篮球,就会有一组玩篮球的人数不足 6 人.你们知道有几个篮球吗?

甲同学说:如果有  $x$  个篮球, $5x < 50$ .

乙同学说:如果有  $x$  个篮球, $6x > 50$ .

丙同学说:如果有  $x$  个篮球, $6(x-1) < 50$ .

你明白他们的意思吗?请解释一下.

## 第2课时 不等式的基本性质

### 课本例

**变式1(等级一)** 已知  $a > b$ , 用“ $<$ ”或“ $>$ ”填空:

(1)  $a+1$  \_\_\_\_\_  $b+1$ ;                      (2)  $2a-3$  \_\_\_\_\_  $2b-3$ ;

(3)  $3a$  \_\_\_\_\_  $3b$ ;                      (4)  $\frac{a}{4}$  \_\_\_\_\_  $\frac{b}{4}$ ;

(5)  $-\frac{a}{7}$  \_\_\_\_\_  $-\frac{b}{7}$ ;                      (6)  $-a+1$  \_\_\_\_\_  $-b+1$ .

**变式2(等级一)** (2019·广安) 若  $m > n$ , 则下列不等式不一定成立的是 ( )

A.  $m+3 > n+3$

B.  $-3m < -3n$

C.  $\frac{m}{3} > \frac{n}{3}$

D.  $m^2 > n^2$

**变式3(等级二)** 根据不等式的基本性质, 把下列不等式化成“ $x > a$ ”或“ $x < a$ ”的形式:

(1)  $x-2 < 3$ ;

(2)  $6x < 5x-1$ ;

(3)  $-4x > 3$ ;

(4)  $2-3x \geq 5$ .

**变式4(等级二)** 若  $3x > -3y$ , 则下列不等式中一定成立的是

( )

A.  $x+y > 0$

B.  $x-y > 0$

C.  $x+y < 0$

D.  $x-y < 0$

**变式5(等级二)** 如果  $a > 0, b > a, c < 0$ , 那么下列不等式成立的是

( )

A.  $a+c > b$

B.  $a+c > b-c$

C.  $ac-1 > bc-1$

D.  $a(c-1) < b(c-1)$

## 第3课时 不等式的解集

## 课本想一想

变式 1(等级一) 判断正误:

(1) 不等式  $x+1>3$  有无数个解;

(2) 不等式  $2x+3\leq 0$  的解集为  $x\geq -\frac{1}{3}$ .

变式 2(等级二) 填空:

(1) 不等式  $x<3$  的非负整数解是 \_\_\_\_\_;

(2) 不等式  $x-1\leq 1$  的正整数解是 \_\_\_\_\_.

## 课本议一议

变式 1(等级一) 在数轴上表示下列不等式的解集:

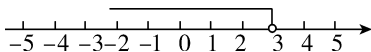
(1)  $x\leq -3$ ;

(2)  $x>0.5$ ;

(3)  $x<3$ ;

(4)  $-1\geq -x-3$ .

变式 2(等级二) 若关于  $x$  的不等式  $3m-2x>6$  的解集如图所示, 则  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.





## 第 4 课时 一元一次不等式(1)

### 课本例 1

**变式 1(等级一)** 解下列不等式,并把解集表示在数轴上.

$$(1) x-1 > 2x-4;$$

$$(2) x+1 \geq 2x-1;$$

$$(3) (2019 \cdot \text{凉山州改编}) 1-x \geq x-1.$$

**变式 2(等级一)** 解下列不等式,并把解集表示在数轴上.

$$(1) 3x-1 \geq 2(x-1);$$

$$(2) 3(x-1)-4x \leq x-3;$$

$$(3) 10-4(x-3) \leq 2(x+17);$$

$$(4) (2019 \cdot \text{武威改编}) 2x+9 \geq 3(x+2).$$

## 课本例 2

变式 1(等级一) 解下列不等式,并把它们的解集表示在数轴上.

$$(1) \frac{3x-2}{2} \leq 2;$$

$$(2) \frac{5x-1}{3} < x+1;$$

$$(3) (2019 \cdot \text{淄博}) \frac{x-5}{2} + 1 > x-3.$$

变式 2(等级一) 解下列不等式,并把解集表示在数轴上.

$$(1) \frac{4x-1}{2} \leq \frac{1-5x}{3};$$

$$(2) \frac{5x+1}{6} - 2 \geq \frac{x-5}{4};$$

$$(3) \frac{y+1}{3} - \frac{y-1}{2} > \frac{y-1}{6};$$

$$(4) (2019 \cdot \text{攀枝花}) \frac{x-2}{5} - \frac{x+4}{2} > -3.$$

## 第 5 课时 一元一次不等式(2)

### 课本例 3

**变式 1(等级一)** [2019·重庆(B)改编]某次知识竞赛共有 20 道题,答对一道题得 10 分,答错或不答扣 5 分.小华的得分要超过 120 分,他至少要答对多少道题?

**变式 2(等级一)** 学校举办的消防知识竞赛共有 25 道题,规定答对一道题得 6 分,答错或不答扣 2 分,只有得分超过 90 分才能获得奖品.小明代表班级参加了这次竞赛,请问小明至少答对多少道题才能获得奖品?

**变式 3(等级一)** 2017 年 5 月 14 日至 15 日,第一届“一带一路”国际合作高峰论坛在北京举行.某厂准备生产甲、乙两种商品共 8 万件销往“一带一路”沿线国家和地区.已知甲种商品每件 900 元,乙种商品每件 600 元,若甲、乙两种商品的销售总收入不低于 5 400 万元,则至少销售甲种商品多少万件?

**变式 4(等级二)** 某图书馆计划选购甲、乙两种图书. 已知甲种图书每本价格为 50 元, 乙种图书每本价格为 20 元. 如果该图书馆购买乙种图书的本数比甲种图书的 2 倍多 8 本, 且用于购买甲、乙两种图书的经费不超过 1 060 元, 那么该图书馆最多可以购买多少本乙种图书?

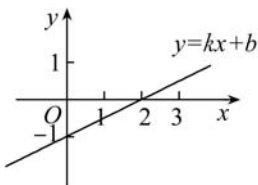
**变式 5(等级二)** 某种商品进价为 800 元, 出售时标价为 1 200 元, 后来由于该商品积压, 商家准备打折出售, 但要保持利润率不低于 5%, 你认为该商品至多可以打几折?

## 第 6 课时 一元一次不等式与一次函数(1)

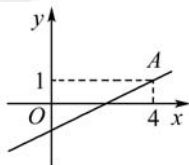
### 课本想一想

**变式 1(等级一)** 一次函数  $y=kx+b$  的图象如图所示, 图象过点  $(2,0), (0,-1)$ .

- (1) 当  $x$  取哪些值时,  $y>0$ ?
- (2) 当  $x$  取哪些值时,  $y<0$ ?
- (3) 当  $x$  取哪些值时,  $y<-1$ ?



**变式 2(等级一)** (2019·黔东南州) 如图, 一次函数  $y=ax+b$  ( $a, b$  为常数, 且  $a>0$ ) 的图象经过点  $A(4,1)$ , 则不等式  $ax+b<1$  的解集为\_\_\_\_\_.



### 课本做一做

**变式 1(等级一)** 已知  $y_1=2x-4, y_2=-2x+8$ .

- (1) 当  $x$  取哪些值时,  $y_1>y_2$ ?
- (2) 当  $x$  取何值时,  $y_1=y_2$ ?
- (3) 当  $x$  取哪些值时,  $y_1<y_2$ ?

**变式 2(等级二)** 某游泳馆每年夏季推出两种游泳付费方式. 方式一:先购买会员证,每张会员证 100 元,只限本人当年使用,凭证游泳每次再付费 5 元;方式二:不购买会员证,每次游泳付费 9 元. 设小明计划今年夏季游泳次数为  $x$  ( $x$  为正整数).

(1)根据题意,填写下表:

游泳次数	10	15	20	...	$x$
方式一的总费用/元	150	175		...	
方式二的总费用/元	90	135		...	

(2)若小明计划今年夏季游泳的总费用为 270 元,选择哪种付费方式,他游泳的次数比较多?

(3)当  $x > 20$  时,小明选择哪种付费方式更合算? 请说明理由.

## 第7课时 一元一次不等式与一次函数(2)

## 课本例

**变式 1(等级一)** 2019年4月23日是第24个“世界读书日”，国家图书馆、中国图书馆协会、“学习强国”学习平台联合全国图书馆界共同开展“读经典、学新知、链接美好生活”世界读书日活动. 某书报亭为响应活动号召，开设两种租书方式：一种是零星租书，每册收费1元；另一种是会员卡租书，办卡费每月12元，租书费每册0.4元. 小军经常来该书报亭租书，若每月租书数量为 $x$ 册.

- (1) 写出零星租书方式应付金额  $y_1$  (元) 与租书数量  $x$  (册) 之间的函数关系式；
- (2) 写出会员卡租书方式应付金额  $y_2$  (元) 与租书数量  $x$  (册) 之间的函数关系式；
- (3) 小军选取哪种租书方式更合算？

**变式 2(等级二)** 绵州大剧院举行专场音乐会,成人票每张 20 元,学生票每张 5 元.暑假期间,为了丰富广大师生的业余文化生活,剧院制订了两种优惠方案.方案一:每购买一张成人票赠送一张学生票;方案二:按总价的 90%付款.某校有 4 名老师与若干名(不少于 4 人)学生去听音乐会.

(1)设学生有  $x$  人,选择方案一购票时,付款总金额为  $y_1$  元,选择方案二购票时,付款总金额为  $y_2$  元,分别求出  $y_1, y_2$  与  $x$  之间的关系式;

(2)请计算并确定出最节省费用的购票方案.



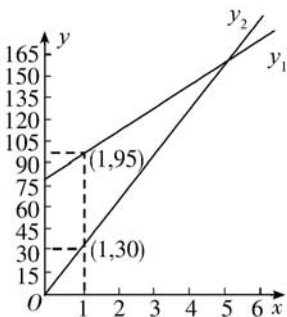
变式 3(等级二) “五一”期间,小明一家乘坐高铁前往某市旅游,计划第二天租用新能源汽车自驾出游.



甲公司:按日收取固定租金80元,另外再按租车时间计费;  
乙公司:无固定租金,直接以租车时间计费,每小时的租费是30元.



方案一:选择甲公司;  
方案二:选择乙公司.  
选择哪个方案合理呢?



根据以上信息,解答下列问题:

- (1) 设租车时间为  $x$  小时,租用甲公司的车所需费用为  $y_1$  元,租用乙公司的车所需费用为  $y_2$  元,分别求出  $y_1, y_2$  关于  $x$  的函数表达式;
- (2) 请你帮助小明计算并选择哪个出游方案合算.

## 第 8 课时 一元一次不等式组(1)

## 课本想一想

变式 1(等级一) 下列式子中是一元一次不等式组的有 ( )

$$(1) \begin{cases} x-1 < 0, \\ x+2 < 0; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x-15 < 10, \\ x+21 > 20; \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x-15 < 10a, \\ x+21 > 2b; \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} x-15 < 10, \\ y+21 > 20; \end{cases}$$

$$(5) 2 < 2x+3 < 8;$$

$$(6) 2 < 3x+y < 6.$$

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

变式 2(等级一) 下列数中是不等式组  $2 < 2x+3 < 8$  的解的是 ( )

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

## 课本例 1

变式 1(等级一) 解下列不等式组,并把解集在数轴上表示出来:

$$(1) \begin{cases} 2x > -4, \\ x-1 \leq 1; \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x+1 \geq 3, \\ -2x-6 > -4; \end{cases}$$

$$(3) (2019 \cdot \text{湘西州}) \begin{cases} x-2 < 1, \\ 4x+5 > x+2. \end{cases}$$

变式 2(等级二) 不等式组  $\begin{cases} x+1 > 0, \\ 1-\frac{1}{2}x \geq 0 \end{cases}$  的最小整数解是\_\_\_\_\_.

## 第9课时 一元一次不等式组(2)

## 课本例2

变式(等级一) 解下列不等式组,并把解集在数轴上表示出来:

$$(1) \begin{cases} 3x+2 > 2(x-1), & \text{①} \\ 4x-2 \leq 3x-2; & \text{②} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x-7 < 3(x-1), & \text{①} \\ 5-\frac{1}{2}(x+4) \geq x. & \text{②} \end{cases}$$

## 课本例3

变式1(等级一) 解下列不等式组,并把解集在数轴上表示出来:

$$(1) \begin{cases} 2x+1 > x, & \text{①} \\ \frac{x+5}{2} - x \geq 1; & \text{②} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x-5 \leq 1, & \textcircled{1} \\ \frac{13-x}{3} < 4x; & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} 3x-5 < x+1, & \textcircled{1} \\ \frac{3x-4}{6} \leq \frac{2x-1}{3}; & \textcircled{2} \end{cases}$$

$$(4) \begin{cases} 2x+3(x-2) < 4, & \textcircled{1} \\ \frac{x+3}{2} < \frac{2x-5}{3} + 3. & \textcircled{2} \end{cases}$$

变式 2(等级二) (1)求不等式组  $\begin{cases} 4x-7 < 5(x-1), \\ \frac{x}{3} \leq 3 - \frac{x-2}{2} \end{cases}$  的正整数解.

(2)解不等式组:  $\begin{cases} \frac{1}{2}(x+1) \leq 2, \\ \frac{x+2}{2} \geq \frac{x+3}{3}, \end{cases}$  并求出不等式组的整数解之和.

(3)(2019·扬州)解不等式组:  $\begin{cases} 4(x+1) \leq 7x+13, \\ x-4 < \frac{x-8}{3}, \end{cases}$  并写出它的所有负整数解.

(4)(2019·遂宁)解不等式组:  $\begin{cases} 3x < 5x+6, \\ \frac{x+1}{6} \geq \frac{x-1}{2}, \end{cases}$  把它的解集在数轴上表示出来,并写出其整数解.

## 章末测试

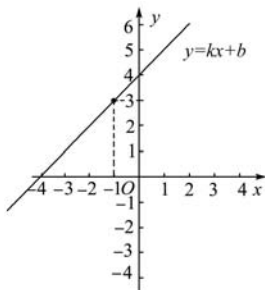
### 一、选择题

1. 若  $a < b$ , 则下列结论不一定成立的是 ( )

- A.  $a-1 < b-1$                       B.  $2a < 2b$   
 C.  $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$                       D.  $a^2 < b^2$

2. (2019·通辽) 如图, 直线  $y = kx + b$  ( $k \neq 0$ ) 经过点  $(-1, 3)$ , 则不等式  $kx + b \geq 3$  的解集为 ( )

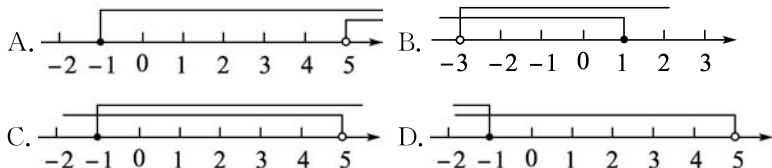
- A.  $x > -1$   
 B.  $x < -1$   
 C.  $x \geq 3$   
 D.  $x \geq -1$



3. (2019·聊城) 若不等式组  $\begin{cases} \frac{x+1}{3} < \frac{x}{2} - 1, \\ x < 4m \end{cases}$  无解, 则  $m$  的取值范围为 ( )

- A.  $m \leq 2$               B.  $m < 2$               C.  $m \geq 2$               D.  $m > 2$

4. (2019·威海) 解不等式组  $\begin{cases} 3-x \geq 4, \text{ ①} \\ \frac{2}{3}x + 1 > x - \frac{2}{3} \text{ ②} \end{cases}$  时, 不等式①②的解集在同一条数轴上表示正确的是 ( )



5. (2019·呼和浩特) 若不等式  $\frac{2x+5}{3} - 1 \leq 2-x$  的解集中,  $x$  的每一个值都能使关于  $x$  的不等式  $3(x-1) + 5 > 5x + 2(m+x)$  成立, 则  $m$  的取值范围是 ( )

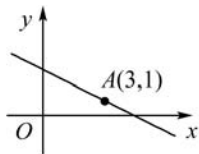
- A.  $m > -\frac{3}{5}$               B.  $m < -\frac{1}{5}$               C.  $m < -\frac{3}{5}$               D.  $m > -\frac{1}{5}$

6. (2019·绵阳)红星商店计划用不超过4 200元的资金,购进甲、乙两种单价分别为60元、100元的商品共50件,据市场行情,销售甲、乙商品各一件分别可获利10元、20元.两种商品均售完,若所获利润大于750元,则该店进货方案有 ( )
- A. 3种      B. 4种      C. 5种      D. 6种

## 二、填空题

7. 若不等式 $(m-3)x^{|m-2|}+2>0$ 是关于 $x$ 的一元一次不等式,则 $m$ 的值为\_\_\_\_\_.

8. (2019·滨州)如图,直线 $y=kx+b(k<0)$ 经过点 $A(3,1)$ .当 $kx+b<\frac{1}{3}x$ 时, $x$ 的取值范围为\_\_\_\_\_.

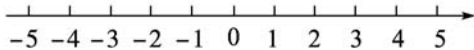


9. (2019·鄂州)若关于 $x, y$ 的二元一次方程组 $\begin{cases} x-3y=4m+3, \\ x+5y=5 \end{cases}$ 的解满足 $x+y\leq 0$ ,则 $m$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. (2019·荆州)对非负实数 $x$ “四舍五入”到个位的值记为 $(x)$ ,即当 $n$ 为非负整数时,若 $n-0.5\leq x<n+0.5$ ,则 $(x)=n$ ,如 $(1.34)=1$ , $(4.86)=5$ .若 $(0.5x-1)=6$ ,则实数 $x$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

11. (1)(2019·江西)解不等式组: $\begin{cases} 2(x+1)>x, \\ 1-2x\geq\frac{x+7}{2}, \end{cases}$ 并在数轴上表示它的解集.





(2)(2019·宜昌)解不等式组: 
$$\begin{cases} x > \frac{1-x}{2}, \\ 3\left(x-\frac{7}{3}\right) < x+1, \end{cases}$$
 并求此不等式

组的整数解.

12. (1) 已知方程组 
$$\begin{cases} 2x+y=5m+6, \\ x-2y=-17 \end{cases}$$
 的解为非负数, 求  $m$  的取值范围.

(2) (2019·潍坊) 已知关于  $x, y$  的二元一次方程组 
$$\begin{cases} 2x-3y=5, \\ x-2y=k \end{cases}$$
 的解满足  $x > y$ , 求  $k$  的取值范围.

13. (2019·滨州改编) 有甲、乙两种客车, 2 辆甲种客车与 3 辆乙种客车的总载客量为 180 人, 1 辆甲种客车与 2 辆乙种客车的总载客量为 105 人.

(1) 1 辆甲种客车与 1 辆乙种客车的载客量分别为多少人?

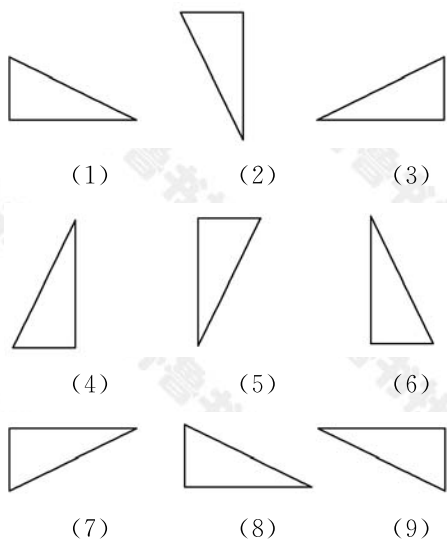
(2) 某学校组织 240 名师生集体外出活动, 拟租用甲、乙两种客车共 6 辆(每种客车至少租 1 辆), 一次将全部师生送到指定地点. 若每辆甲种客车的租金为 400 元, 每辆乙种客车的租金为 280 元, 请给出最节省费用的租车方案, 并求出最低费用.

## 第三章 图形的平移与旋转

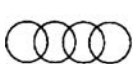
### 第 1 课时 图形的平移(1)

#### 课本例 1

**变式 1(等级一)** 如图是 9 个三角尺,其中有没有经过平移可以与另一个重合的三角尺? 如果有,把它们找出来.



**变式 2(等级一)** (1)下列汽车标志中,能通过平移得到的是 ( )



奥迪  
A.



本田  
B.



大众  
C.



铃木  
D.

(2)(2019·乐山)下列四个图形中,可以由图 1 通过平移得到的是



图1



A.



B.



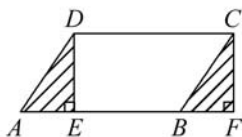
C.



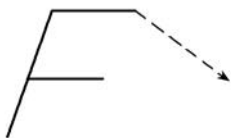
D.

八年级下册数学例题变式训练

**变式 3(等级二)** 如图,在 $\square ABCD$ 中, $CD=2.5\text{ cm}$ , $DE\perp AB$ ,垂足为 $E$ , $CF\perp AB$ ,交 $AB$ 的延长线于点 $F$ , $AE=0.8\text{ cm}$ .  $\triangle BCF$ 可以看作是\_\_\_\_\_向\_\_\_\_\_平移\_\_\_\_\_cm得到的.



**变式 4(等级二)** 如图,做出字母“F”按箭头方向平移 1 cm 后的图形.



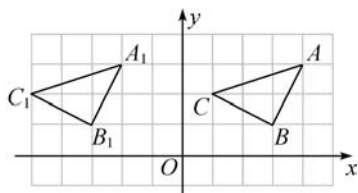
**变式 5(等级二)** 将面积为  $30\text{ cm}^2$  的等腰直角三角形  $ABC$  向下平移得到  $\triangle MNP$ ,则  $\triangle MNP$  是\_\_\_\_\_三角形,它的面积是\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .  $\triangle ABC$  沿东南方向平移了  $3\text{ cm}$ ,那么边  $BC$  上的中点  $D$  向\_\_\_\_\_方向移动了\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

## 第 2 课时 图形的平移(2)

## 课本议一议

**变式 1(等级一)** 如图,在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$  位于第一象限,点  $A$  的坐标是  $(4,3)$ ,把  $\triangle ABC$  向左平移 6 个单位长度,得到  $\triangle A_1B_1C_1$ ,则点  $B_1$  的坐标是 ( )

- A.  $(-2,3)$       B.  $(3,-1)$       C.  $(-3,1)$       D.  $(-5,2)$



**变式 2(等级一)** (1)(2019·黄冈)已知点  $A$  的坐标为  $(2,1)$ ,将点  $A$  向下平移 4 个单位长度,得到的点  $A'$  的坐标是 ( )

- A.  $(6,1)$       B.  $(-2,1)$       C.  $(2,5)$       D.  $(2,-3)$

(2)点  $N(-1,3)$  可以看作由点  $M(-1,-1)$  ( )

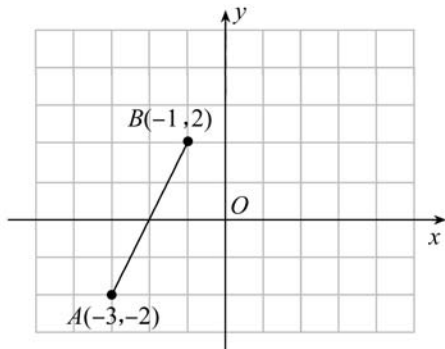
- A. 向上平移 4 个单位长度所得到的  
 B. 向左平移 4 个单位长度所得到的  
 C. 向下平移 4 个单位长度所得到的  
 D. 向右平移 4 个单位长度所得到的

八年级下册数学例题变式训练

**变式 3(等级一)** 如图,点  $A, B$  的坐标分别为  $(-3, -2), (-1, 2)$ .

(1)将线段  $AB$  向右平移 4 个单位长度得到线段  $CD$ ,分别求出点  $C, D$  的坐标,并在坐标系中画出线段  $CD$ ;

(2)将线段  $AB$  向上平移 2 个单位长度得到线段  $EF$ ,分别求出点  $E, F$  的坐标,并在坐标系中画出线段  $EF$ .



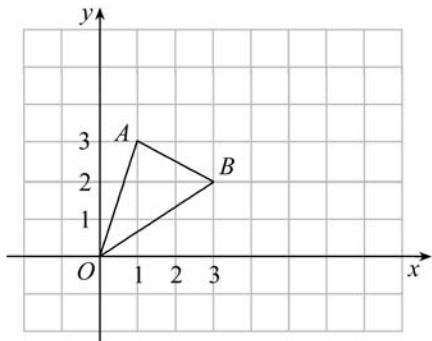
**变式 4(等级二)** 如图,在边长为 1 的小正方形网格中, $\triangle AOB$  的顶点均在格点上.

(1)点  $B$  关于  $y$  轴的对称点的坐标为 \_\_\_\_\_;

(2)将  $\triangle AOB$  向右平移 3 个单位长度,得到  $\triangle A_1O_1B_1$ ,请画出  $\triangle A_1O_1B_1$ ;

(3)将  $\triangle A_1O_1B_1$  向上平移 2 个单位长度,得到  $\triangle A_2O_2B_2$ ,请画出  $\triangle A_2O_2B_2$ ;

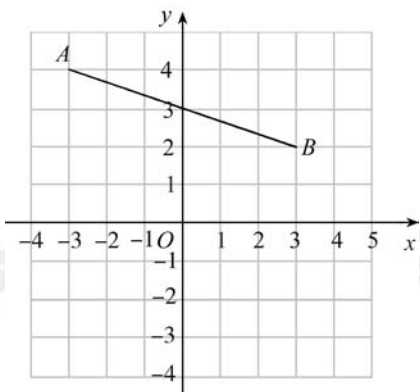
(4)点  $A_1$  的坐标为 \_\_\_\_\_.



## 第 3 课时 图形的平移(3)

## 课本例 2

**变式 1(等级一)** 将如图所示的线段  $AB$  先向下平移 4 个单位长度,再向右平移 1 个单位长度,得到线段  $A'B'$ ,分别求出点  $A'$  与  $B'$  的坐标,并画出线段  $A'B'$ .



**变式 2(等级二)** 已知某三角形三个顶点的坐标分别为  $(-2, 1)$ ,  $(0, 3)$ ,  $(4, 0)$ .

(1) 把该三角形向上平移 2 个单位长度,所得三角形的三个顶点坐标分别为\_\_\_\_\_;

(2) 把该三角形向左平移 2 个单位长度,所得三角形的三个顶点坐标分别为\_\_\_\_\_;

(3) 把该三角形先向下平移 1 个单位长度,再向右平移 2 个单位长度,所得三角形的三个顶点坐标分别为\_\_\_\_\_.

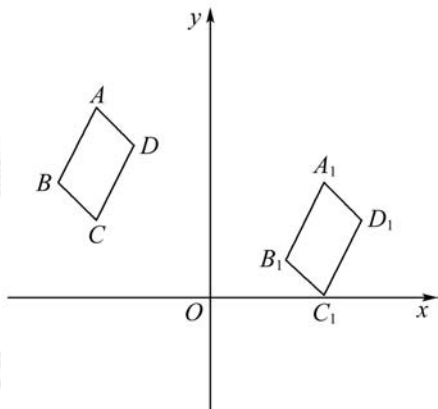
八年级下册数学例题变式训练

**变式 3(等级二)** (1)(2019·滨州)在平面直角坐标系中,将点  $A(1, -2)$  向上平移 3 个单位长度,再向左平移 2 个单位长度,得到点  $B$ ,则点  $B$  的坐标是 ( )

- A.  $(-1, 1)$     B.  $(3, 1)$     C.  $(4, -4)$     D.  $(4, 0)$

(2)(2019·兰州)如图,在平面直角坐标系  $xOy$  中,将四边形  $ABCD$  先向下平移,再向右平移得到四边形  $A_1B_1C_1D_1$ . 已知  $A(-3, 5), B(-4, 3), A_1(3, 3)$ ,则  $B_1$  的坐标为 ( )

- A.  $(1, 2)$     B.  $(2, 1)$     C.  $(1, 4)$     D.  $(4, 1)$



(3)已知点  $A$  的坐标为  $(1, 3)$ ,点  $B$  的坐标为  $(2, 1)$ ,将线段  $AB$  沿某一方向平移后,点  $A$  的对应点的坐标为  $(-2, 1)$ ,则点  $B$  的对应点的坐标为 ( )

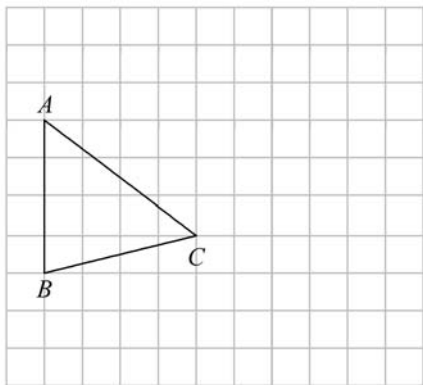
- A.  $(5, 3)$     B.  $(-1, -2)$     C.  $(-1, -1)$     D.  $(0, -1)$

**变式 4(等级二)** (2019·桂林)如图,在网格中,每个小正方形的边长均为 1 个单位长度,我们将小正方形的顶点叫作格点,  $\triangle ABC$  的三个顶点均在格点上.

(1)将  $\triangle ABC$  先向右平移 6 个单位长度,再向上平移 3 个单位长度,得到  $\triangle A_1B_1C_1$ ,画出平移后的  $\triangle A_1B_1C_1$ ;

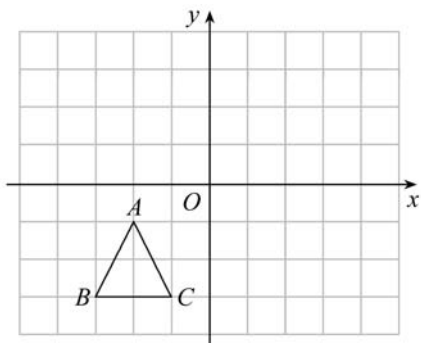
(2)建立适当的平面直角坐标系,使得点  $A$  的坐标为  $(-4, 3)$ ;

(3)在(2)的条件下,直接写出点  $A_1$  的坐标.



**变式 5(等级二)** 如图,已知  $\triangle ABC$  的三个顶点的坐标分别为  $A(-2, -1)$ ,  $B(-3, -3)$ ,  $C(-1, -3)$ . 将  $\triangle ABC$  先向右平移 3 个单位长度,再向上平移 4 个单位长度得到  $\triangle A_1B_1C_1$ .

- (1)在坐标系中画出  $\triangle A_1B_1C_1$ , 并写出  $\triangle A_1B_1C_1$  各顶点的坐标;
- (2)把  $\triangle A_1B_1C_1$  看成是由  $\triangle ABC$  经过一次平移得到的, 指出平移方向和平移距离.





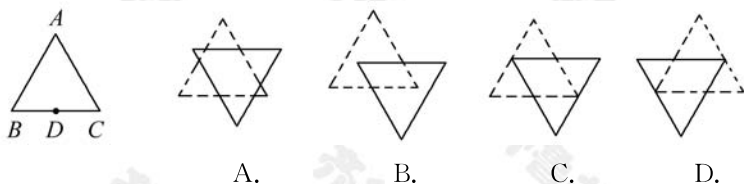
## 第 4 课时 图形的旋转

### 课本想一想

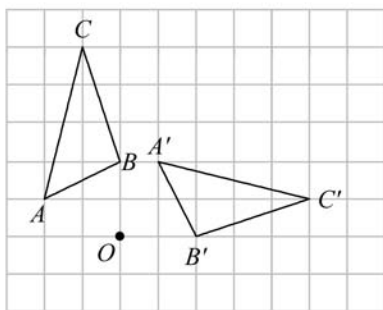
变式 1(等级一) 下列各个物体的运动,属于旋转的是 ( )

- A. 电梯从一楼升到八楼
- B. 电风扇叶片的转动
- C. 火车在笔直的铁路上行驶
- D. 一块石子扔到河里,水波在不断扩大

变式 2(等级一) 如图,  $\triangle ABC$  是等边三角形,  $D$  是  $BC$  的中点. 以点  $D$  为旋转中心, 把  $\triangle ABC$  顺时针旋转  $60^\circ$  后所成的图形是

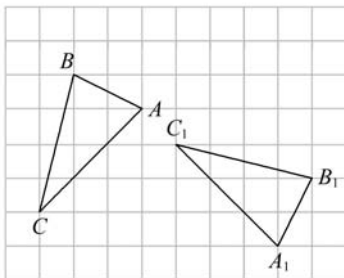


变式 3(等级二) (1)(2019·益阳) 在如图所示的方格纸(1 格长为 1 个单位长度)中,  $\triangle ABC$  的顶点都在格点上, 将  $\triangle ABC$  绕点  $O$  按顺时针方向旋转得到  $\triangle A'B'C'$ , 使各顶点仍在格点上, 则其旋转角的度数是\_\_\_\_\_.



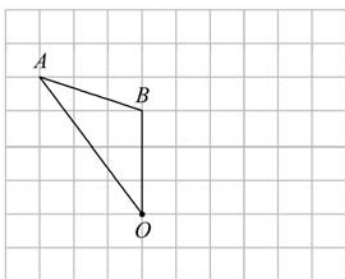
(2)(2019·淄博) 如图, 在正方形网格中,  $\triangle ABC$  绕某点顺时针旋转角  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 180^\circ$ ) 得到  $\triangle A_1B_1C_1$ , 点  $A$  与点  $A_1$ , 点  $B$  与点  $B_1$ , 点

$C$  与点  $C_1$  是对应点, 则  $\alpha =$  \_\_\_\_\_ 度.



### 课本例

**变式 1(等级一)** 如图, 在每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形方格纸中有  $\triangle OAB$ . 请将  $\triangle OAB$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$ , 画出旋转后的  $\triangle OA'B'$ .



**变式 2(等级一)** (1) 如图 1,  $\triangle ABC$  以点  $A$  为旋转中心, 按逆时针方向旋转 \_\_\_\_\_ 得到  $\triangle AB'C'$ , 则  $\triangle ABB'$  是等边三角形.

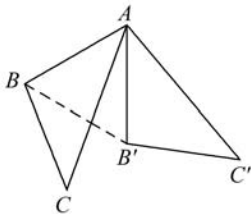


图1

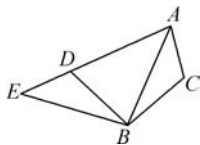


图2

(2) 如图 2, 将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  逆时针旋转  $\alpha$ , 得到  $\triangle EBD$ . 若点  $A$  恰好在  $ED$  的延长线上, 则  $\angle CAD$  的度数为 \_\_\_\_\_ ( )

- A.  $90^\circ - \alpha$       B.  $\alpha$       C.  $180^\circ - \alpha$       D.  $2\alpha$

## 第 5 课时 中心对称

### 课本例

变式 1(等级一) 给出下列图形:



(1)角



(2)直角三角形



(3)等边三角形



(4)正方形



(5)平行四边形



(6)圆



(7)正五边形



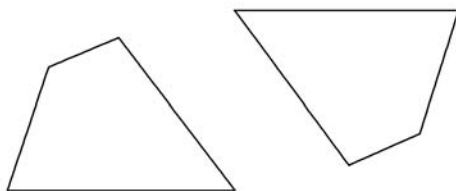
(8)正六边形



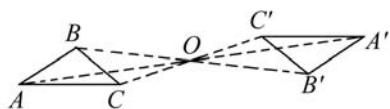
(9)正八边形

其中是中心对称图形的是\_\_\_\_\_ (填序号).

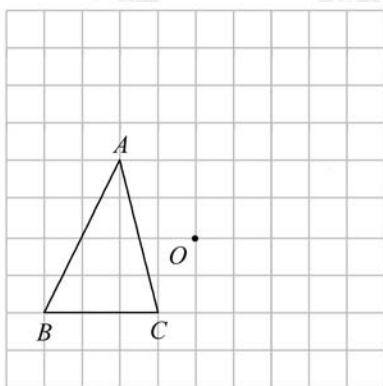
变式 2(等级一) 如图所示的两个图形成中心对称. 你能找到对称中心吗?



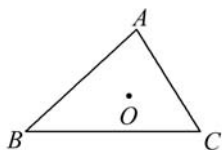
变式 3(等级一) 如图,  $\triangle A'B'C'$  与  $\triangle ABC$  关于点  $O$  成中心对称. 你能从图中找到哪些等量关系?



变式 4(等级一) (1) 作出  $\triangle ABC$  关于点  $O$  成中心对称的图形.



(2) 请作出与如图所示的  $\triangle ABC$  关于点  $O$  成中心对称的三角形.



## 第 6 课时 简单的图案设计

### 课本例

**变式 1(等级一)** 下面四个图形是由“基本图案”通过旋转或平移得到的. 如图 1,  $\triangle ABC$  是由“基本图案” $\triangle AOB$  组成的. 请画出图 2、图 3、图 4 的“基本图案”.

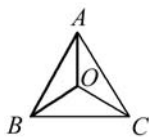


图1



图2

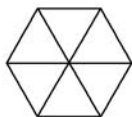
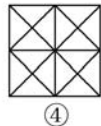


图3



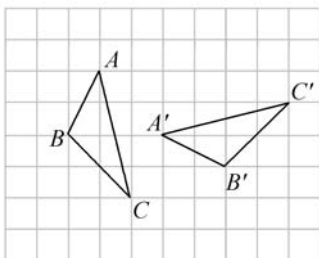
图4

**变式 2(等级一)** 如图, 下列图形均可以由“基本图案”通过变换得到.

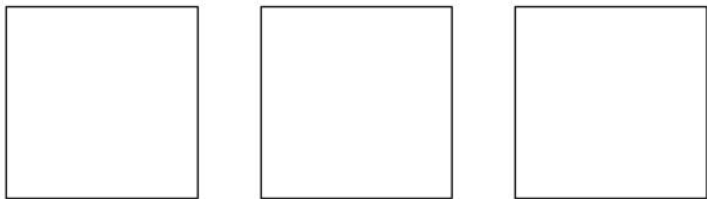


- (1) 能通过平移变换, 但不能通过旋转变换得到的图形是 \_\_\_\_\_;
  - (2) 能通过旋转变换, 但不能通过平移变换得到的图形是 \_\_\_\_\_;
  - (3) 既可以通过平移变换, 也可以通过旋转变换得到的图形是 \_\_\_\_\_.
- (填序号)

**变式 3(等级二)** 如图, 试说明  $\triangle A'B'C'$  是由  $\triangle ABC$  通过怎样的图形变换或变换组合(平移、旋转、轴对称)得到的.



**变式 4(等级二)** 学校花园有一块正方形花池,打算将它的面积四等分,种上四种花草.请你利用平移、旋转、轴对称等知识设计几个方案.(至少三种)



**变式 5(等级二)** 请你用一个圆、一个正三角形,通过 2 次旋转或平移设计一个图案,并标明你的设计意图.

## 第四章 因式分解

### 第 1 课时 因式分解

#### 课本想一想

变式 1(等级一) 计算下列各式:

$$(1) m(m+n) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) (x+y)(x-y) = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) (a+b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

根据上面的算式进行因式分解:

$$(4) m^2 + mn = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(5) x^2 - y^2 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(6) a^2 + 2ab + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

变式 2(等级一) 下列各式由左到右的变形中,属于因式分解的是

( )

A.  $a(m+n) = am + an$

B.  $a^2 - b^2 - c^2 = (a-b)(a+b) - c^2$

C.  $10x^2 - 5x = 5x(2x-1)$

D.  $x^2 - 16 + 6x = (x+4)(x-4) + 6x$

**变式 3(等级二)** (1) 如果  $x^2 + ax + b = (x - 3)(x + 5)$ , 求  $3a - b$  的值.

(2) 若  $x^2 + mx - 15 = (x + 3)(x + n)$ , 求  $m, n$  的值.

**变式 4(等级二)** 利用因式分解简化计算:

$$57 \times 99 + 44 \times 99 - 99.$$



## 第 2 课时 提公因式法(1)

### 课本例 1

变式 1(等级一) 写出下列各式的公因式:

(1)  $-4a^2bc^3, 12ac^2, 8ab^3$ ;

(2)  $-5mx^3, 12mx^2, -10mnx$ .

变式 2(等级一) 下列多项式中,能用提公因式法因式分解的是

( )

A.  $x^2 - y$

B.  $x^2 + 2x$

C.  $x^2 + 3y$

D.  $x^2 - xy + y^2$

变式 3(等级一) 用提公因式法因式分解:

(1)  $8a^3b^2 - 12ab^3c$ ;

(2)  $3x^2 - 6xy + x$ ;

(3)  $2x^3y - x^2y^2 - 6x^2y$ ;

(4)  $a^m - a^{m+1}$ .

变式 4(等级二) 用提公因式法因式分解:

$$(1) -x^2y - xy^2 = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$(2) -27x^2y + 9xy^2 - 18xy = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$(3) -a^n b + a^{n-1} b^2 + a^{n-2} b = \underline{\hspace{4cm}};$$

$$(4) x^{k+1} + 2x^k - \frac{1}{4}x^{k-1} = \underline{\hspace{4cm}}.$$

## 第 3 课时 提公因式法(2)

### 课本例 2

变式(等级一) 把下列各式因式分解:

$$(1) x(a+b) + y(a+b);$$

$$(2) (m+n)(p+q) - (m+n)(p-q);$$

$$(3) 6x(2m+3n) - 9y(3n+2m);$$

$$(4) -8m(2a+b) + 4n(b+2a).$$

**课本例 3**

变式(等级一) 把下列各式因式分解:

$$(1) -6(2m-n)^3 + 12(n-2m)^2;$$

$$(2) (x+2)x - x - 2;$$

$$(3) 4q(1-p)^3 + 2(p-1)^2;$$

$$(4) -16(2m-3n)^2 - 12(3n-2m);$$

$$(5) (2019 \cdot \text{东营改编}) x(x-3) - x + 3.$$

## 第 4 课时 公式法(1)

### 课本例 1

变式(等级一) 把下列各式因式分解:

$$(1) -a^2 + \frac{1}{9}b^2;$$

$$(2) 4x^2 - y^2;$$

$$(3) 16x^2 - y^2;$$

$$(4) 0.16a^2b^4 - 49m^4n^2;$$

$$(5) (2019 \cdot \text{黔东南州改编}) 9x^2 - y^2;$$

$$(6) (2019 \cdot \text{黄石改编}) x^2y^2 - 4x^2;$$

$$(7) (2019 \cdot \text{毕节改编}) x^4 - 16.$$

### 课本例 2

变式 1(等级一) 把下列各式因式分解:

$$(1) 9(x-y)^2 - (x+y)^2;$$

## 参考答案

### 第一章 三角形的证明

#### 第 1 课时 等腰三角形(1)

##### 课本定理

变式 1  $\triangle ABE \cong \triangle ACE$ ,

$\triangle EBD \cong \triangle ECD$ ,

$\triangle ABD \cong \triangle ACD$ .

以  $\triangle ABE \cong \triangle ACE$  为例,

证明如下:

$\therefore AD$  平分  $\angle BAC$ ,

$\therefore \angle BAE = \angle CAE$ .

在  $\triangle ABE$  与  $\triangle ACE$  中,

$$\begin{cases} AB=AC, \\ \angle BAE=\angle CAE, \\ AE=AE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACE$  (SAS).

变式 2 D

变式 3 37 解析:  $\because AB=AC$ ,

$\angle A=32^\circ$ ,

$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 74^\circ$ .

又  $\because BC=DC$ ,

$\therefore \angle CDB = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ACB = 37^\circ$ .

##### 课本推论

变式 1 A 解析:  $\because AB=AC$ ,  
 $AD \perp BC$ ,

$\therefore BD=CD, \angle 1 = \angle 2$ , 且  $\angle B = \angle C$ . 故选 A.

变式 2  $\because AB=AC$ ,  $AD$  为  $BC$  边的中线,

$\therefore \angle BAD = \angle CAD$ .

在  $\triangle BAE$  和  $\triangle CAE$  中,

$$\begin{cases} AB=AC, \\ \angle BAE=\angle CAE, \\ AE=AE, \end{cases}$$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CAE$  (SAS).

$\therefore BE=CE$ .

#### 第 2 课时 等腰三角形(2)

##### 课本例 1

变式 1  $\because AB=AC, AD=2BD, AE=2CE$ ,

$\therefore AD=AE$ .

又  $\because \angle A = \angle A, AC=AB$ ,

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle AEB$  (SAS).

$\therefore \angle ACD = \angle ABE, CD=BE$ .

变式 2  $\because AB=AC$ ,

$\therefore \angle B = \angle C$ .

$\because DE \perp AB, DF \perp AC$ ,

$\therefore \angle BED = \angle CFD = 90^\circ$ .

$\because$  点  $D$  是  $BC$  的中点,

$\therefore BD=CD$ .

$\therefore \triangle BDE \cong \triangle CDF$  (AAS).

$\therefore DE=DF$ .

##### 课本想一想

变式 1  $30^\circ$

变式 2  $\because \triangle ABC$  和  $\triangle BDE$  都是等边三角形,

$\therefore AB=BC, BD=BE$ ,

$\angle ABC = \angle DBE = 60^\circ$ .

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CBD$  (SAS).

$\therefore AE=CD$ .

#### 第 3 课时 等腰三角形(3)

##### 课本例 2

变式 1  $\because BD=CE, \angle DBC = \angle ECB, BC=CB$ ,

$\therefore \triangle BCE \cong \triangle CBD$  (SAS).

$\therefore \angle ABC = \angle ACB$ .

$\therefore AB=AC$ .

变式 2 他的做法正确. 理由如下:

$\because \angle DBC = \angle ACB + \angle BAC$ ,  
 $\angle DBC = 60^\circ, \angle ACB = 30^\circ$ ,

$$\begin{aligned} \therefore \angle BAC &= 30^\circ. \\ \therefore \angle BAC &= \angle ACB, \\ \therefore AB &= BC. \end{aligned}$$

**变式 3**  $\because FE \parallel DB,$   
 $\therefore \angle B = \angle EAB, \angle FAD = \angle D.$   
 $\therefore AD$  平分  $\angle FAC,$   
 $AB$  平分  $\angle EAC,$   
 $\therefore \angle FAD = \angle DAC,$   
 $\angle CAB = \angle EAB.$   
 $\therefore \angle DAC = \angle D, \angle CAB = \angle B.$   
 $\therefore AC = CD, AC = BC.$   
 $\therefore CD = BC.$

**变式 4**  $\because AB = AC, AD \perp BC,$   
 $\therefore \angle BAD = \angle CAD.$   
 $\therefore EF \parallel AC,$   
 $\therefore \angle F = \angle CAD.$   
 $\therefore \angle BAD = \angle F.$   
 $\therefore AE = FE.$

### 课本例 3

**变式** 假设三角形中最大的角小于  $60^\circ$ , 则三角形中三个角都小于  $60^\circ$ , 那么三个角之和小于  $180^\circ$ , 这与三角形内角和定理相矛盾, 故假设不成立. 所以, 在三角形中最大的内角不小于  $60^\circ$ .

### 第 4 课时 等腰三角形(4)

#### 课本定理

**变式 1**  $\because \triangle ABC$  是等边三角形,  
 $\therefore \angle B = \angle C = \angle A = 60^\circ.$   
 $\therefore DE \perp BC, FD \perp AB,$   
 $\therefore \angle DEB = 90^\circ, \angle ADF = 90^\circ.$   
 $\therefore \angle BDE = 30^\circ.$   
 $\therefore \angle EDF = 180^\circ - \angle BDE - \angle ADF = 60^\circ.$

同理  $\angle DEF = \angle DFE = 60^\circ.$

$\therefore \triangle DEF$  是等边三角形.

**变式 2**  $\because \triangle ABC$  为等边三角形,  
 $\therefore AB = AC, \angle BAE = 60^\circ.$

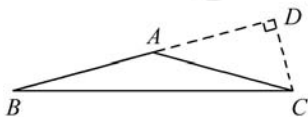
$$\begin{aligned} \therefore \angle 1 &= \angle 2, BE = CD, \\ \therefore \triangle ABE &\cong \triangle ACD (SAS). \\ \therefore AE &= AD, \\ \angle BAE &= \angle CAD = 60^\circ. \\ \therefore \triangle ADE &\text{ 是等边三角形.} \end{aligned}$$

### 课本例 4

**变式 1**  $\because \angle ADB = 30^\circ,$   
 $\angle ACB = 15^\circ,$   
 $\therefore \angle CAD = \angle ADB - \angle ACB = 15^\circ.$   
 $\therefore \angle ACB = \angle CAD.$   
 $\therefore AD = CD = 110 \text{ m}.$   
 又  $\because \angle ABD = 90^\circ, \angle ADB = 30^\circ,$   
 $\therefore AB = \frac{1}{2} AD = 55 \text{ (m)}.$

即灯塔的高度为 55 m.

**变式 2** 延长  $BA$ , 过点  $C$  作  $CD \perp BA$  的延长线于点  $D$ .



$$\begin{aligned} \therefore AB &= AC, \therefore \angle ACB = \angle B = 15^\circ. \\ \therefore \angle CAD &= \angle B + \angle ACB = 30^\circ. \\ \text{又 } \because \angle CDA &= 90^\circ, AC = 20 \text{ m}, \\ \therefore CD &= \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 20 = 10 \text{ (m)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC \text{ 的面积为 } &\frac{1}{2} AB \cdot CD \\ &= \frac{1}{2} \times 20 \times 10 = 100 \text{ (m}^2\text{)}. \end{aligned}$$

因此购买这种草皮至少需要 100a 元.

### 第 5 课时 直角三角形(1)

#### 课本定理

**变式 1** (1)  $110^\circ$  (2) 8 cm

**变式 2**  $90^\circ$  或  $40^\circ$  解析:

$$\begin{aligned} \therefore \angle AOB &= 50^\circ, \\ \therefore \angle AOP &\neq 90^\circ. \end{aligned}$$

当  $\angle A = 90^\circ$  时,  $\triangle AOP$  为直

角形；

当 $\angle APO=90^\circ$ 时， $\triangle AOP$ 为直角三角形，此时 $\angle A=90^\circ-\angle AOB=40^\circ$ 。

综上所述，当 $\angle A=90^\circ$ 或 $40^\circ$ 时， $\triangle AOP$ 为直角三角形。

**变式 3** 在  $\text{Rt}\triangle ACB$  中， $AB^2=AC^2+BC^2$ ，

$$\therefore AB=\sqrt{5^2+12^2}=13(\text{m}).$$

$$\therefore 13+5=18(\text{m}),$$

$\therefore$ 这棵大树在折断之前的高度为 18 m。

**变式 4**  $12\sqrt{7}$  解析： $\because AB=AC$ ，点  $D$  是  $BC$  边的中点，

$$\therefore DB=DC=6, \angle ADB=90^\circ.$$

在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中，

$$BD^2+AD^2=AB^2,$$

$$\therefore AD=2\sqrt{7}.$$

$$\therefore S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC \cdot AD=12\sqrt{7}.$$

### 课本定理

**变式 1** B

**变式 2** 直角三角形 解析： $\because a, b, c$  是  $\triangle ABC$  的三边且  $(a+b)^2=c^2+2ab$ ，

$$\therefore a^2+2ab+b^2=c^2+2ab.$$

$$\therefore a^2+b^2=c^2.$$

$\therefore \triangle ABC$  是直角三角形。

### 课本议一议

**变式** (1) 如果两个角的补角相等，那么这两个角也相等。(真命题)

(2) 内错角相等，两直线平行。(真命题)

(3) 如果  $a \neq 0$  且  $b \neq 0$ ，那么  $ab \neq 0$ 。(真命题)

## 第 6 课时 直角三角形(2)

### 课本例

**变式 1** (1) $\because AC \perp BC, BD \perp AD$ ，  
 $\therefore \angle D = \angle C = 90^\circ$ 。

在  $\text{Rt}\triangle ACB$  和  $\text{Rt}\triangle BDA$  中，  
 $AB=BA, AC=BD$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle BDA(\text{HL})$ 。

$\therefore BC=AD$ 。

(2) $\because \text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle BDA$ ，

$\therefore \angle CAB = \angle DBA$ 。

$\therefore OA=OB$ 。

$\therefore \triangle OAB$  是等腰三角形。

**变式 2** (1) $\because \angle ABC=90^\circ$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle CBF = 90^\circ$ 。

又 $\because AB=CB, AE=CF$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle CBF(\text{HL})$ 。

(2) $\because \text{Rt}\triangle ABE \cong \text{Rt}\triangle CBF$ ，

$\therefore \angle BAE = \angle BCF$ 。

又 $\because AB=BC, \angle ABC=90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABC$  是等腰直角三角形。

$\therefore \angle BAC = \angle BCA = 45^\circ$ 。

$\therefore \angle ACF = \angle BCF + 45^\circ$ ，

$\angle EAC = 45^\circ - \angle BAE$ 。

$\therefore \angle ACF + \angle EAC = \angle BCF + 45^\circ + 45^\circ - \angle BAE = 90^\circ$ 。

**变式 3** (1)全等。理由如下：

$\because \angle 1 = \angle 2, \therefore DE = EC$ 。

$\because \angle A = \angle B = 90^\circ, AE = BC$ ，

$\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle BEC(\text{HL})$ 。

(2) $\triangle CDE$  是直角三角形。理由如下：

$\because \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle BEC$ ，

$\therefore \angle AED = \angle BCE$ 。

$\because \angle BCE + \angle BEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AED + \angle BEC = 90^\circ$ 。

$\therefore \angle DEC = 90^\circ$ 。

$\therefore \triangle CDE$  是直角三角形。

## 第 7 课时 线段的垂直平分线(1)

### 课本定理

**变式 1** B

**变式 2** (1)B 解析： $\because AC$  的垂直平分线分别交  $AC, BC$  于



$E, D$  两点,

$$\therefore AD=CD, AE=CE=4,$$

即  $AC=8$ .

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长为 } 23,$$

$$\therefore AB+BC+AC=23.$$

$$\therefore AB+BC=23-8=15.$$

$$\therefore \triangle ABD \text{ 的周长为 } AB+BD+AD=AB+BD+CD=AB+BC=15.$$

(2) B 解析:  $\because DE$  垂直平分  $AB, \therefore AE=BE$ .

$$\therefore \triangle ACE \text{ 的周长} = AC+CE+AE=AC+CE+BE=AC+BC=5+6=11.$$

### 课本例 1

变式 1  $\because BD+AD=BC=BD+CD,$

$$\therefore AD=CD.$$

$\therefore$  点  $D$  在  $AC$  的垂直平分线上.

变式 2  $\because AC=BC,$

$\therefore$  点  $C$  在  $AB$  的垂直平分线上,  $\angle CAO=\angle CBO$ .

$$\therefore AO=BO,$$

$\therefore$  点  $O$  在  $AB$  的垂直平分线上.

$\therefore$  点  $D$  在  $AB$  的垂直平分线上,  $AD=BD$ .

$$\therefore \angle OAD=\angle OBD.$$

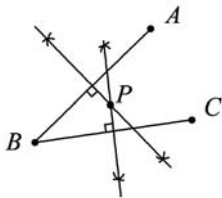
$$\therefore \angle CAO+\angle OAD=\angle CBO+\angle OBD.$$

$$\therefore \angle CAD=\angle CBD.$$

## 第 8 课时 线段的垂直平分线(2)

### 课本例 2

变式 1 连接  $AB, BC$ , 分别作  $AB, BC$  的垂直平分线, 两条垂直平分线交于点  $P$ , 则点  $P$  所在位置即为所求.



变式 2  $20^\circ$  解析:  $\because \angle BAC=100^\circ, \therefore \angle B+\angle C=180^\circ-\angle BAC=80^\circ$ .

$\because PM$  垂直平分  $AB, QN$  垂直平分  $AC,$

$$\therefore BP=AP, AQ=CQ.$$

$$\therefore \angle BAP=\angle B,$$

$$\angle CAQ=\angle C.$$

$$\therefore \angle PAQ=\angle BAC-(\angle BAP+\angle CAQ)=\angle BAC-(\angle B+\angle C)=100^\circ-80^\circ=20^\circ.$$

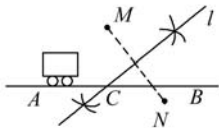
变式 3  $\because PM$  垂直平分  $AB, QN$  垂直平分  $AC,$

$$\therefore BP=AP, AQ=CQ.$$

$$\therefore \triangle APQ \text{ 的周长} = AP+AQ+PQ=BP+PQ+CQ=BC=8.$$

### 课本例 3

变式 1 连接  $MN$ , 作线段  $MN$  的垂直平分线  $l$ , 交直线  $AB$  于点  $C$ , 则点  $C$  所在的位置即为所求.

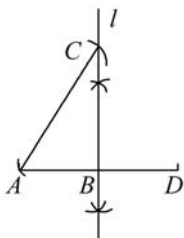


变式 2 作法: (1) 作线段  $AD$ , 使  $AD=2a$ ;

(2) 作  $AD$  的垂直平分线  $l$ , 交  $AD$  于点  $B$ ;

(3) 以点  $A$  为圆心,  $b$  为半径作圆弧, 圆弧与直线  $l$  交于点  $C$ ;

(4) 连接  $AC$ ,  $\triangle ABC$  即为所求作的三角形.



第 9 课时 角平分线(1)

课本定理

变式 1 在  $\text{Rt}\triangle PFD$  和  $\text{Rt}\triangle PGE$  中,

$$\begin{cases} PF=PG, \\ DF=EG, \end{cases}$$

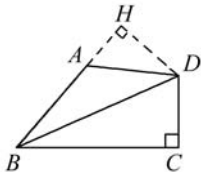
$\therefore \text{Rt}\triangle PFD \cong \text{Rt}\triangle PGE (\text{HL})$ .

$\therefore PD=PE$ .

$\therefore$  点  $P$  是  $OC$  上一点,  $PD \perp OA, PE \perp OB$ ,

$\therefore OC$  是  $\angle AOB$  的平分线.

变式 2 B 解析: 过点  $D$  作  $DH \perp AB$  交  $BA$  的延长线于点  $H$ .



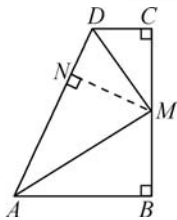
$\therefore BD$  平分  $\angle ABC, \angle BCD = 90^\circ$ ,

$\therefore HD=CD=4$ .

$\therefore$  四边形  $ABCD$  的面积 =  $S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} AB \cdot DH +$

$$\frac{1}{2} BC \cdot CD = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 + \frac{1}{2} \times 9 \times 4 = 30.$$

变式 3 B 解析: 过点  $M$  作  $MN \perp AD$  于点  $N$ .



$\therefore \angle B = \angle C = 90^\circ$ ,

$\therefore AB \parallel CD$ .

$\therefore \angle DAB = 180^\circ - \angle ADC = 70^\circ$ .

$\therefore DM$  平分  $\angle ADC, MN \perp AD, MC \perp CD$ ,

$\therefore MN=MC$ .

$\therefore$  点  $M$  是  $BC$  的中点,

$\therefore MC=MB$ .

$\therefore MN=MB$ .

又  $MN \perp AD, MB \perp AB$ ,

$\therefore \angle MAB = \frac{1}{2} \angle DAB = 35^\circ$ .

课本例 1

变式 1  $\therefore DB \perp AE, DC \perp AF, DB=DC$ ,

$\therefore AD$  平分  $\angle BAC$ .

$\therefore \angle BAC = 40^\circ$ ,

$\therefore \angle DAF = 20^\circ$ .

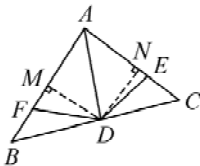
$\therefore \angle ADG = 130^\circ$ ,

$\therefore \angle CGD = 180^\circ - \angle DAF - \angle ADG = 30^\circ$ .

在  $\text{Rt}\triangle DCG$  中,  $\angle DCG = 90^\circ, DC=2$ ,

$\therefore DG=2DC=4$ .

变式 2 如图, 过点  $D$  作  $DM \perp AB$  于点  $M, DN \perp AC$  于点  $N$ .



$\therefore \triangle DBF$  和  $\triangle DCE$  的面积

相等,

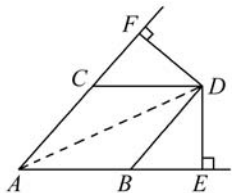
$$\therefore \frac{1}{2}BF \cdot DM = \frac{1}{2}CE \cdot DN.$$

又  $\because BF = CE,$

$$\therefore DM = DN.$$

$\therefore AD$  平分  $\angle BAC.$

**变式 3** 连接  $AD.$



$\because DE \perp AB, DF \perp AC, DE = DF,$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAD.$$

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle ACD$  中,

$$\begin{cases} AB = AC, \\ \angle BAD = \angle CAD, \\ AD = AD, \end{cases}$$

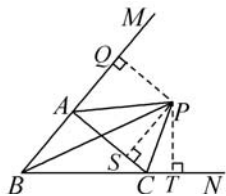
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD (\text{SAS}).$

$$\therefore BD = CD.$$

### 第 10 课时 角平分线(2)

#### 课本例 2

**变式 1** 如图,过点  $P$  作  $PT \perp BN$  于点  $T, PS \perp AC$  于点  $S, PQ \perp BM$  于点  $Q.$



$\because$  在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC$  的平分线与  $\angle ACB$  的外角的平分线相交于点  $P,$

$$\therefore PQ = PT, PS = PT.$$

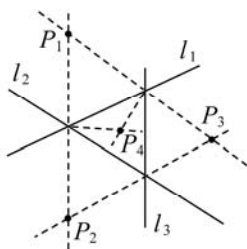
$$\therefore PQ = PS.$$

$\therefore AP$  平分  $\angle CAM.$

**变式 2 D 解析:**  $\because$  货物中转站要到三条公路的距离都相等,  
 $\therefore$  货物中转站必须是三条相交直线所组成的三角形的内角或外角平分线的交点.

如图所示,外角平分线有三个交点,内角平分线有一个交点,

$\therefore$  货物中转站可供选择的地址有四处.



#### 课本例 3

**变式 1**  $\because$  点  $P$  是  $\angle AOB$  平分线上的一点,  $PC \perp OA, PD \perp OB,$

$$\therefore PC = PD.$$

又  $\because OP = OP,$

$$\therefore \text{Rt}\triangle OCP \cong \text{Rt}\triangle ODP (\text{HL}).$$

$$\therefore OC = OD.$$

$\therefore$  点  $O$  在线段  $CD$  的垂直平分线上.

$$\therefore PC = PD,$$

$\therefore$  点  $P$  在线段  $CD$  的垂直平分线上.

$\therefore$  直线  $OP$  是线段  $CD$  的垂直平分线.

又  $\because$  点  $Q$  是  $OP$  上的点,

$$\therefore CQ = DQ.$$

**变式 2**  $\because$  点  $D$  在  $BC$  的垂直平分线上,  $\therefore BD = CD.$

$\because$  点  $D$  在  $\angle EAF$  的平分线上, 且  $DE \perp AE, DF \perp AF,$

$$\therefore DE = DF.$$

在  $\text{Rt}\triangle BDE$  和  $\text{Rt}\triangle CDF$  中  
 $\because BD=CD, DE=DF,$   
 $\therefore \text{Rt}\triangle BDE \cong \text{Rt}\triangle CDF(\text{HL}).$   
 $\therefore BE=CF.$

### 章末测试

1. A 2. A 3. B 4. B 5. B

6. B 7.  $34^\circ$  8.  $\frac{10}{3}$  9. 9 cm

10. 6

11.  $EF=EB+FC$ . 理由略.

12. 略.

13. (1) 证明略.

(2)  $AD=2$  cm.

14. (1)  $\because AB=AC,$

$\therefore \angle ABC=\angle C=36^\circ.$

$\because AB=AC,$  点  $D$  是  $BC$  边上的中点,

$\therefore AD \perp BC.$

$\therefore \angle ADB=90^\circ.$

$\therefore \angle BAD=90^\circ-36^\circ=54^\circ.$

(2)  $\because BE$  平分  $\angle ABC,$

$\therefore \angle ABE=\angle CBE.$

$\because EF \parallel BC,$

$\therefore \angle FEB=\angle CBE.$

$\therefore \angle FBE=\angle FEB.$

$\therefore FB=FE.$

## 第二章 一元一次不等式 与一元一次不等式组

### 第 1 课时 不等关系

#### 课本做一做

变式 1 (1)  $\frac{1}{3}x+2x \leq 0.$

(2) 设炮弹的杀伤半径为  $r$  米, 则  $r \geq 300.$

(3) 设每件上衣  $a$  元, 每条长裤  $b$  元, 则  $3a+4b \leq 268.$

(4) 用  $P$  表示明天下雨的可能

性, 则  $P \geq 70\%.$

(5) 设小明的体重为  $a$  千克, 小刚的体重为  $b$  千克, 则  $a \geq b.$

变式 2  $3x \geq 300-60$  解析:

“现在要比原计划至少提前两天完成任务”隐含着这样一个不等关系: “4 天内完成的土方数不小于 300.”

变式 3 设标价为  $a$  元, 学生人数为  $x$ , 则甲旅游公司收费为  $[a+0.75a(x+1)]$  元, 乙旅游公司收费为  $[0.8a(x+2)]$  元. 根据题意, 得  $a+0.75a(x+1) < 0.8a(x+2).$

变式 4 甲同学的意思是: 如果每 5 人一组玩一个篮球, 那么玩篮球的人数少于 50, 有些同学没有篮球玩.

乙同学的意思是: 如果每 6 人一组玩一个篮球, 那么就会有一组玩篮球的人数不足 6 人.

丙同学的意思是: 如果每 6 人一组玩一个篮球, 除了一个篮球以外, 剩下的每 6 人玩一个篮球, 还有几人(不足 6 人)玩另外一个篮球.

### 第 2 课时 不等式的基本性质

#### 课本例

变式 1 (1)  $>$  (2)  $>$  (3)  $>$

(4)  $>$  (5)  $<$  (6)  $<$

变式 2 D

变式 3 (1) 在不等式的两边都加 2, 得  $x < 5.$

(2) 在不等式的两边都减  $5x$ , 得  $x < -1.$

(3) 在不等式的两边都除以  $-4$ ,

得  $x < -\frac{3}{4}.$

(4) 在不等式的两边都减 2, 得

$$-3x \geq 3.$$

在不等式的两边都除以 $-3$ ,得  
 $x \leq -1$ .

变式 4 A

变式 5 C

### 第 3 课时 不等式的解集

#### 课本想一想

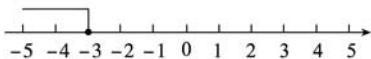
变式 1 (1)正确.(2)错误.

变式 2 (1)0,1,2 解析:不等式  $x < 3$  的非负整数解  $x$  有三个限制条件:第一,要满足小于 3;第二,要满足大于等于 0;第三,要满足是整数.所以  $x = 0, 1, 2$ .

(2)1,2 解析:不等式  $x - 1 \leq 1$  的解集是  $x \leq 2$ ,其正整数解  $x$  有三个限制条件:第一,要满足小于等于 2;第二,要满足大于 0;第三,要满足是整数.所以  $x = 1, 2$ .

#### 课本议一议

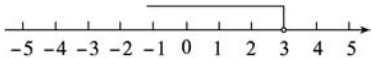
变式 1 (1)如图所示:



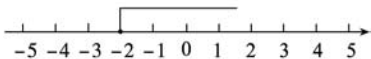
(2)如图所示:



(3)如图所示:



(4)原不等式的解集为  $x \geq -2$ ,在数轴上的表示如图所示:



变式 2 4 解析:解不等式  $3m - 2x > 6$ ,得  $x < \frac{3m-6}{2}$ .

由数轴知,不等式的解集为  $x < 3$ .

$$\therefore \frac{3m-6}{2} = 3.$$

解得  $m = 4$ .

### 第 4 课时 一元一次不等式(1)

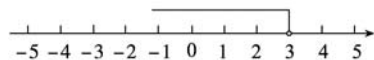
#### 课本例 1

变式 1 (1)移项,得  $x - 2x > 1 - 4$ .

合并同类项,得  $-x > -3$ .

两边都除以 $-1$ ,得  $x < 3$ .

这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:

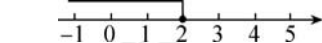


(2)移项,得  $x - 2x \geq -1 - 1$ .

合并同类项,得  $-x \geq -2$ .

两边都除以 $-1$ ,得  $x \leq 2$ .

这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:

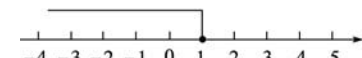


(3)移项,得  $-x - x \geq -1 - 1$ .

合并同类项,得  $-2x \geq -2$ .

两边都除以 $-2$ ,得  $x \leq 1$ .

这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:



变式 2 (1)去括号,得  $3x - 1 \geq 2x - 2$ .

移项,得  $3x - 2x \geq -2 + 1$ .

合并同类项,得  $x \geq -1$ .

这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:



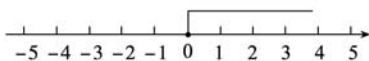
(2)去括号,得

$$3x - 3 - 4x \leq x - 3.$$

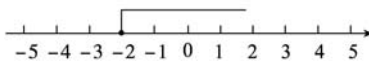
移项,得  $3x - x - 4x \leq -3 + 3$ .

合并同类项,得  $-2x \leq 0$ .

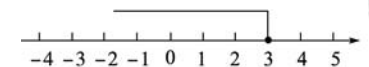
两边都除以 $-2$ ,得 $x \geq 0$ .  
这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:



(3)去括号,得  
 $10 - 4x + 12 \leq 2x + 34$ .  
移项,得  
 $-4x - 2x \leq 34 - 10 - 12$ .  
合并同类项,得 $-6x \leq 12$ .  
两边都除以 $-6$ ,得 $x \geq -2$ .  
这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:

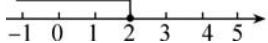


(4)去括号,得 $2x + 9 \geq 3x + 6$ .  
移项,得 $2x - 3x \geq 6 - 9$ .  
合并同类项,得 $-x \geq -3$ .  
两边都除以 $-1$ ,得 $x \leq 3$ .  
这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:



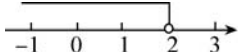
### 课本例 2

**变式 1** (1)去分母,得 $3x - 2 \leq 4$ .  
移项,得 $3x \leq 4 + 2$ .  
合并同类项,得 $3x \leq 6$ .  
两边都除以 $3$ ,得 $x \leq 2$ .  
这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:

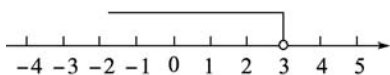


(2)去分母,得 $5x - 1 < 3(x + 1)$ .  
去括号,得 $5x - 1 < 3x + 3$ .  
移项,得 $5x - 3x < 3 + 1$ .  
合并同类项,得 $2x < 4$ .  
两边都除以 $2$ ,得 $x < 2$ .  
这个不等式的解集在数轴上的

表示如图所示:

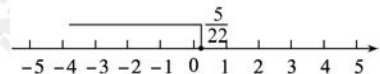


(3)去分母,得 $x - 5 + 2 > 2(x - 3)$ .  
去括号,得 $x - 5 + 2 > 2x - 6$ .  
移项,得 $x - 2x > -6 + 5 - 2$ .  
合并同类项,得 $-x > -3$ .  
两边都除以 $-1$ ,得 $x < 3$ .  
这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:

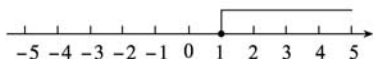


**变式 2** (1)去分母,得  
 $3(4x - 1) \leq 2(1 - 5x)$ .  
去括号,得 $12x - 3 \leq 2 - 10x$ .  
移项,得 $12x + 10x \leq 2 + 3$ .  
合并同类项,得 $22x \leq 5$ .  
两边都除以 $22$ ,得 $x \leq \frac{5}{22}$ .

这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:



(2)去分母,得  
 $2(5x + 1) - 24 \geq 3(x - 5)$ .  
去括号,得  
 $10x + 2 - 24 \geq 3x - 15$ .  
移项,得  
 $10x - 3x \geq -15 - 2 + 24$ .  
合并同类项,得 $7x \geq 7$ .  
两边都除以 $7$ ,得 $x \geq 1$ .  
这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:



(3)去分母,得  
 $2(y + 1) - 3(y - 1) > y - 1$ .

去括号,得

$$2y+2-3y+3>y-1.$$

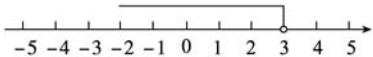
移项,得

$$2y-3y-y>-2-3-1.$$

合并同类项,得 $-2y>-6$ .

两边都除以 $-2$ ,得 $y<3$ .

这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:



(4)去分母,得

$$2(x-2)-5(x+4)>-30.$$

去括号,得

$$2x-4-5x-20>-30.$$

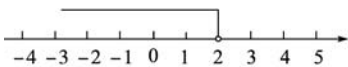
移项,得

$$2x-5x>-30+4+20.$$

合并同类项,得 $-3x>-6$ .

两边都除以 $-3$ ,得 $x<2$ .

这个不等式的解集在数轴上的表示如图所示:



## 第5课时 一元一次不等式(2)

### 课本例3

**变式1** 设小华答对了 $x$ 道题.

根据题意,得

$$10x-5\times(20-x)>120.$$

$$\text{解得 } x>14\frac{2}{3}.$$

$\therefore x$  为非负整数,

$\therefore x$  至少为 15.

所以,小华的得分要超过 120 分,他至少要答对 15 道题.

**变式2** 设小明答对了 $x$ 道题.

根据题意,得

$$6x-2\times(25-x)>90.$$

$$\text{解得 } x>17\frac{1}{2}.$$

$\therefore x$  为非负整数,

$\therefore x$  至少为 18.

所以,小明至少答对 18 道题才能获得奖品.

**变式3** 设销售甲种商品 $x$ 万件.根据题意,得

$$900x+600(8-x)\geq 5\ 400.$$

解得 $x\geq 2$ .

所以,至少销售甲种商品 2 万件.

**变式4** 设购买甲种图书 $x$ 本,则购买乙种图书 $(2x+8)$ 本.

根据题意,得

$$50x+20(2x+8)\leq 1\ 060.$$

解得 $x\leq 10$ .

$\therefore 2x+8\leq 28$ .

所以,该图书馆最多可以购买 28 本乙种图书.

**变式5** 设商品打 $x$ 折.根据题意,得

$$\frac{1\ 200\times\frac{x}{10}-800}{800}\geq\frac{5}{100}.$$

解得 $x\geq 7$ .

所以,该商品至多可以打七折.

## 第6课时 一元一次不等式与一次函数(1)

### 课本想一想

**变式1** 由图象知: $y$  随 $x$  的增大而增大;当 $x=2$ 时, $y=0$ ;当 $x=0$ 时, $y=-1$ .

(1)当 $x>2$ 时, $y>0$ .

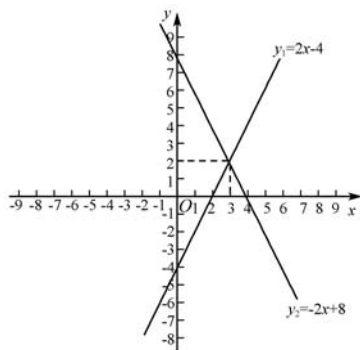
(2)当 $x<2$ 时, $y<0$ .

(3)当 $x<0$ 时, $y<-1$ .

**变式2**  $x<4$

### 课本做一做

**变式1** 作 $y_1=2x-4$ , $y_2=-2x+8$ 的图象,如图所示:



由图象知：

(1) 当  $x > 3$  时,  $y_1 > y_2$ .

(2) 当  $x = 3$  时,  $y_1 = y_2$ .

(3) 当  $x < 3$  时,  $y_1 < y_2$ .

**变式 2** (1) 200  $100 + 5x$

180  $9x$  **解析:** 当  $x = 20$  时, 方式一的总费用为  $100 + 20 \times 5 = 200$ , 方式二的总费用为  $20 \times 9 = 180$ ;

当游泳次数为  $x$  时, 方式一的总费用为  $100 + 5x$ , 方式二的总费用为  $9x$ .

(2) 方式一, 令  $100 + 5x = 270$ , 解得  $x = 34$ .

方式二, 令  $9x = 270$ ,

解得  $x = 30$ .

$\therefore 34 > 30$ ,

$\therefore$  选择方式一的付费方式, 他游泳的次数比较多.

(3) 令  $100 + 5x < 9x$ , 得  $x > 25$ ;

令  $100 + 5x = 9x$ , 得  $x = 25$ ;

令  $100 + 5x > 9x$ , 得  $x < 25$ .

$\therefore$  当  $20 < x < 25$  时, 小明选择方式二的付费方式更合算;

当  $x = 25$  时, 小明选择两种付费方式一样合算;

当  $x > 25$  时, 小明选择方式一的付费方式更合算.

## 第 7 课时 一元一次不等式与一次函数(2)

### 课本例

**变式 1** (1) 零星租书每册收费 1 元, 所以应付金额与租书数量之间的函数关系式为  $y_1 = x$ .

(2) 在会员卡租书方式中, 租书费每册 0.4 元,  $x$  册就是  $0.4x$  元, 加上办卡费 12 元, 所以应付金额与租书数量之间的函数关系式为  $y_2 = 0.4x + 12$ .

(3) 当  $y_1 = y_2$  时,  $x = 12 + 0.4x$ , 解得  $x = 20$ ;

当  $y_1 > y_2$  时,  $x > 12 + 0.4x$ , 解得  $x > 20$ ;

当  $y_1 < y_2$  时,  $x < 12 + 0.4x$ , 解得  $x < 20$ .

综上所述, 当小军每月租书少于 20 册时, 采用零星租书的方式更合算; 当每月租书 20 册时, 两种方式费用一样; 当每月租书多于 20 册时, 采用会员卡租书的方式更合算.

**变式 2** (1) 按方案一, 可得

$$y_1 = 20 \times 4 + 5(x - 4),$$

$$\text{即 } y_1 = 5x + 60 (x \geq 4);$$

按方案二, 可得

$$y_2 = (5x + 20 \times 4) \times 90\%,$$

$$\text{即 } y_2 = 4.5x + 72 (x \geq 4).$$

(2)  $y_1 - y_2 = 0.5x - 12 (x \geq 4)$ .

① 当  $y_1 - y_2 = 0$  时,

$$\text{得 } 0.5x - 12 = 0,$$

$$\text{解得 } x = 24.$$

$\therefore$  当学生有 24 人时, 两种优惠方案付款一样多.

② 当  $y_1 - y_2 < 0$  时,

$$\text{得 } 0.5x - 12 < 0, \text{ 解得 } x < 24.$$

$\therefore$  当  $4 \leq x < 24$  时,  $y_1 < y_2$ , 按优惠方案一购票.



③当  $y_1 - y_2 > 0$  时,  
得  $0.5x - 12 > 0$ , 解得  $x > 24$ .  
∴当  $x > 24$  时,  $y_1 > y_2$ , 按优惠  
方案二购票.

**变式 3** (1) 设  $y_1 = k_1x + 80$ ,  
把  $(1, 95)$  代入, 可得  
 $95 = k_1 + 80$ , 解得  $k_1 = 15$ .  
∴  $y_1 = 15x + 80 (x \geq 0)$ .

设  $y_2 = k_2x$ ,  
把  $(1, 30)$  代入, 可得  
 $30 = k_2$ , 即  $k_2 = 30$ .  
∴  $y_2 = 30x (x \geq 0)$ .

(2) 当  $y_1 = y_2$  时,  $15x + 80 = 30x$ ,  
解得  $x = \frac{16}{3}$ ;

当  $y_1 > y_2$  时,  $15x + 80 > 30x$ ,  
解得  $x < \frac{16}{3}$ ;

当  $y_1 < y_2$  时,  $15x + 80 < 30x$ ,  
解得  $x > \frac{16}{3}$ .

所以, 当租车时间为  $\frac{16}{3}$  小时时,  
选择甲、乙两个公司一样合算;  
当租车时间小于  $\frac{16}{3}$  小时时, 选择  
乙公司合算; 当租车时间大于  $\frac{16}{3}$   
小时时, 选择甲公司合算.

### 第 8 课时 一元一次 不等式组(1)

#### 课本想一想

**变式 1 B** 解析: 其中(1)(2)  
(5)是一元一次不等式组.

**变式 2 A** 解析: 将  $x = 2$  代入  
符合题意.

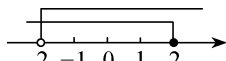
#### 课本例 1

**变式 1** (1)  $\begin{cases} 2x > -4, & \text{①} \\ x - 1 \leq 1. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①, 得  $x > -2$ .

解不等式②, 得  $x \leq 2$ .

在同一数轴上表示不等式①②  
的解集, 如图.



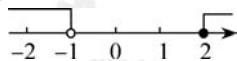
∴原不等式组的解集为  $-2 < x \leq 2$ .

(2)  $\begin{cases} x + 1 \geq 3, & \text{①} \\ -2x - 6 > -4. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①, 得  $x \geq 2$ .

解不等式②, 得  $x < -1$ .

在同一数轴上表示不等式①②  
的解集, 如图.



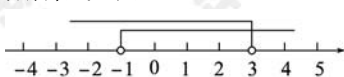
∴原不等式组无解.

(3)  $\begin{cases} x - 2 < 1, & \text{①} \\ 4x + 5 > x + 2. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①, 得  $x < 3$ .

解不等式②, 得  $x > -1$ .

在同一数轴上表示不等式①②  
的解集, 如图.



∴原不等式组的解集为  $-1 < x < 3$ .

**变式 2 0** 解析: 解不等式  $x + 1 > 0$ , 得  $x > -1$ .

解不等式  $1 - \frac{1}{2}x \geq 0$ , 得  $x \leq 2$ .

∴不等式组的解集为  $-1 < x \leq 2$ .

∴不等式组的最小整数解是 0.

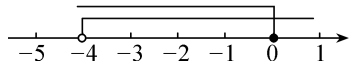
### 第 9 课时 一元一次 不等式组(2)

#### 课本例 2

**变式** (1) 解不等式①, 得  $x > -4$ .

解不等式②, 得  $x \leq 0$ .

在同一数轴上表示不等式①②的解集,如图.

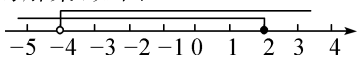


∴原不等式组的解集为  $-4 < x \leq 0$ .

(2)解不等式①,得  $x > -4$ .

解不等式②,得  $x \leq 2$ .

在同一数轴上表示不等式①②的解集,如图.



∴原不等式组的解集为  $-4 < x \leq 2$ .

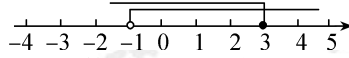
### 课本例 3

#### 变式 1

(1)解不等式①,得  $x > -1$ .

解不等式②,得  $x \leq 3$ .

在同一数轴上表示不等式①②的解集,如图.

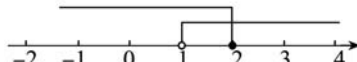


∴原不等式组的解集是  $-1 < x \leq 3$ .

(2)解不等式①,得  $x \leq 2$ .

解不等式②,得  $x > 1$ .

在同一数轴上表示不等式①②的解集,如图.

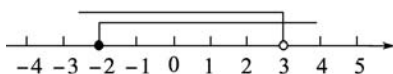


∴原不等式组的解集为  $1 < x \leq 2$ .

(3)解不等式①,得  $x < 3$ .

解不等式②,得  $x \geq -2$ .

在同一数轴上表示不等式①②的解集,如图.

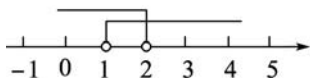


∴原不等式组的解集为  $-2 \leq x < 3$ .

(4)解不等式①,得  $x < 2$ .

解不等式②,得  $x > 1$ .

在同一数轴上表示不等式①②的解集,如图.



∴原不等式组的解集为  $1 < x < 2$ .

#### 变式 2

(1)解不等式  $4x - 7 < 5(x - 1)$ ,  
得  $x > -2$ .

解不等式  $\frac{x}{3} \leq 3 - \frac{x-2}{2}$ , 得  
 $x \leq \frac{24}{5}$ .

则不等式组的解集是  $-2 < x$

$x \leq \frac{24}{5}$ .

所以,不等式组的正整数解是  
1, 2, 3, 4.

(2)解不等式  $\frac{1}{2}(x+1) \leq 2$ , 得  
 $x \leq 3$ .

解不等式  $\frac{x+2}{2} \geq \frac{x+3}{3}$ , 得  $x \geq 0$ .

则不等式组的解集为  $0 \leq x \leq 3$ .

所以,不等式组的整数解之和为  
 $0 + 1 + 2 + 3 = 6$ .

(3)解不等式  $4(x+1) \leq 7x + 13$ , 得  $x \geq -3$ .

解不等式  $x - 4 < \frac{x-8}{3}$ , 得  $x < 2$ .

则不等式组的解集为  $-3 \leq x < 2$ .

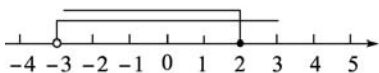
所以,不等式组的所有负整数解  
为  $-3, -2, -1$ .

$$(4) \begin{cases} 3x < 5x + 6, & \text{①} \\ \frac{x+1}{6} \geq \frac{x-1}{2}. & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①, 得  $x > -3$ .

解不等式②, 得  $x \leq 2$ .

在同一数轴上表示不等式①②的解集, 如图.



∴原不等式组的解集为  $-3 < x \leq 2$ .

∴不等式组的整数解为  $-2, -1, 0, 1, 2$ .

### 章末测试

1. D 2. D 3. A 4. D 5. C

6. C 7. 1 8.  $x > 3$

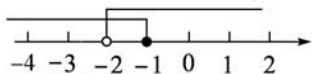
9.  $m \leq -2$  10.  $13 \leq x < 15$

$$11. (1) \begin{cases} 2(x+1) > x, & \text{①} \\ 1-2x \geq \frac{x+7}{2}. & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①, 得  $x > -2$ .

解不等式②, 得  $x \leq -1$ .

在同一数轴上表示不等式①②的解集, 如图.



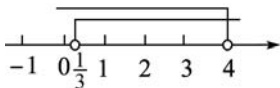
∴原不等式组的解集为  $-2 < x \leq -1$ .

$$(2) \begin{cases} x > \frac{1-x}{2}, & \text{①} \\ 3\left(x - \frac{7}{3}\right) < x+1. & \text{②} \end{cases}$$

解不等式①, 得  $x > \frac{1}{3}$ .

解不等式②, 得  $x < 4$ .

在同一数轴上表示不等式①②的解集, 如图.



∴原不等式组的解集为  $\frac{1}{3} < x < 4$ .

∴不等式组的整数解为  $1, 2, 3$ .

12. (1)  $m \geq \frac{1}{2}$ .

$$(2) \begin{cases} 2x - 3y = 5, & \text{①} \\ x - 2y = k. & \text{②} \end{cases}$$

①-②, 得  $x - y = 5 - k$ .

∵  $x > y$ , ∴  $x - y > 0$ .

∴  $5 - k > 0$ .

解得  $k < 5$ .

13. (1) 设 1 辆甲种客车的载客量为  $x$  人, 1 辆乙种客车的载客量为  $y$  人. 由题意, 得

$$\begin{cases} 2x + 3y = 180, \\ x + 2y = 105. \end{cases}$$

解得  $\begin{cases} x = 45, \\ y = 30. \end{cases}$

所以, 1 辆甲种客车与 1 辆乙种客车的载客量分别为 45 人和 30 人.

(2) 设租用甲种客车  $a$  辆. 由题意, 得

$$\begin{cases} 45a + 30(6-a) \geq 240, \\ a < 6. \end{cases}$$

解得  $4 \leq a < 6$ .

因为  $a$  取整数,

所以  $a = 4$  或  $5$ .

当  $a = 4$  时, 租车费用最低, 最低费用为  $4 \times 400 + 2 \times 280 = 2\ 160$  (元).

所以, 租用甲种客车 4 辆、乙种客车 2 辆时费用最低, 最低费用为 2 160 元.

### 第三章 图形的平移与旋转

#### 第 1 课时 图形的平移(1)

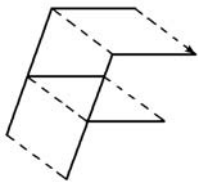
##### 课本例 1

变式 1 (1)与(8).

变式 2 (1)A (2)D

变式 3  $\triangle ADE$  右 2.5

变式 4 如图所示:



变式 5 等腰直角 30 东南 3

#### 第 2 课时 图形的平移(2)

##### 课本议一议

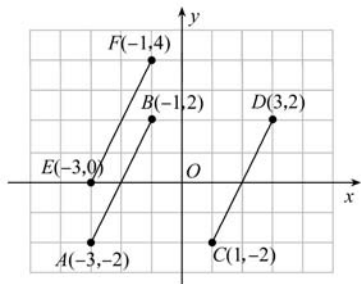
变式 1 C

变式 2 (1)D (2)A

变式 3 (1)点  $A, B$  的横坐标都加 4, 得  $C(1, -2), D(3, 2)$ .

(2)点  $A, B$  的纵坐标都加 2, 得  $E(-3, 0), F(-1, 4)$ .

线段  $CD, EF$  如图所示:

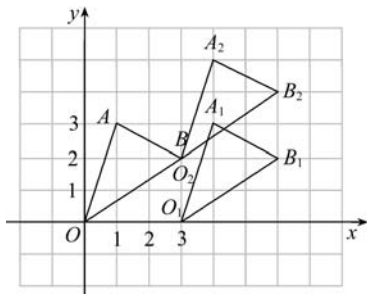


变式 4 (1)(-3, 2)

(2) $\triangle A_1O_1B_1$  如图所示.

(3) $\triangle A_2O_2B_2$  如图所示.

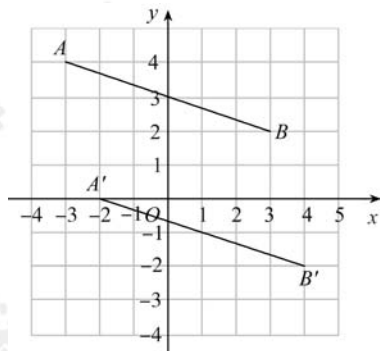
(4)(4, 3)



#### 第 3 课时 图形的平移(3)

##### 课本例 2

变式 1  $A'(-2, 0), B'(4, -2)$ .  
线段  $A'B'$  如下图所示:



变式 2 (1)  $(-2, 3), (0, 5), (4, 2)$

(2)  $(-4, 1), (-2, 3), (2, 0)$

(3)  $(0, 0), (2, 2), (6, -1)$

解析: (1) 向上平移 2 个单位长度, 横坐标不变, 纵坐标加 2, 得  $(-2, 3), (0, 5), (4, 2)$ .

(2) 向左平移 2 个单位长度, 横坐标减 2, 纵坐标不变, 得  $(-4, 1), (-2, 3), (2, 0)$ .

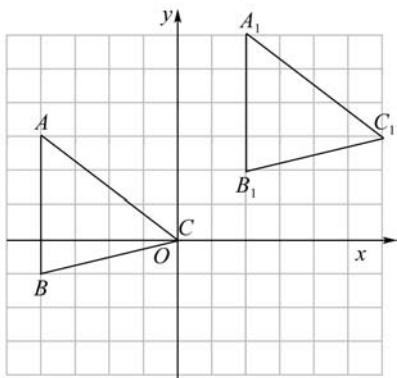
(3) 先向下平移 1 个单位长度, 再向右平移 2 个单位长度, 横坐标加 2, 纵坐标减 1, 得  $(0, 0), (2, 2), (6, -1)$ .

变式 3 (1)A

(2)B 解析:由  $A(-3,5)$ ,  $A_1(3,3)$  可知四边形  $ABCD$  先向下平移 2 个单位长度,再向右平移 6 个单位长度得到四边形  $A_1B_1C_1D_1$ .  $\because B(-4,3)$ ,  $\therefore B_1$  的坐标为  $(2,1)$ .

(3)C

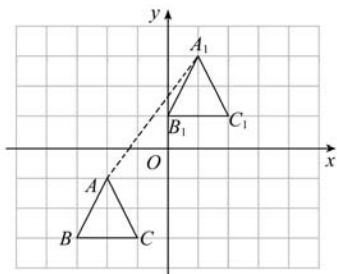
变式 4 (1)  $\triangle A_1B_1C_1$  如图所示.



(2) 建立平面直角坐标系如图所示.

(3) 点  $A_1$  的坐标为  $(2,6)$ .

变式 5 (1)  $\triangle A_1B_1C_1$  如图所示.



$A_1(1,3)$ ,  $B_1(0,1)$ ,  $C_1(2,1)$ .

(2) 连接  $AA_1$ , 由图可知  $AA_1 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ . 因此如果将  $\triangle A_1B_1C_1$  看成是由  $\triangle ABC$  经过一次平移得到的, 那么平移方

向是由  $A$  到  $A_1$  的方向, 平移距离是 5 个单位长度.

#### 第 4 课时 图形的旋转

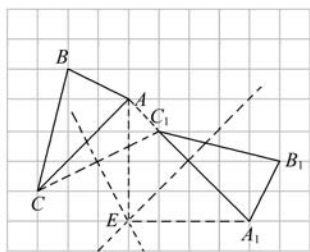
##### 课本想一想

变式 1 B

变式 2 C

变式 3 (1)  $90^\circ$

(2)  $90^\circ$  解析: 如图, 连接  $CC_1$ ,  $AA_1$ , 作  $CC_1$ ,  $AA_1$  的垂直平分线交于点  $E$ , 连接  $AE$ ,  $A_1E$ .



$\because CC_1, AA_1$  的垂直平分线交于点  $E$ ,

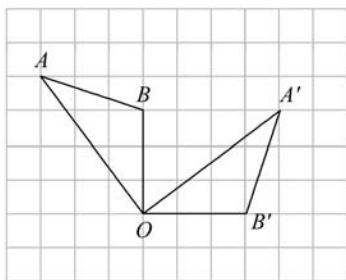
$\therefore$  点  $E$  是旋转中心.

$\because \angle AEA_1 = 90^\circ$ ,

$\therefore$  旋转角  $\alpha = 90^\circ$ .

##### 课本例

变式 1 如图,  $\triangle OA'B'$  即为所要画出的三角形.



变式 2 (1)  $60^\circ$  解析: 由旋转的性质可得,  $AB = AB'$ , 所以要使  $\triangle ABB'$  是等边三角形, 则  $\angle BAB' = 60^\circ$ , 即旋转角为  $60^\circ$ .

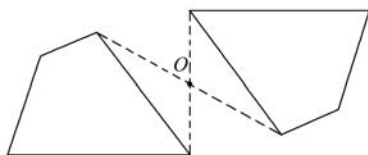
(2) C 解析: 由题意可得,  
 $\angle CBD = \alpha, \angle ACB = \angle EDB$ .  
 $\therefore \angle EDB + \angle ADB = 180^\circ$ ,  
 $\therefore \angle ADB + \angle ACB = 180^\circ$ .  
 $\therefore \angle ADB + \angle DBC + \angle BCA + \angle CAD = 360^\circ, \angle CBD = \alpha$ ,  
 $\therefore \angle CAD = 180^\circ - \alpha$ .

第 5 课时 中心对称

课本例

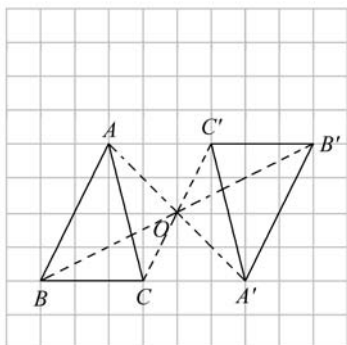
变式 1 (4)(5)(6)(8)(9)

变式 2 如图, 点  $O$  即为对称中心.

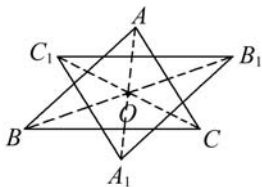


变式 3  $AB = A'B', BC = B'C', AC = A'C', OA = OA', OB = OB', OC = OC', \angle BAC = \angle B'A'C', \angle ABC = \angle A'B'C', \angle ACB = \angle A'C'B'$  等.

变式 4 (1) 作点  $A$  关于点  $O$  的对称点, 记为点  $A'$ ; 作点  $B$  关于点  $O$  的对称点, 记为点  $B'$ ; 作点  $C$  关于点  $O$  的对称点, 记为点  $C'$ . 连接  $A'B', B'C', C'A'$ , 则  $\triangle A'B'C'$  即为所求作三角形(如图所示).



(2) 作点  $A$  关于点  $O$  的对称点, 记为点  $A_1$ ; 作点  $B$  关于点  $O$  的对称点, 记为点  $B_1$ ; 作点  $C$  关于点  $O$  的对称点, 记为点  $C_1$ . 连接  $A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1$ , 则  $\triangle A_1B_1C_1$  即为所求作三角形(如图所示).



第 6 课时 简单的图案设计

课本例

变式 1



图2 图3



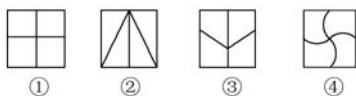
图4

变式 2 (1)① (2)②⑤

(3)③④

变式 3 先将  $\triangle ABC$  以点  $B$  为中心, 逆时针旋转  $90^\circ$ , 再向下平移 1 个单位长度, 然后再向右平移 5 个单位长度, 即可得到  $\triangle A'B'C'$ .

变式 4



变式 5 略.

## 第四章 因式分解

### 第 1 课时 因式分解

#### 课本想一想

**变式 1** (1)  $m^2 + mn$

(2)  $x^2 - y^2$

(3)  $a^2 + 2ab + b^2$

(4)  $m(m+n)$

(5)  $(x+y)(x-y)$

(6)  $(a+b)^2$

**变式 2** C **解析:** A. 该变形为单项式与多项式的乘法运算, 故 A 不是因式分解; B. 该等式右边没有化为几个整式的乘积形式, 故 B 不是因式分解; D. 该等式右边没有化为几个整式的乘积形式, 故 D 不是因式分解. 故选 C.

**变式 3** (1)  $\because x^2 + ax + b = (x-3)(x+5) = x^2 + 2x - 15,$

$\therefore a = 2, b = -15.$

$\therefore 3a - b = 3 \times 2 + 15 = 21.$

(2)  $\because x^2 + mx - 15 = (x+3)(x+n) = x^2 + (n+3)x + 3n,$

$\therefore m = n + 3, 3n = -15.$

$\therefore m = -2, n = -5.$

**变式 4**  $57 \times 99 + 49 \times 99 - 99$   
 $= 99 \times (57 + 44 - 1) = 99 \times 100$   
 $= 9\ 900.$

### 第 2 课时 提公因式法(1)

#### 课本例 1

**变式 1** (1)  $4a.$  (2)  $mx.$

**变式 2** B

**变式 3** (1)  $8a^3b^2 - 12ab^3c$   
 $= 4ab^2(2a^2 - 3bc).$

(2)  $3x^2 - 6xy + x$

$= x(3x - 6y + 1).$

(3)  $2x^3y - x^2y^2 - 6x^2y$   
 $= x^2y(2x - y - 6).$

(4)  $a^m - a^{m+1}$

$= a^m(1 - a).$

**变式 4** (1)  $-xy(x+y)$

(2)  $-9xy(3x - y + 2)$

(3)  $-a^{n-2}b(a^2 - ab - 1)$

(4)  $x^{k-1}\left(x^2 + 2x - \frac{1}{4}\right)$

### 第 3 课时 提公因式法(2)

#### 课本例 2

**变式** (1)  $x(a+b) + y(a+b)$   
 $= (a+b)(x+y).$

(2)  $(m+n)(p+q) - (m+n)(p-q)$   
 $= 2q(m+n).$

(3)  $6x(2m+3n) - 9y(3n+2m)$   
 $= 3(2m+3n)(2x-3y).$

(4)  $-8m(2a+b) + 4n(b+2a)$   
 $= -4(2a+b)(2m-n).$

#### 课本例 3

**变式** (1)  $-6(2m-n)^3 + 12(n-2m)^2$

$= -6(2m-n)^2(2m-n)$   
 $+ 12(2m-n)^2$

$= -6(2m-n)^2(2m-n-2).$

(2)  $(x+2)x - x - 2$   
 $= (x+2)x - (x+2)$

$= (x+2)(x-1).$

(3)  $4q(1-p)^3 + 2(p-1)^2$   
 $= 4q(1-p)^2(1-p) + 2(1-p)^2$

$= 2(1-p)^2(2q - 2qp + 1).$

(4)  $-16(2m-3n)^2 - 12(3n-2m)$   
 $= -16(2m-3n)^2 + 12(2m-3n)$

$= -4(2m-3n)(8m-12n-3).$

(5)  $x(x-3) - x + 3$   
 $= x(x-3) - (x-3)$

$= (x-3)(x-1).$

### 第 4 课时 公式法(1)

#### 课本例 1

**变式** (1)  $-a^2 + \frac{1}{9}b^2$



## 八年级下册数学例题变式训练

责任编辑：王 敏  
装帧设计：王其宝  
刘羽珂



ISBN 978-7-5333-3452-9



9 787533 334529

0 2 >

定价：10.50元